海淀区高三年级第二学期期末练习参考答案及评分标准

数 学（文科）

2018.5

一．选择题:本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	B	D	C	A	C	C

二．填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分．

9．$x^2 = 4y$　　10．$1, 2\sqrt{3}$　　11．$\frac{1}{2}, \frac{\pi}{3}$

12．$\frac{\sqrt{7}}{3}$　　13．35　　14. ①②③

注：① 10 题、11 题第一个空答对给 3 分，第 2 个空答对给 2 分；

② 14 题只写出 1 个序号给 2 分，只写出 2 个序号给 3 分。

三．解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

15．（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）方法 1：

因为数列$\{a_n\}$是等差数列，

所以$a_n + a_{n+2} = 2a_{n+1}$．

因为$2a_{n+1} - a_n = 2n+3$ ，

所以 $a_{n+2}=2n+3$.

所以，当 $n\geq 3$ 时，$a_n=2(n-2)+3=2n-1$.

所以 $a_n=2n-1\ (n=1,2,3,\cdots)$. ....6 分

方法 2：

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，

因为 $2a_{n+1}-a_n=2n+3$，

所以 $\begin{cases}2a_2-a_1=5\\2a_3-a_2=7.\end{cases}$

所以 $\begin{cases}a_1+2d=5\\a_1+3d=7.\end{cases}$

所以 $\begin{cases}a_1=1\\d=2.\end{cases}$

所以 $a_n=a_1+(n-1)d=2n-1\ (n=1,2,3,\cdots)$ ....6 分

（Ⅱ）因为数列 $\{a_n+b_n\}$ 是首项为 1，公比为 2 的等比数列，

所以 $a_n+b_n=2^{n-1}$

因为 $a_n=2n-1$，

所以 $b_n=2^{n-1}-(2n-1)$.

设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，

则 $S_n=(1+2+4+\cdots+2^{n-1})-[1+3+5+\cdots+(2n-1)]$

$$=\frac{1-2^n}{1-2}-\frac{n(1+2n-1)}{2}$$

$$=2^n-1-n^2$$

所以数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 2^n-1-n^2.. ....13 分

16．（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）$f(x)=2\cos x(\frac{1}{2}\sin x-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x)+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$=\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos^2 x+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x-\sqrt{3}\times\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$$

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

所以曲线 $y=f(x)$ 的相邻两条对称轴的距离为 $\frac{T}{2}$，即 $\frac{\pi}{2}$.　　　　..................6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可知 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

当 $x\in[0,\alpha]$ 时，$2x-\frac{\pi}{3}\in[-\frac{\pi}{3},2\alpha-\frac{\pi}{3}]$.

因为 $y=\sin x$ 在 $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增，且 $f(x)$ 在 $[0,\alpha]$ 上单调递增，

所以 $[-\frac{\pi}{3},2\alpha-\frac{\pi}{3}]\subseteq[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，

即 $\begin{cases}\alpha>0\\ 2\alpha-\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}\end{cases}$

解得 $0<\alpha\le\frac{5}{12}\pi$.

故 α 的最大值为 $\frac{5}{12}\pi$.　　　　.....................13 分

17．（本小题 14 分）

（Ⅰ）证明：折叠前，因为四边形 $AECD$ 为菱形，所以 $AC\perp DE$；

所以折叠后，$DE\perp PF, DE\perp CF$，

又 $PF\cap CF=F, PF, CF\subset$ 平面 PCF，

所以 $DE\perp$ 平面 PCF　　　　.....................4 分

（Ⅱ）因为四边形 $AECD$ 为菱形，

所以 $DC//AE, DC=AE$.

又点 E 为 AB 的中点，

所以 $DC//EB, DC=EB$.

所以四边形 $DEBC$ 为平行四边形.

所以 $CB//DE$.

又由（Ⅰ）得，$DE\perp$ 平面 PCF，

所以 $CB\perp$ 平面 PCF.

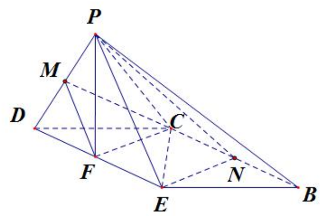
因为 $CB\subset$ 平面 PBC ，

所以平面 $PBC\perp$ 平面 PCF. …………………9 分

（Ⅲ）存在满足条件的点 M,N,且 M,N 分别是 PD 和 BC 的中点.

如图，分别取 PD 和 BC 的中点 M,N.

连接 EN,PN,MF,CM.



因为四边形 $DEBC$ 为平行四边形，

所以 $EF//CN, EF=\frac{1}{2}BC=CN$.

所以四边形 $ENCF$ 为平行四边形.

所以 $FC//EN$.

在 ΔPDE 中，M,F 分别为 PD,DE 中点，

所以 $MF//PE$.

又 $EN,PE\subset$ 平面 PEN, $PE\cap EN=E$, $MF,CF\subset$ 平面 CFM，

所以平面 $CFM//$ 平面 PEN. …………………14 分

18. （本小题 13 分）

解：（Ⅰ）这 10 名学生的考核成绩（单位：分）分别为：

93，89.5，89，88，90，88.5，91.5，91，90.5，91．

其中大于等于 90 分的有 1 号、5 号、7 号、8 号、9 号、10 号，共 6 人.

所以样本中学生考核成绩大于等于 90 分的频率是 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

从该校高二年级随机选取一名学生，估计这名学生考核成绩大于等于 90 分的概率为 0.6.

…………………4 分

（Ⅱ）设事件 A 为“从考核成绩大于等于 90 分的学生中任取 2 名同学，这 2 名同学两轮测试成绩均大于等于 90 分”，

由（Ⅰ）知，考核成绩大于等于 90 分的学生共 6 人，其中两轮测试成绩均大于等于 90 分的学生有 1 号，8 号，10 号，共 3 人.

因此，从考核成绩大于等于 90 分的学生中任取 2 名同学，

包含（1 号，5 号）、（1 号，7 号）、（1 号，8 号）、（1 号，9 号）、（1 号、10 号）、（5 号，7 号）、（5 号，8 号）、（5 号，9 号）、（5 号，10 号）、（7 号，8 号）、（7 号，9 号）、（7 号，10 号）、（8 号，9 号）、（8 号，10 号）、（9 号，10 号）共 15 个基本事件，

而事件 A 包含（1 号，8 号）、（1 号、10 号）、（8 号，10 号）共 3 个基本事件，

所以 $P(A)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$.　　………………9 分

（Ⅲ）$\overline{x_1}=\overline{x_2}$

$s_1^2>s_2^2$　　………………13 分

19．（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）$f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

令 $f(x)=0$，得 $x^2+a=0, x^2=-a.$

当 $a\ge 0$ 时，方程无解，$f(x)$ 没有零点；

当 $a<0$ 时，得 $x=\pm\sqrt{-a}$．　　　　…………………4 分

综上，当 $a\ge 0$ 时 $f(x)$ 无零点；当 $a<0$ 时，$f(x)$ 零点为 $\pm\sqrt{-a}$．

（Ⅱ）$f'(x)=(1-\frac{a}{x^2})e^x+(x+\frac{a}{x})e^x$

$$=\frac{(x^3+x^2+ax-a)e^x}{x^2}$$

令 $g(x)=x^3+x^2+ax-a\ (x>1)$，

则 $g'(x)=3x^2+2x+a$，

其对称轴为 $x=-\frac{1}{3}$，

所以 $g'(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

所以 $g'(x)>3\times1^2+2\times1+a=5+a$．

当 $a\ge -5$ 时，$g'(x)>0$ 恒成立，

所以 $g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上为增函数.　　　　…………………13 分

20．（本小题 14 分）

解：（Ⅰ）椭圆 C 的方程可化为 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$，

所以 $a=\sqrt{2}, b=1, c=1$．

所以长轴长为 $2a=2\sqrt{2}$，离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$．　　　　…………………4 分

（Ⅱ）方法 1：

证明：显然直线 A_1P、A_2Q、A_1Q、A_2P 都存在斜率，且互不相等，分别设为 k_1,k_2,k_3,k_4.

设直线 A_1P 的方程为 $y=k_1(x+\sqrt{2})$，A_2Q 的方程为 $y=k_2(x-\sqrt{2})$，

联立可得 $x_M=\dfrac{\sqrt{2}(k_2+k_1)}{k_2-k_1}$.

同理可得 $x_N=\dfrac{\sqrt{2}(k_4+k_3)}{k_4-k_3}$.

下面去证明 $k_1k_4=-\dfrac{1}{2}$.

设 $P(x_0,y_0)$，则 $x_0^2+2y_0^2=2$.

所以 $k_1k_4=\dfrac{y_0}{x_0+\sqrt{2}}\cdot\dfrac{y_0}{x_0-\sqrt{2}}=\dfrac{y_0^2}{x_0^2-2}=\dfrac{y_0^2}{-2y_0^2}=-\dfrac{1}{2}$.

同理 $k_2k_3=-\dfrac{1}{2}$.

所以 $x_N=\dfrac{\sqrt{2}\left(\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_1}+\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_2}\right)}{\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_1}-\dfrac{-\frac{1}{2}}{k_2}}=\dfrac{\sqrt{2}(k_2+k_1)}{k_2-k_1}=x_M$.

所以直线 MN 垂直于 x 轴. ……………………14 分

方法 2：

设直线 l 方程为 $y=kx+m,P(x_1,y_1),Q(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases}y=kx+m\\x^2+2y^2=2\end{cases}$ 得 $(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$.

当 $\Delta>0$ 时，$x_1+x_2=\dfrac{-4km}{1+2k^2},x_1x_2=\dfrac{2m^2-2}{1+2k^2}$.

直线 A_1P 方程为 $y=\dfrac{y_1}{x_1+\sqrt{2}}(x+\sqrt{2})$，直线 A_2Q 方程为 $y=\dfrac{y_2}{x_2-\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})$，

联立可得 $\dfrac{y_1}{x_1+\sqrt{2}}(x+\sqrt{2})=\dfrac{y_2}{x_2-\sqrt{2}}(x-\sqrt{2})$ ，

得 $(\dfrac{y_2}{x_2-\sqrt{2}}-\dfrac{y_1}{x_1+\sqrt{2}})x=\sqrt{2}(\dfrac{y_1}{x_1+\sqrt{2}}+\dfrac{y_2}{x_2-\sqrt{2}})$

$[y_2(x_1+\sqrt{2})-y_1(x_2-\sqrt{2})]x=\sqrt{2}[y_1(x_2-\sqrt{2})+y_2(x_1+\sqrt{2})]$

其中，$y_2(x_1+\sqrt{2})-y_1(x_2-\sqrt{2})=(kx_2+m)(x_1+\sqrt{2})-(kx_1+m)(x_2-\sqrt{2})$

$$=\sqrt{2}k(x_1+x_2)+m(x_1-x_2)+2\sqrt{2}m$$

$$=\sqrt{2}k\frac{-4km}{1+2k^2}+m(x_1-x_2)+2\sqrt{2}m$$

$$=\frac{2\sqrt{2}m}{1+2k^2}+m(x_1-x_2)$$

$$=m(\frac{2\sqrt{2}}{1+2k^2}+x_1-x_2)$$

$y_1(x_2-\sqrt{2})+y_2(x_1+\sqrt{2})=(kx_1+m)(x_2-\sqrt{2})+(kx_2+m)(x_1+\sqrt{2})$

$$=2kx_1x_2+m(x_1+x_2)+\sqrt{2}k(x_2-x_1)$$

$$=2k\frac{2m^2-2}{1+2k^2}+m\frac{-4km}{1+2k^2}+\sqrt{2}k(x_2-x_1)$$

$$=\frac{-4k}{1+2k^2}+\sqrt{2}k(x_2-x_1)$$

$$=-\sqrt{2}k(\frac{2\sqrt{2}}{1+2k^2}+x_1-x_2)$$

所以 $x_M=\dfrac{-2k}{m}$，即点 M 的横坐标与 P,Q 两点的坐标无关，只与直线 l 的方程有关.

所以 $x_N=\dfrac{-2k}{m}=x_M$ ，直线 MN 垂直于 x 轴. ……………………14 分

北京高考在线是长期为中学老师、家长和考生提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划以及实用的升学讲座活动等全方位服务的升学服务平台。自 2014 年成立以来一直致力于服务北京考生，助力千万学子，圆梦高考。

目前，北京高考在线拥有旗下拥有北京高考在线网站和北京高考资讯微信公众号两大媒体矩阵，关注用户超 10 万+。

北京高考在线_2018 年北京高考门户网站

http://www.gaokzx.com/

北京高考资讯微信：bj-gaokao

北京高考资讯

关于我们

北京高考资讯隶属于太星网络旗下，北京地区高考领域极具影响力的升学服务平台。
北京高考资讯团队一直致力于提供最专业、最权威、最及时、最全面的高考政策和资讯。期待与更多中学达成更广泛的合作和联系。

长按二维码 识别关注

微信公众号：bj-gaokao
官方网址：www.gaokzx.com
咨询热线：010-5751 5980