

成都市 2020 级高中毕业班第二次诊断性检测

数 学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第 I 卷(选择题)1 至 2 页,第 II 卷(非选择题)3 至 4 页,共 4 页,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用 0.5 毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第 I 卷 (选择题,共 60 分)

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 2 < x \leq 4\}$, 则

- (A) $1 \in A$ (B) $2 \in A$ (C) $3 \notin \complement_{\mathbf{R}} A$ (D) $4 \in \complement_{\mathbf{R}} A$

2. 函数 $f(x) = \cos(x + \frac{3\pi}{2}) + \cos x$ 的最小正周期为

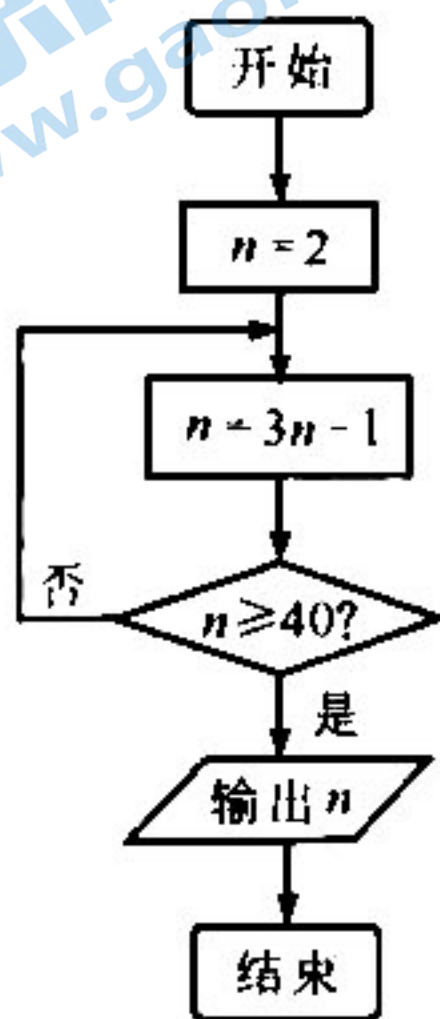
- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π
(C) 2π (D) 4π

3. 执行如图所示的程序框图,输出的 n 的值为

- (A) 40 (B) 41
(C) 119 (D) 122

4. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y - 1 \geq 0, \\ x + y - 3 \leq 0, \\ y \geq 0. \end{cases}$ 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值为

- (A) 0 (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2



5. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, P 为双曲线 C 右支上一点, 若 $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{2}$, $|PF_2| = 2a$, 则双曲线 C 的离心率为

- (A) $\sqrt{5}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

6. 甲和乙两位同学准备在体育课上进行一场乒乓球比赛, 假设甲对乙每局获胜的概率都为 $\frac{1}{3}$, 比赛采取三局两胜制(当一方获得两局胜利时, 该方获胜, 比赛结束), 则甲获胜的概率为

- (A) $\frac{5}{27}$ (B) $\frac{7}{27}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{1}{9}$

7. 已知命题 p : 空间中两条直线没有公共点, 则这两条直线平行; 命题 q : 空间中三个平面 α, β, γ , 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma, \alpha \cap \beta = l$, 则 $l \perp \gamma$. 则下列命题为真命题的是

- (A) $p \wedge q$ (B) $p \wedge \neg q$ (C) $p \vee \neg q$ (D) $\neg p \wedge q$

8. 已知过抛物线 $C: y = \frac{x^2}{8}$ 的焦点 F , 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线 l 交抛物线 C 于 A, B 两点, 则

$|AB| =$

- (A) 32 (B) $\frac{32}{3}$ (C) $\frac{28}{3}$ (D) 8

9. 若奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(2-x)$, 且当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = \frac{x}{4-2x}$, 则 $f(23) =$

- (A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

10. 正三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB = 2\sqrt{6}$, 顶点 P 到底面 ABC 的距离为 2, 其各顶点都在同一球面上, 则该球的半径为

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 3

11. 已知 $a = \frac{1}{2023}$, $b = \log_{2023} \frac{2024}{2023}$, $c = \log_{2024} \frac{2024}{2023}$, 则

- (A) $c < b < a$ (B) $c < a < b$ (C) $b < c < a$ (D) $a < c < b$

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\vec{AD} = 2\vec{DC}$, $AC = 3BC$, $\sin \angle BDC = 3\sin \angle BAC$, 当 $|\vec{CA} \cdot \vec{CB} - |\vec{AB}|$ 取得最小值时, $\triangle ABC$ 的面积为

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{3\sqrt{5}}{16}$

第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡上.

13. 复数 $z = 2i + i^2 + i^3$ (i 为虚数单位), 则 $|z|$ 的值为 _____.

14. 已知 $\tan\theta = 2$, 则 $\cos 2\theta =$ _____.

15. 若直线 $l_1: x + my - 2 = 0$ 与 $l_2: mx - y + 2 = 0$ ($m \in \mathbb{R}$) 相交于点 P , 过点 P 作圆 $C: (x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 1$ 的切线, 切点为 M , 则 $|PM|$ 的最大值为 _____.

16. 若函数 $f(x) = x \ln x - \frac{1}{2}ax^2$ 存在极大值点 x_0 , 且 $2f(x_0) > e^2$, 则实数 a 的取值范围为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

某中学为了丰富学生的课余生活, 欲利用每周一下午的自主活动时间, 面向本校高二学生开设“厨艺探秘”“盆景栽培”“家庭摄影”“名画鉴赏”四门选修课, 由学生自主申报, 每人只能报一门, 也可以不报. 该校高二有两种班型——文科班和理科班(各有 2 个班), 据调查这 4 个班中有 100 人报名参加了此次选修课, 报名情况统计如下:

	厨艺探秘	盆景栽培	家庭摄影	名画鉴赏
文科 1 班	11	5	14	6
文科 2 班	12	7	11	4
理科 1 班	3	1	9	3
理科 2 班	5	1	6	2

(I) 若把“厨艺探秘”“盆景栽培”统称为“劳育课程”, 把“家庭摄影”“名画鉴赏”统称为“美育课程”. 请根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表:

报名班型	课 程		合 计
	“劳育课程”	“美育课程”	
文科班			
理科班			
合 计			

(II) 根据(I)列联表中所填数据, 判断是否有 99% 的把握认为课程的选择与班型有关.

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

18. (本小题满分 12 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 3, 且 $a_1, a_2 + 3, a_3 - 6$ 成等差数列.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

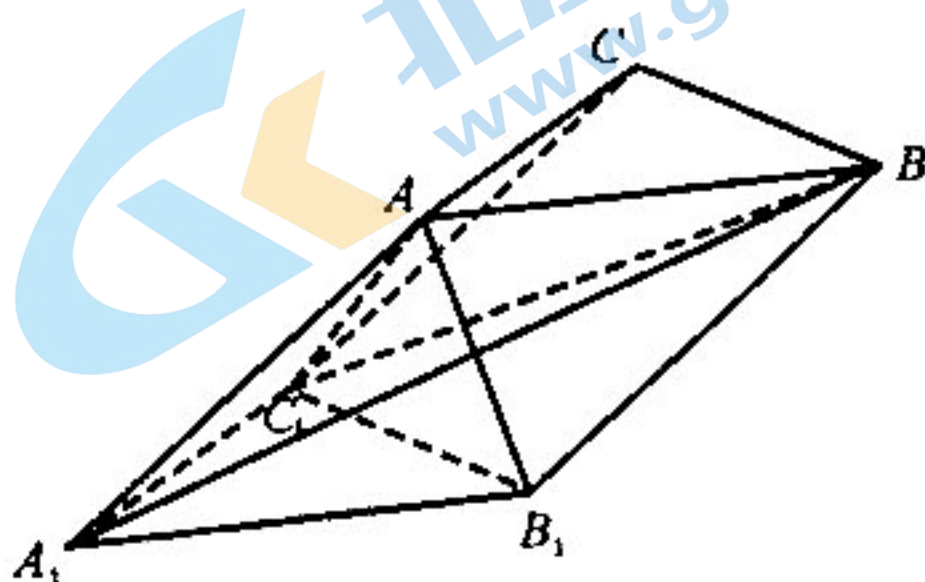
(II) 求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 均是边长为 2 的正三角形, 且 $AA_1 = \sqrt{6}$.

(I) 证明: 平面 $AB_1C_1 \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$;

(II) 求平面 A_1C_1B 与平面 ACC_1A_1 所成锐二面角的余弦值.



20. (本小题满分 12 分)

已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 与椭圆 C 有相同焦点的双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 在第一象限与椭圆 C 相交于点 P , 且 $|PF_2| = 1$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设直线 $y = kx + 1$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 且 $\vec{OD} = m \vec{OB}$ ($m > 0$). 若椭圆 C 上存在点 E , 使得四边形 $OAED$ 为平行四边形, 求 m 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^a}$, 其中 $x > 0, a \in \mathbb{R}$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 当 $a > 0$ 时, 函数 $g(x) = a \ln x + \frac{f(x)}{e^2} - 2x + 1$ 恰有两个零点, 求 a 的取值范围.

请考生在第 22, 23 题中任选择一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 作答时, 用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t \end{cases}$ (t 为参数). 以坐标原点 O 为极

点, x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) = 3$.

(I) 求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程;

(II) 已知点 P 的直角坐标为 $(-3, 2\sqrt{3})$, 直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点, 求 $|PA| + |PB|$ 的值.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x + 1| + 2|x - 2|$.

(I) 画出 $y = f(x)$ 的图象;

(II) 求不等式 $f(x + 2) > f(x)$ 的解集.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯