北京市东直门中学 2022—2023 学年度第一学期期中考试

高 三 数 学

2022.11

第一部分（选择题）

一．选择题：(本题有 10 道小题，每小题 4 分，共 40 分)

1．在复平面内，复数 $z = \mathrm{i}(2-\mathrm{i})$对应的点的坐标为

A．$(1, 2)$　　B．$(-1, 2)$　　C．$(2, 1)$　　D．$(2, -1)$

2．已知向量$\vec{a} = (x, 2)$，$\vec{b} = (-1, 1)$，若$\vec{a} \perp \vec{b}$，则 $x =$

A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

3．已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$，集合 $A = \{1\}$，$\complement_U(A \cup B) = \{3\}$，则集合 B 可能是

A．$\{4\}$　　B．$\{1, 4\}$　　C．$\{2, 4\}$　　D．$\{1, 2, 3\}$

4．已知命题 p：$\forall x \in (0, +\infty)$，$\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$，则$\neg p$ 为

A．$\forall x \in (0, +\infty)$，$\ln x < 1 - \frac{1}{x}$　　B．$\exists x_0 \in (0, +\infty)$，$\ln x_0 < 1 - \frac{1}{x_0}$

C．$\forall x \notin (0, +\infty)$，$\ln x \geq 1 - \frac{1}{x}$　　D．$\exists x_0 \in (0, +\infty)$，$\ln x_0 \geq 1 - \frac{1}{x_0}$

5．下列函数中，既是偶函数又在区间$(0, +\infty)$上单调递增的是

A．$y = x^3$　　B．$y = \ln|x|$　　C．$y = 2^{-x}$　　D．$y = x^2 - 2x$

6．已知 $\alpha, \beta \in \mathrm{R}$，则“存在 $k \in \mathrm{Z}$，使得 $\alpha = 2k\pi + \beta$”是“$\cos\alpha = \cos\beta$”的

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．已知等比数列$\{a_n\}$的公比为 q，若$\{a_n\}$为递增数列且 $a_2 < 0$，则

A．$q < -1$　　B．$-1 < q < 0$　　C．$q > 1$　　D．$0 < q < 1$

8．将函数 $y=\sin 2x$ 的图像向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位，得到函数 $f(x)$的图像，则下列说法正确的是

A．$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

B．$x=-\frac{\pi}{3}$是 $f(x)$图像的一条对称轴

C．$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right]$上是减函数

D．$f(x)$在$\left[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$上是增函数

9．下列不等关系中正确的是

A．$\ln 2+\ln 3>2\ln\frac{5}{2}$

B．$\frac{1}{3}<\ln 3-\ln 2<\frac{1}{2}$

C．$\ln 2\cdot\ln 3>1$

D．$\frac{\ln 3}{\ln 2}<\frac{3}{2}$

10．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-a, x>0\\ -x, \quad x<0\end{cases}$，若 $y=f(x)$的图象上存在两个点 A，B 关于原点对称，则实数 a 的取值范围是

A．$[-1,+\infty)$　　B．$(-1,+\infty)$　　C．$[1,+\infty)$　　D．$(1,+\infty)$

第二部分（非选择题）

二．填空题：(本题有 5 道小题，每小题 5 分，共 25 分)

11．在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 以 Ox 为始边，终边与单位圆交于点$\left(\frac{\sqrt{3}}{3},-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)$，则 $\cos(\pi+\alpha)=$______________.

12．已知函数 $f(x)=\begin{cases}(x+1)e^x, x<1\\ x^2-2x, \quad x\geq 1\end{cases}$，则函数 $f(x)$的零点个数为_________.

13．已知 l，m 是平面 α 外的两条不同直线．给出下列三个论断：

① $l\perp m$；　　② $m\parallel\alpha$；　　③ $l\perp\alpha$．

以其中的两个论断作为条件，余下的一个论断作为结论，写出一个正确的命题_______________.

14．已知ΔABC 中，$|\overrightarrow{AB}|=2$，$|\overrightarrow{AC}|=1$，$\angle BAC=120°$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$__________，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$_________.

15．某生物种群的数量 Q 与时间 t 的关系近似地符合 $Q(t)=\frac{10e^t}{e^t+9}$．给出下列四个结论：

① 该生物种群的数量不会超过 10；

② 该生物种群数量的增长速度先逐渐变大后逐渐变小；

③ 该生物种群数量的增长速度与种群数量成正比；

④ 该生物种群数量的增长速度最大的时间 $t_0\in(2,3)$．

根据上述关系式，其中所有正确结论的序号是___________.

三．解答题（本题有 6 小题，共 85 分）

16．(本小题满分 13 分) 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-2\sin x\cos x$.

(I) 求 $f(x)$的最小正周期；

(II) 若 $f(x)$在区间$[m,0]$上的最小值为-1，求 m 的最大值.

17．(本小题满分 13 分) 已知在 ΔABC 中，$c=2b\cos B$，$C=\frac{2\pi}{3}$.

(I) 求 B 的大小；

(II) 在下列三个条件中选择一个作为已知，使 ΔABC 存在且唯一确定，并求出 BC 边上的中线的长度.

① $c=\sqrt{2}b$；　② 周长为 $4+2\sqrt{3}$；　③ 面积为 $S_{\Delta ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

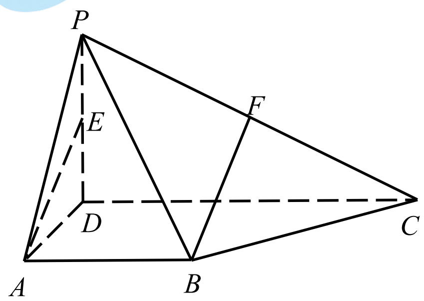
18. (本小题 14 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为梯形，$AB=AD=PD=2$，$DC=4$，$AB\,//\,DC$，$\angle ADC=\frac{\pi}{2}$，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，E，F 分别为 PD，PC 的中点.

(I) 判断直线 AE 与 BF 的位置关系，并说明理由；

(II) 求二面角 $P-BC-A$ 的余弦值；

(III) 求点 E 到平面 PBC 的距离.



19. (本小题 15 分)

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$的离心率是$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$P(\sqrt{2},1)$．直线 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+m$ 与椭圆 C 相交于 A，B 两点．

(I) 求椭圆 C 的方程；

(II) 求ΔPAB 的面积的最大值；

(III) 设直线 PA，PB 分别与 y 轴交于点 M，N．判断$|PM|$，$|PN|$的大小关系，并加以证明．

20．(本小题 15 分)

已知函数 $f(x)=\frac{ax}{e^x+a}-1$，$a\neq 0$．

(I) 当 $a=1$ 时，

(i). 求曲线 $y=f(x)$在 $x=0$ 处的切线方程；

(ii). 求证：$f(x)$在$(0,+\infty)$上有唯一极大值点；

(II) 若 $f(x)$没有零点，求 a 的取值范围．

21. (本小题15分)

若有穷数列$\{a_n\}$($n\in N^*$且$n\geq 3$)满足$|a_i-a_{i+1}|\leq|a_{i+1}-a_{i+2}|(i=1,2,\cdots,n-2)$，则称$\{a_n\}$为$M$数列．

(1)判断下列数列是否为M数列，并说明理由；

①1，2，4，3． ②4，2，8，1．

(2)已知M数列$\{a_n\}$中各项互不相同．令$b_m=|a_m-a_{m+1}|(m=1,2,\cdots,n-1)$，

求证：数列$\{a_n\}$是等差数列的充分必要条件是数列$\{b_m\}$是常数列；

(3)已知M数列$\{a_n\}$是m($m\in N^*$且$m\geq 3$)个连续正整数$1,2,\cdots,m$的一个排列．

若$\sum_{k=1}^{m-1}|a_k-a_{k+1}|=m+2$，求$m$的所有取值．

参 考 答 案

一、选择题：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	C	B	B	A	D	D	B	D

二、填空题：

11、$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　12、 2　　13、②③ → ①或①③→ ②

14、-1 ，-5 （前 3 分后 2 分）　　15、①②④

（全选对 5 分，漏选 3 分，其他 0 分）

三、解答题：

16. (本小题 13 分)

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-2\sin x\cos x$.

(I) 求 $f(x)$的最小正周期；

(II) 若 $f(x)$在区间$[m,0]$上的最小值为-1，求 m 的最大值.

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=\sqrt{3}\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)-2\sin x\cos x$

$=\sqrt{3}\left(\cos 2x\cdot\frac{1}{2}+\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\sin 2x=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$

$=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

所以 $f(x)$ 的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.　　………7 分

（Ⅱ）当 $x\in[m,0]$时，$2x+\frac{\pi}{3}\in\left[2m+\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$

若 f （x) 最小值为-1，则$2m+\frac{\pi}{3}\le-\frac{\pi}{2}$

$2m\le-\frac{5\pi}{6}, m\le-\frac{5\pi}{12}$

所以 m 的最大值是$-\frac{5\pi}{12}$.　　………13 分

17.（本小题 13 分）

已知在 ΔABC 中，$c=2b\cos B$，$C=\frac{2\pi}{3}$.

(I) 求 B 的大小；

(II) 在下列三个条件中选择一个作为已知，使 ΔABC 存在且唯一确定，并求出 BC 边上的中线的长度.

① $c=\sqrt{2}b$；　② 周长为 $4+2\sqrt{3}$；　③ 面积为 $S_{\Delta ABC}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

（1）$\because c=2b\cos B$，则由正弦定理可得 $\sin C=2\sin B\cos B$，

$\therefore \sin 2B=\sin\frac{2\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\because C=\frac{2\pi}{3}$，$\therefore B\in\left(0,\frac{\pi}{3}\right)$，$2B\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$，

$\therefore 2B=\frac{\pi}{3}$，解得 $B=\frac{\pi}{6}$；　　……… 5 分

（2）若选择①：由正弦定理结合（1）可得 $\frac{c}{b}=\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{3}$，

与 $c=\sqrt{2}b$ 矛盾，故这样的 ΔABC 不存在；

若选择②：由（1）可得 $A=\frac{\pi}{6}$，　设 ΔABC 的外接圆半径为 R，

则由正弦定理可得 $a=b=2R\sin\frac{\pi}{6}=R$，

$c=2R\sin\frac{2\pi}{3}=\sqrt{3}R$，

则周长 $a+b+c=2R+\sqrt{3}R=4+2\sqrt{3}$，

解得 $R=2$，则 $a=2,c=2\sqrt{3}$，

由余弦定理可得 BC 边上的中线的长度为：

$$\sqrt{\left(2\sqrt{3}\right)^2+1^2-2\times2\sqrt{3}\times1\times\cos\frac{\pi}{6}}=\sqrt{7}；$$

若选择③：由（1）可得 $A=\frac{\pi}{6}$，即 $a=b$，

则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}a^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，解得 $a=\sqrt{3}$，

则由余弦定理可得 BC 边上的中线的长度为：

$$\sqrt{b^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2-2\times b\times\frac{a}{2}\times\cos\frac{2\pi}{3}}=\sqrt{3+\frac{3}{4}+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{21}}{2}.$$

………13 分

18．（本小题 14 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为梯形，

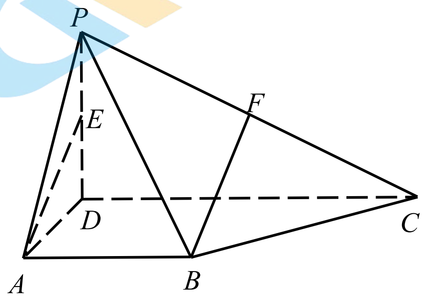
$AB=AD=PD=2$，$DC=4$，$AB\,/\!/\,DC$，$\angle ADC=\frac{\pi}{2}$，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，

E，F 分别为 PD，PC 的中点．

(I) 判断直线 AE 与 BF 的位置关系，并说明理由；

(II) 求二面角 $P-BC-A$ 的余弦值；

(III) 求点 E 到平面 PBC 的距离．



解：(Ⅰ) $AE/\!/BF$.

连结 EF，因为 E,F 分别是 PD， PC 的中点，所以 $EF\underset{=}{/\!/}\frac{1}{2}CD$

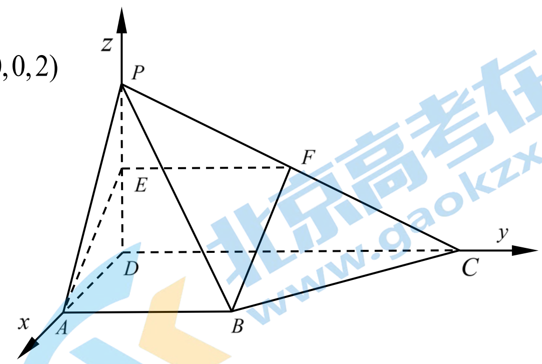
又因为 $AB\underset{=}{/\!/}\frac{1}{2}CD$，所以 $AB\underset{=}{/\!/}EF$，

所以四边形 $ABFE$ 为平行四边形，故 $AE/\!/BF$ ········ 4 分

注：回答 AE 与 BF 共面，也给满分。

(Ⅱ) 由已知 DP,DC,DA 两两垂直，建立如图

所示坐标系 $A(2,0,0),B(2,2,0),C(0,4,0),P(0,0,2)$



设平面 PBC 法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(x,y,z)$，

$$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{PB}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-x+y=0\\ x+y-z=0\end{cases}\Rightarrow\boldsymbol{n}_1=(1,1,2)$$

平面 ABC 的法向量为 $\boldsymbol{n}_2=(0,0,1)$

设

$$\cos<\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2>=\frac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

二面角 $P-BC-A$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ········10 分

(Ⅲ) $E(0,0,1)$，$\overrightarrow{EB}=(2,2,-1)$

设点 E 到平面 PBC 的距离为 d，则 $d=|\frac{\overrightarrow{EB}\cdot\boldsymbol{n}_1}{|\boldsymbol{n}_1|}|=\frac{\sqrt{6}}{3}$ ········ 14 分

19.（本小题 15 分）

已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$的离心率是$\frac{\sqrt{2}}{2}$，且过点$P(\sqrt{2},1)$.

直线 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+m$ 与椭圆 C 相交于 A，B 两点.

(I) 求椭圆 C 的方程；

(II) 求ΔPAB 的面积的最大值；

(III) 设直线 PA，PB 分别与 y 轴交于点 M，N. 判断$|PM|$，$|PN|$的大小关系，并加以证明.

解：(I) 设椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的半焦距为 c .

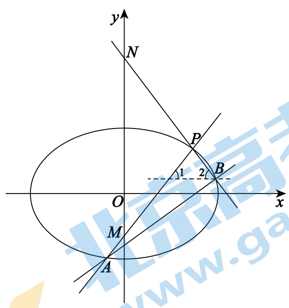
因为椭圆 C 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}=1-\frac{b^2}{a^2}=\frac{1}{2}$，　即 $a^2=2b^2$.

由 $\begin{cases} a^2=2b^2, \\ \frac{2}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1, \end{cases}$　解得 $\begin{cases} a^2=4, \\ b^2=2. \end{cases}$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$.　　[4 分]

(II) 将 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x+m$ 代入 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$，



消去 y 整理得 $x^2+\sqrt{2}mx+m^2-2=0$.

令 $\Delta=2m^2-4(m^2-2)>0$，解得 $-2<m<2$.

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$.

则 $x_1+x_2=-\sqrt{2}m$，$x_1x_2=m^2-2$.　　[5 分]

所以 $|AB|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

$=\sqrt{1+(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\sqrt{3}\cdot\sqrt{4-m^2}$.　　[6 分]

点 $P(\sqrt{2},1)$ 到直线 $x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}m=0$ 的距离为 $d=\frac{|\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{2}m|}{\sqrt{1+2}}=\frac{\sqrt{2}|m|}{\sqrt{3}}$.

所以 $\triangle PAB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{\sqrt{2}}{2}|m|\cdot\sqrt{4-m^2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\sqrt{-(m^2-2)^2+4}\leqslant\sqrt{2}$，

当且仅当 $m=\pm\sqrt{2}$ 时，$S=\sqrt{2}$. 所以 $\triangle PAB$ 的面积的最大值是 $\sqrt{2}$.

[10 分]

（III）$|PM|=|PN|$．证明如下： [11 分]

设直线 PA， PB 的斜率分别是 k_1， k_2，

则 $k_1+k_2=\dfrac{y_1-1}{x_1-\sqrt{2}}+\dfrac{y_2-1}{x_2-\sqrt{2}}=\dfrac{(y_1-1)(x_2-\sqrt{2})+(y_2-1)(x_1-\sqrt{2})}{(x_1-\sqrt{2})(x_2-\sqrt{2})}$．

由（II）得 $(y_1-1)(x_2-\sqrt{2})+(y_2-1)(x_1-\sqrt{2})$

$$=(\frac{\sqrt{2}}{2}x_1+m-1)(x_2-\sqrt{2})+(\frac{\sqrt{2}}{2}x_2+m-1)(x_1-\sqrt{2})$$

$$=\sqrt{2}x_1x_2+(m-2)(x_1+x_2)-2\sqrt{2}(m-1)$$

$$=\sqrt{2}(m^2-2)+(m-2)(-\sqrt{2}m)-2\sqrt{2}(m-1)=0,$$

所以 直线 PA， PB 的倾斜角互补．

所以 $\angle 1=\angle 2$， 所以 $\angle PMN=\angle PNM$．

所以 $|PM|=|PN|$． [15 分]

20.（本小题 15 分）已知函数 $f(x)=\frac{ax}{e^x+a}-1$， $a\neq 0$．

(I) 当 $a=1$ 时，

(i). 求曲线 $y=f(x)$在 $x=0$ 处的切线方程；

(ii). 求证：$f(x)$在$(0,+\infty)$上有唯一极大值点；

(II) 若 $f(x)$没有零点，求 a 的取值范围．

解：（Ⅰ）若 $a=1$，则 $f(x)=\dfrac{x}{e^x+1}-1$， $f'(x)=\dfrac{e^x+1-xe^x}{(e^x+1)^2}$．

①在 $x=0$ 处， $f'(0)=\dfrac{1+1}{(1+1)^2}=\dfrac{1}{2}$， $f(0)=-1$．

所以曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=\dfrac{1}{2}x-1$． ------------ 4 分

②令 $g(x)=e^x+1-xe^x$， $g'(x)=-xe^x$，

在区间 $(0,+\infty)$ 上， $g'(x)<0$，则 $g(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数．

又 $g(1)=1>0$, $g(2)=-e^2+1<0$, ，

所以 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一零点 x_0．

$f'(x)$ 与 $f(x)$ 的情况如下：

x	$(0,x_0)$	x_0	$(x_0,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−
$f(x)$	↗	极大值	↘

所以 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一极大值点 x_0． -------------- 9 分

（Ⅱ） $f(x)=\dfrac{ax-e^x-a}{e^x+a}$，

令 $h(x)=e^x+a-ax$，则 $h'(x)=e^x-a$.

①若 $a<0$，则 $h'(x)>0$，$h(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数.

因为 $h\left(\dfrac{1}{a}\right)=(e^{\frac{1}{a}}-1)+a<0$，$h(1)=e>0$，

所以 $h(x)$ 恰有一个零点 x_0 . 令 $e^{x_0}+a=0$，得 $x_0=\ln(-a)$.

代入 $h(x_0)=0$，得 $-a+a-a\ln(-a)=0$，解得 $a=-1$.

所以当 $a=-1$ 时，$h(x)$ 的唯一零点为 0，此时 $f(x)$ 无零点，符合题意.

②若 $a>0$，此时 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.

当 $x<\ln a$ 时，$h'(x)<0$，$h(x)$ 在区间 $(-\infty,\ln a)$ 上是减函数；

当 $x>\ln a$ 时，$h'(x)>0$，$h(x)$ 在区间 $(\ln a,+\infty)$ 上是增函数.

所以 $h(x)_{\min}=h(\ln a)=2a-a\ln a$.

又 $h(0)=1+a>0$，

由题意，当 $2a-a\ln a>0$，即 $0<a<e^2$ 时，$f(x)$ 无零点，符合题意.

综上，a 的取值范围是 $\{-1\}\cup(0,e^2)$. -------------15 分

21.（本小题 15 分）

若有穷数列$\{a_n\}(n\in N^*$且$n\geq 3)$满足

$|a_i-a_{i+1}|\leq|a_{i+1}-a_{i+2}|(i=1,2,\cdots,n-2)$，则称$\{a_n\}$为$M$数列.

(1)判断下列数列是否为M数列，并说明理由；

①1，2，4，3.　　　　　　②4，2，8，1.

(2)已知M数列$\{a_n\}$中各项互不相同．令$b_m=|a_m-a_{m+1}|(m=1,2,\cdots,n-1)$，

求证：数列$\{a_n\}$是等差数列的充分必要条件是数列$\{b_m\}$是常数列；

(3)已知M数列$\{a_n\}$是$m(m\in N^*$且$m\geq 3)$个连续正整数$1,2,\cdots,m$的一个排列.

若$\sum_{k=1}^{m-1}|a_k-a_{k+1}|=m+2$，求$m$的所有取值.

解：(1) ①因为$|2-4|>|4-3|$，所以该数列不是M数列；

②因为$|4-2|<|2-8|<|8-1|$，所以该数列是M数列.

(2) 必要性：

若数列$\{a_n\}$是等差数列，设公差为d，　则$b_m=|a_m-a_{m+1}|=|d|$.

所以数列$\{b_m\}$是常数列.

充分性：

若数列$\{b_m\}$是常数列，则$b_m=b_{m+1}(m=1,2,\cdots,n-2)$，

即$|a_m-a_{m+1}|=|a_{m+1}-a_{m+2}|(m=1,2,\ldots,n-2)$.

所以$a_m-a_{m+1}=a_{m+1}-a_{m+2}$或$a_m-a_{m+1}=-(a_{m+1}-a_{m+2})$.

因为数列$\{a_n\}$的各项互不相同，所以$a_m-a_{m+1}=a_{m+1}-a_{m+2}$.

所以数列$\{a_n\}$是等差数列.

(3)

当$m=3$时，因为$|a_i-a_{i+1}|\leq 2\ (i=1,2)$，所以$|a_1-a_2|+|a_2-a_3|<5$，不符合题意；

当$m=4$时，数列为$3,2,4,1$.此时$|a_1-a_2|+|a_2-a_3|+|a_3-a_4|=6$，符合题意；

当$m=5$时，数列为$2,3,4,5,1$.此时$|a_1-a_2|+|a_2-a_3|+|a_3-a_4|+|a_4-a_5|=7$，符合题意；

下证当$m\geq 6$时，不存在m满足题意.

令$b_k=|a_k-a_{k+1}|(k=1,2,\cdots,m-1)$，

则$1 \le b_1 \le b_2 \le \cdots \le b_{m-1}$，且$\sum\limits_{k=1}^{m-1} b_k = m+2$，

所以b_k有以下三种可能：

①$b_k = \begin{cases} 1,(k=1,2,\cdots,m-2) \\ 4,(k=m-1) \end{cases}$ &；

②$b_k = \begin{cases} 1,(k=1,2,\cdots,m-3) \\ 2,(k=m-2) \\ 3,(k=m-1) \end{cases}$；

③$b_k = \begin{cases} 1,(k=1,2,\cdots,m-4) \\ 2,(k=m-3,m-2,m-1) \end{cases}$.

当$b_k = \begin{cases} 1,(k=1,2,\cdots,m-2) \\ 4,(k=m-1) \end{cases}$ &时，因为$b_1 = b_2 = \cdots = b_{m-2}$，

由(2)知：$a_1, a_2, \cdots, a_{m-1}$是公差为1(或$-1$)的等差数列.

当公差为1时，由$b_{m-1} = 4$得$a_m = a_{m-1} + 4$或$a_m = a_{m-1} - 4$，

所以$a_m = a_{m-1} + 4 = a_1 + m + 2 > m$或$a_m = a_{m-1} - 4 = a_{m-5}$，与已知矛盾.

当公差为-1时，同理得出与已知矛盾.

所以当$b_k = \begin{cases} 1,(k=1,2,\cdots,m-2) \\ 4,(k=m-1) \end{cases}$ &时，不存在m满足题意.

其它情况同理可得.

综上可知，m的所有取值为4或5.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。