2023 届高三第一次联考数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	C	B	A	B	A	C	D	A	C	D

1.【解析】$M\cup N=\{x|0\le x\le 2\}=[0,2]$，故选 D。

2.【解析】$z=1-i+\dfrac{a}{1-i}=\dfrac{a-2i}{1-i}=\dfrac{(a+2)+(a-2)i}{2}$，由已知得 $a=-2$，故选 C。

3.【解析】由散点图分布可知，散点图分布在一个对数函数的图象附近，作为发芽率 y 和温度 x 的回归方程类型的是 $y=a\ln x+b$.故选 C.

4.【解析】抛物线方程为 $x^2=12y$，点 P 到焦点的距离等于点 P 到其准线 $y=-3$ 的距离为 4，故选 B.

5.【解析】$C_5^3A_3^3+\dfrac{1}{2}C_5^2C_3^2A_3^3=150$，故选 A.

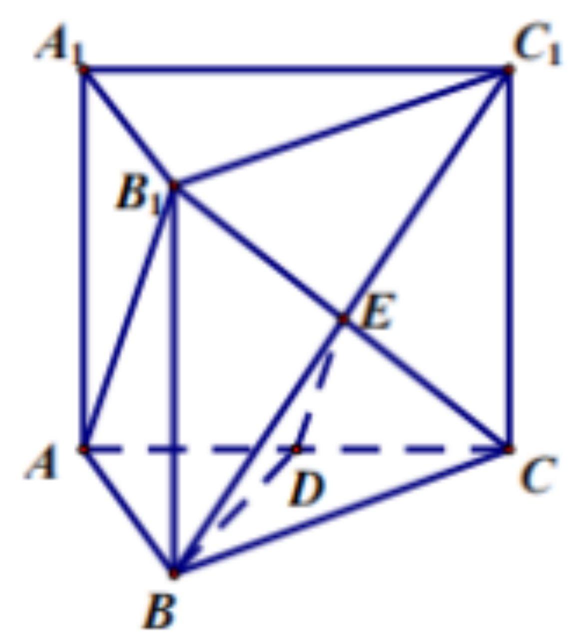
6.【解析】由已知 $2m+n=1$，则 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}=(2m+n)\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n}=4+\left(\dfrac{n}{m}+\dfrac{4}{n}\right)\ge 8$，当且仅当

$m=\dfrac{1}{4},n=\dfrac{1}{2}$ 时取等号，故选 B.

7.【解析】由已知 $A=3$，$T=12$，故 $\omega=\dfrac{\pi}{6}$.又过点 $(6,6.5)$，所以 $\varphi=-\dfrac{\pi}{6}$，所以

$y=3\sin\left(\dfrac{\pi}{6}x-\dfrac{\pi}{6}\right)+5$,当 $x=12$ 时，$y=3.5$，故选 A.

8.【解析】圆 C：$(x+1)^2+(y-1)^2=8$，圆心 $C(-1,1)$，半径 $r=2\sqrt{2}$，圆心 C 到直线 l 的距离 $d=\dfrac{|-3+4+m|}{5}=2$，解得 $m=9$ 或 -11($m>0$，舍去)，故选 C.



9.【解析】如图，设 $AB=1$，取 AC 的中点 D，设 B_1C 与 BC_1 交于点 E，连接 DE,BD，由已知 $\angle BED$ 为直线 AB_1 与 BC_1 所成角.

可求得 $DE=BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2},BD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $\cos\angle BED=\dfrac{1}{4}$，故选 D.

10.【解析】由已知 $f(x)$ 图像关于 $x=1$ 对称，且关于原点对称，故 $f(x)$ 是周期为 $T=4$ 的函数，故 $f(7)=f(-1)=-f(1)=-2$，故选 A。

11.【解析】设内接圆柱的底面半径为 r 高为 h，

故圆柱的体积为$V=\pi r^2 h=\pi\left(9-\frac{1}{4}h^2\right)h$，$V'=\pi\left(9-\frac{3}{4}h^2\right)=0$，$h^2=12$.

所以$V_{\max}=12\sqrt{3}\pi$.故选 C.

12.【解析】由$\frac{b}{a}=0.9e^{0.1}$，$\frac{b}{c}=1.1e^{-0.1}$，

令$f(x)=(1-x)e^x$，$f'(x)=-xe^x$，所以$f(x)_{\max}=f(0)=1$

故$\frac{b}{a}=f(0.1)<1$，$\frac{b}{c}=f(-0.1)<1$，故$b<a,b<c$.

由$\frac{c}{a}=\frac{0.9}{1.1}e^{0.2}$，令$g(x)=\frac{1-x}{1+x}e^{2x}$（$x>0$），$g'(x)=\frac{-2x^2}{(1+x)^2}e^{2x}<0$

故$\frac{c}{a}=g(0.1)<g(0)=1$，故$c<a$，所以选 D.

13.【解析】由已知可知ΔABD是直角三角形，$AD=\sqrt{3},\angle CAD=30^\circ$，所以$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}$.

14.【解析】依题意，从 2,3,4,5,6 这 5 个数字中任取 3 个，共有$C_5^3=10$种不同的取法，

其中所取 3 个数之和为偶数的取法共有 1＋3＝4 种

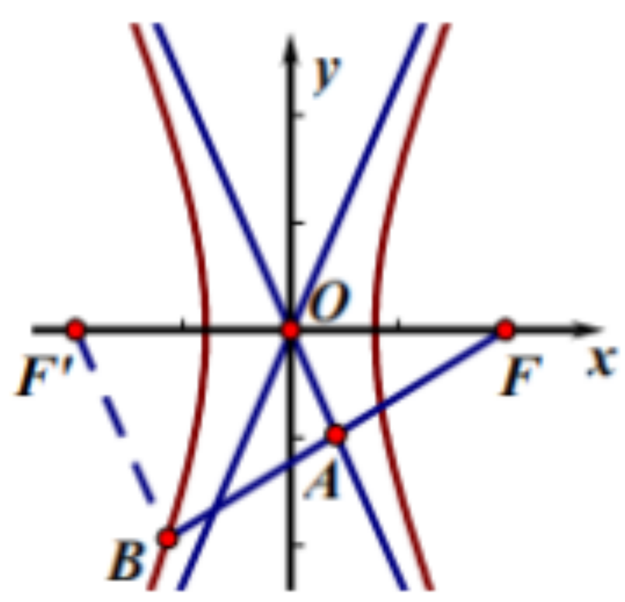
(一种是所取的 3 个数均为偶数有 1 种；另一种所取的 3 个数中 2 个是奇数一个是偶数，有 3 种)，因此所求的概率为$\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

15.【解析】设平行于直线$y=x+4$的直线与曲线$y=\ln x$相切的切点为$(x_0,\ln x_0)$，

由$y'=\frac{1}{x}$，故$x_0=1$，切点坐标为$(1,0)$，所以最小距离为$d=\frac{5}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

16.【解析】不妨设双曲线方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$，

右焦点$F(c,0)$关于的对称点为 B（如图）。



可求$OA=a$，则$BF'=2a$，有定义可知$BF=4a$，

又$BF\perp BF'$,所以$4a^2+16a^2=4c^2$，故$e=\frac{c}{a}=\sqrt{5}$。

17.【解析】(1) 设数列$\{a_n\}$的公差为d，则$a_3=2+2d$，$a_{11}=2+10d$. ……… 2 分

由已知得$(2+2d)^2=2(2+10d)$，因为$d\neq 0$

故$a_n=3n-1$. …………………………………………………………… 5 分

（2）由（1）知 $b_n=2^n a_n=(3n-1)2^n$.

所以 $S_n=2\cdot 2+5\cdot 2^2+\cdots+(3n-1)\cdot 2^n$ ①

$2S_n=2\cdot 2^2+5\cdot 2^3+\cdots+(3n-1)\cdot 2^{n+1}$ ②

由①-②得：$-S_n=4+3\cdot(2^2+\cdots+2^n)-(3n-1)\cdot 2^{n+1}$ ·································7 分

$=-2+3\cdot(2+2^2+\cdots+2^n)-(3n-1)\cdot 2^{n+1}$

$=-(3n-4)\cdot 2^{n+1}-8$ ··9 分

故 $S_n=(3n-4)\cdot 2^{n+1}+8$ ··10 分

18.【解析】(1) 因为 $2b=3c$，由正弦定理得 $2\sin B=3\sin C$，························2 分

又 $B=2C$，所以 $\sin B=2\sin C\cos C$，$\sin C\neq 0$.

故 $\cos C=\dfrac{3}{4}$. ···4 分

（2）由余弦定理 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，

将 $a=5$，$b=\dfrac{3c}{2}$ 代入整理得 $c^2-9c+20=0$

解得 $c=4$ 或 $c=5$ ···8 分

当 $c=4$ 时，$b=6$，$\cos B=\dfrac{1}{8}$，$\cos 2C=2\cos^2 C-1=\dfrac{1}{8}$，满足 $B=2C$ ······ 10 分

当 $c=5$ 时，$b=7.5$，$\cos B=-\dfrac{1}{8}$，不满足 $B=2C$，故舍去.

综上：$c=4$. ···12 分

注：用正弦定理求出 c，给出相应的分数.

19.【解析】(1)设这些产品质量指标值落在区间[55,65)内的频率为 x，

则落在区间[75,85]，[65,75)内的频率分别为 $\dfrac{1}{2}x$ 和 $\dfrac{1}{4}x$. ·······························2 分

依题意得$(0.004+0.012+0.019+0.03)\times 10+x+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{4}x=1$，

解得 $x=0.2$

所以这些产品质量指标值落在区间[75,85]内的频率为 0.05. ······························5 分

(2) 由(1)得，这此产品质量指标值落在区间[45,7

将频率视为概率得 $p=0.6$.

从该企业生产的该种产品中随机抽取 3 件，相当于进行了 3 次独立重复试验，

所以 $X \sim B(n, p)$，其中 $n=3$. ………………………………8 分

因为 X 的所有可能取值为 0,1,2,3，且

$P(X=0)=C_3^0 \times 0.6^0 \times 0.4^3=0.064$，

$P(X=1)=C_3^1 \times 0.6^1 \times 0.4^2=0.288$， ………………………………10 分

$P(X=2)=C_3^2 \times 0.6^2 \times 0.4^1=0.432$，$P(X=3)=C_3^3 \times 0.6^3 \times 0.4^0=0.216$.

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.064	0.288	0.432	0.216

X 的数学期望为 $E(X)=3 \times 0.6=1.8$. ………………………………12 分

20.【解析】（1）由已知可得 AB, AD, AP 两两垂直，

以 AB, AD, AP 所在直线分别为 x, y, z 轴建立空间直角坐标系，

设 $AB=1$，

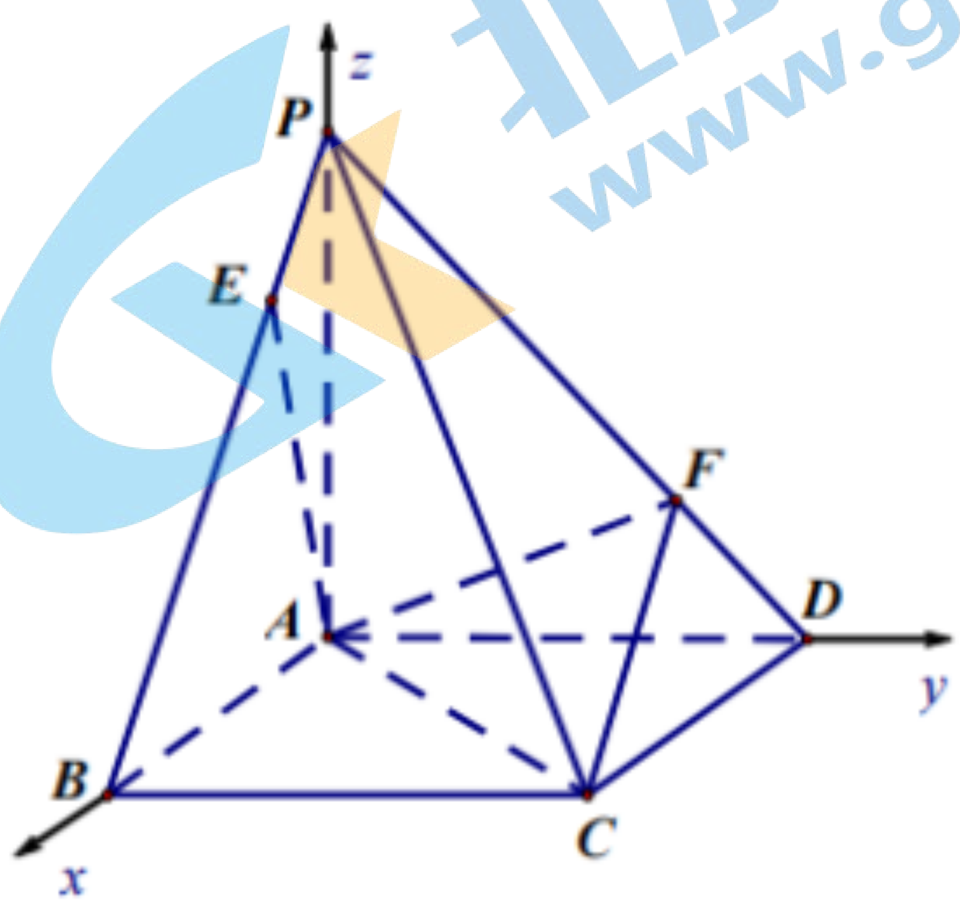
则 $A(0,0,0), B(1,0,0), C(1,1,0), D(0,1,0), P(0,0,1)$， ………………………………2 分

因为 $PD=3FD$，$BE=3EP$，所以 $E\left(\frac{1}{4},0,\frac{3}{4}\right)$，$F\left(0,\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$.

所以 $\overrightarrow{AE}=\left(\frac{1}{4},0,\frac{3}{4}\right)$，$\overrightarrow{FC}=\left(1,\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)$. ………………………………4 分

故 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{FC}=\left(\frac{1}{4},0,\frac{3}{4}\right)\cdot\left(1,\frac{1}{3},-\frac{1}{3}\right)=0$，所以 $AE \perp FC$. ………………………………6 分

（2）由（1）可知：



$\overrightarrow{AF}=\left(0,\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)$，$\overrightarrow{AC}=(1,1,0)$

设平面 ACF 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}2y+z=0 \\ x+y=0\end{cases}$，

取 $x=1, y=-1, z=2$，

则 $\vec{n}=(1,-1,2)$. ………………………………8 分

又 $\overrightarrow{AE}=\left(\frac{1}{4},0,\frac{3}{4}\right)$，所以 $\cos\left\langle\overrightarrow{AE},\vec{n}\right\rangle=\frac{7\sqrt{15}}{30}$. ………………………………10 分

AE 与平面 ACF 所成角的余弦值 $\frac{\sqrt{165}}{30}$. ………………………………12 分

21.【解析】（1）设 $M(m,0),N(0,n),P(x,y)$ ，则 $m^2+n^2=9$

由已知得 $(x,y-n)=2(m-x,-y)$ ，故 $m=\dfrac{3}{2}x,n=3y$. ……………………………2 分

代入上式整理得：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.

所以动点 P 的轨迹 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ……………………………………………4 分

（2）因为 $M\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2},0\right)$，故点 P 的横坐标为 $\sqrt{2}$ ，

又点 P 在第一象限，故 $P\left(\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ……………………………………………………6 分

设 l 的方程为 $y=kx+t$ ，与 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 联立整理得 $(4k^2+1)x^2+8ktx+4t^2-4=0$

由已知 $\Delta>0$ ，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

则 $x_1+x_2=\dfrac{-8kt}{4k^2+1},x_1x_2=\dfrac{4t^2-4}{4k^2+1}$ ① ……………………………………………8 分

由已知直线 PA 、PB 的斜率互为相反数，则 $\dfrac{y_1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{x_1-\sqrt{2}}+\dfrac{y_2-\frac{\sqrt{2}}{2}}{x_2-\sqrt{2}}=0$ ，

将 $y_1=kx_1+t$，$y_2=kx_2+t$ 代入上式整理得

$$2kx_1x_2+\left(t-\sqrt{2}k-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(x_1+x_2)-2\sqrt{2}\left(t-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0 \quad ②$$

将①代入②化简得：$(2k-1)(2k+\sqrt{2}t-1)=0$ ， ……………………………………10 分

由已知 l 不经过点 P，故 $2k+\sqrt{2}t-1\neq0$，所以 $k=\dfrac{1}{2}$.

故直线 l 的斜率为 $\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………………………12 分

22.【解析】（1）定义域为 $(-\infty,-2)\cup(-2,+\infty)$ ，$f'(x)=\dfrac{(x+1)e^x}{(x+2)^2}$. ……………2 分

当 $x<-2$ 或 $-2<x<-1$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>-1$ 时，$f'(x)>0$

$f(x)$ 在 $(-\infty,-2),(-2,-1)$ 上单调递减，在 $(-1$

（2） 令 $g(x)=\dfrac{e^x}{(x+2)^2}(x\ge -1)$，$g'(x)=\dfrac{xe^x}{(x+2)^3}$. ……………………………6 分

当 $-1<x<0$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；

当 $x>0$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增. ……………………………8 分

所以 $g(x)$ 的最小值为 $g(x)_{\min}=g(0)=\dfrac{1}{4}$

故当 $x\ge -1$ 时，$\dfrac{e^x}{(x+2)^2}\ge\dfrac{1}{4}$，即 $f(x)\ge\dfrac{1}{4}(x+2)$. ……………………………10 分

由均值不等式得：$\dfrac{1}{4}(x+2)=\dfrac{1}{4}[(x+1)+1]\ge\dfrac{\sqrt{x+1}}{2}$，当且仅当 $x=0$ 时取等号.

故 $f(x)\ge\dfrac{\sqrt{x+1}}{2}$. ……………………………12 分

===

$\dfrac{e^x}{x+2}\ge\dfrac{\sqrt{x+1}}{2}\Leftrightarrow e^x=e^{\frac{x}{2}}e^{\frac{x}{2}}\ge(\dfrac{x}{2}+1)^2\ge(\dfrac{x}{2}+1)\sqrt{x+1}$，显然 $e^{\frac{x}{2}}\ge(\dfrac{x}{2}+1)$ 成立，

只需证 $\dfrac{x}{2}+1=\dfrac{(x+1)+1}{2}\ge\sqrt{x+1}$，由基本不等式显然成立，所以原不等式成立