南充市高2023届高考适应性考试（三诊）

理科数学

第Ⅰ卷（选择题）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. 在复平面上，若复数 z 对应的点为 $(2,-1)$，则 $z\cdot(2+i)=$（　　）

A. -5　　B. $4i$　　C. $-4i$　　D. 5

2. 已知集合 $U=$ [illegible] $\{y \mid y=\sqrt{x}+2$ [illegible]，则 $C_UA=$（　　）

A. $(-\infty,1]$　　B. $[-2,-1)$　　C. $[-2,1]$　　D. $[-2,+\infty)$

3. “$a<2$”是“$\frac{a-2}{a-1}<0$”的（　　）条件

A. 充分不必要　　B. 必要不充分

C. 充分必要　　D. 既不充分也不必要

4. 已知倾斜角为 α 的直线 l 与直线 $x+2y-\lambda=0$ 垂直，则 $\tan(-\pi+\alpha)=$（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. -2

5. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别是 a，b，c，若 $b^2=a^2+c^2-ac$，则 $B=$（

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

6. 若数列 $\{a_n\}$ 对任意的 $n\in N^*$ 均有 $a_{n+2}+a_n>2a_{n+1}$ 恒成立，则称数列 $\{a_n\}$ 为“W数列”，下列数列是“W数列”的是（　　）

A. $a_n=n+1$　　B. $a_n=-2^n$　　C. $a_n=n\times3^n$　　D. $a_n=n^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n$

7. 已知点 $(\phi,0)$ 是函数 $f(x)=2\sin(3x+\phi)$ $(0<\phi<\frac{\pi}{2})$ 的一个对称中心，则为了得到函数 $y=2\sin3x+1$ 的图象，可以将 $f(x)$ 图象（　　）

A. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，再向上移动1个单位

B. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，再向上移动1个单位

C. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位，再向下移动1个单位

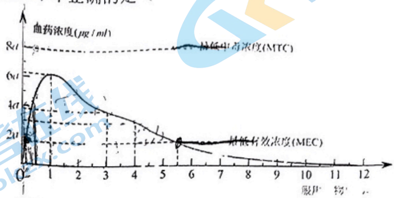
D. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位，再向下移动1个单位

8. 已知奇函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数，$g(x)=xf(x)$，若 $a=g(\log_3\frac{1}{27})$，$b=g(e^2)$，

$c=g(-3^3)$，则 a、b、c 的大小关系为（　　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>a>b$　　D. $a>c>b$

9. 血药浓度是指药物吸收后在血浆内的总浓度，当血药浓度介于最低有效浓度和最低中毒浓度之间时药物发挥作用.某种药物服用 1 单位后，体内血药浓度变化情况如图所示（服用药物时间对应 0 时），则下列说法中不正确的是（　　）



A. 首次服药 1 单位后 30 分钟时，药物已经在发挥疗效

B. 若每次服药 1 单位，首次服药 1 小时药物浓度达到峰值

C. 若首次服药 1 单位，3 小时后再次服药 1 单位，一定不会发生药物中毒

D. 每间隔 5.5 小时服用该药物 1 单位，可使药物持续发挥治疗作用

10. 我们知道：反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象是双曲线，它关于直线 $y=\pm x$ 对称，以 x 轴，y 轴为渐近线.实际上，将 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象绕原点 O 顺时针或逆时针旋转一个适当的角 θ，就可以得到双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 或 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$.则关于曲线 $y=\frac{4}{x}$，下列说法正确的是（　　）

A. 曲线上的任意点 P 到两点 $(-2\sqrt{2},-2\sqrt{2})$，$(2\sqrt{2},2\sqrt{2})$ 的距离之差为 $4\sqrt{2}$

B. 该曲线可由 $x^2-y^2=8$ 绕原点 O 顺时针旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后得到

C. 在曲线上任意一点 P 处的切线与 x 轴，y 轴围成的三角形的面积为 8

D. 该曲线的实轴长和虚轴长均为 4

11. 已知 ΔABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=3BC$，P 为斜边 AB 上一动点，沿 CP 将三角形 ACP 折起形成直二面角 $A'-CP-B$，记 $\angle ACP=\theta$，当 $A'B$ 最短时，$\sin\theta=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

12. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3$，$g(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2-x$，$\exists x_1,x_2\in[1,2]$ 使 $|g(x_1)-g(x_2)|>k|f(x_1)-f(x_2)|$（$k$ 为常数）成立，则常数 k 的取值范围为（　　）

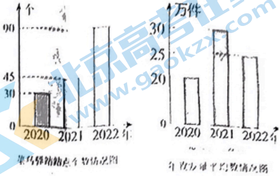
A. $(-\infty,e-2]$　　B. $(-\infty,e-2)$

C. $\left(-\infty,\frac{e^2-3}{4}\right]$　　D. $\left(-\infty,\frac{e^2-3}{4}\right)$

填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡上．

的展开式中常数项为＿＿＿（用数字作答）

14．学习小组对本地区2020年至……调查，制成了……站点个数情况的条形图和菜鸟……递收发数量的平均数情况条形图（如图）．根据图中提供的信息可以得出这……中本地区菜鸟驿站每年平均收发快递……件



15．设抛物线 $y^2=2x$ 的焦点为 F，若圆 $M:(x-3)^2+y^2=8$ 与抛物线有4个不同的交点，x 轴上方的两个交点为 A，B，则 $|FA|+|FB|$ 的值是

16．已知函数 $f(x)=\sin\dfrac{1}{x}$，有以下说法：

①$f(x)$ 的值域为 $[-1,1]$；

②$f(x)$ 是周期函数；

③$f(x)$ 在 $\left[\dfrac{2}{7\pi},\dfrac{2}{5\pi}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\dfrac{2}{\pi},+\infty\right)$ 单调递减；

④对任意的 $m\in[-1,1]$，方程 $f(x)=m$ 在区间 $(0,1)$ 上有无穷多个解．

其中所有正确的序号为＿＿＿＿＿＿＿＿．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17—21题必考题，试题考生必须作答．第22、23题为选考题，考试根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=3$，$2S_n=3a_n-3$．

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设数列 $\{b_n\}$ 满足：$b_n=a_n+\log_3 a_n$，记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 T_n

18．近年来，国际环境和局势日趋严峻，高精尖科技围堵和竞争更加激烈，国家号召各技企业汇聚科研力量，加强科技创新，大力增加研发资金，以突破我国在各个领域脖子”关键技术．某市为了解本市高科技企业的科研投入和产出方面的情况，抽查了家半导体企业2018年至2022年的研发投资额 x（单位：百亿元）和因此投入而产入附加额 y（单位：百亿元），对研发投资额 x_i 和收入附加额 y_i 进行整理，得到相并发现投资额 x 和收入附加额 y 成线性相关．

投资额 x_i（百亿元）	2	3	4	5	6	8	9
收入附加额 y_i（百亿元）	3.6	4.1	4.8	5.4	6.2	7.5	7.9

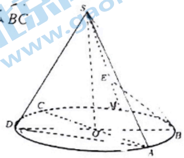
（1）求收入的附加额 y 与研发投资额 x 的线性回归方程（保留三位小数）；

（2）现从这8家企业中，任意抽取3家企业，用 X 表示这3家企业中收入附加额资额的企业个数，求 X 的分布列及数学期望。

参考数据：$\sum_{i=1}^{8}x_iy_i=334.1$，$\sum_{i=1}^{8}y_i=48.6$，$\sum_{i=1}^{8}x_i^2=356$

附：在线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\cdot\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

19. 如图所示，已知 AC,BD 是圆锥 SO 底面的两条直径，M 为劣弧 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，$AO=SO=6$，$\angle BOC=\dfrac{2\pi}{3}$.



（1）证明：$SM\perp AD$；

（2）若 E 为线段 SM 上的一点，且 BE ∥ 平面 SAD，求 AE 与平面 SAD 所成角的正弦值.

20. 在平面直角坐标系 xoy 中，动点 P 到 $M(-\sqrt{3},0),N(\sqrt{3},0)$ 的距离之和为 4.

（1）求动点 P 的轨迹 C 的方程；

（2）已知点 $A(-2,0)$，$B(0,-1)$，若点 $D(x_1,y_1),E(x_2,y_2)$ 是曲线 C 上异于顶点的两个不同的点，且 $AD//BE$，记 ΔDOE 的面积为 S，问 S 是否定值，若是，求出该定值；若不是，说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=x\sin x+\cos x+\dfrac{1}{2}ax^2$，$g(x)=x\ln\dfrac{x}{\pi}$.

（1）当 $a=0$ 时，求函数 $f(x)$ 在 $[-\pi,\pi]$ 上的极值；

（2）用 $max\{m,n\}$ 表示 m,n 中的最大值，记函数 $h(x)=max\{f(x),g(x)\}$ $(x>0)$，讨论函数 $h(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的零点个数.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题记分.

22. 在极坐标系 Ox 中，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=-\dfrac{2\sqrt{2}}{\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})}$，以极点 O 为原点、极轴 Ox 所在直线为 x 轴，取同样的单位长度建立平面直角坐标系 xoy，已知曲线 C_2 的普通方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=9$.

（1）写出曲线 C_1 的直角坐标方程和曲线 C_2 的极坐标方程；

（2）设点 $M(2,2)$，且曲线 C_1 与曲线 C_2 交于点 A,B 两点，求 $MA\cdot MB$ 的值.

23. 设函数 $f(x)=|x-1|+|x-3|$，若关于 x 的方程 $f(x)=m$ 仅有两个不同的正实数根 a,b.

（1）求 m 的取值范围；

（2）求 $\sqrt{a}+\sqrt{5b}$ 的最大值.

南充市高2023届“三诊”理科数学参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	D	C	B	B	A	C	A	D	C	C	B	D

二．填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填在答题卡上.

13．60　　14．1400　　15．$\frac{13}{4}$　　16．①③④

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第17—21题必考题，每个试题考生必须作答.第22、23题为选考题，考试根据要求作答.

(一)必考题

17．解：(1)$\because 2S_n=3a_n-3$……①

$\therefore$ 当$n\geq 2$时，$2S_{n-1}=3a_{n-1}-3$……② ……（2分）

①—②得：$2a_n=3a_n-3a_{n-1}$，即$a_n=3a_{n-1}(n\geq 2)$

$\because a_1=3$ ……（3分）

$\therefore$ 数列$\{a_n\}$以3为首项，3为公比的等比数列.

$\therefore a_n=3^n(n\in N^*)$ ……（6分）

(2)$\because b_n=a_n+\log_3 a_n=3^n+n$. ……（7分）

$\therefore T_n=b_1+b_2+\cdots+b_{n-1}+b_n=(3^1+1)+(3^2+2)+\cdots+(3^{n-1}+n-1)+(3^n+n)$

$=(3^1+3^2+\cdots+3^{n-1}+3^n)+(1+2+\cdots+n-1+n)$

$=\frac{3(1-3^n)}{1-3}+\frac{(1+n)n}{2}=\frac{3^{n+1}+n^2+n-3}{2}$.

所以$\{b_n\}$的前n项和$T_n=\frac{3^{n+1}+n^2+n-3}{2}$. ……（12分）

18．解：(1)由$\bar{x}=\frac{2+3+4+5+6+8+9+11}{8}=6$，$\bar{y}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}y_i=\frac{48.6}{8}=6.075$得： ……（2分）

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{334.1-8\times 6\times 6.075}{356-8\times 36}=0.625$$

由$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$得$\hat{a}=6.075-0.625\times 6=2.325$

所以年收入的附加额y与投资额x的线性回归方程为$\hat{y}=0.625x+2.325$. ……（6分）

(2)8个投资额中，收入附加额大于投资额的企业个数为5，

故X的所有可能取值为0，1，2，3. ……（7分）

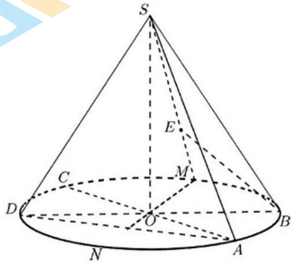
$P(X=0)=\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{1}{56}$，$P(X=1)=\frac{C_3^2C_5^1}{C_8^3}=\frac{15}{56}$，$P(X=2)=\frac{C_3^1C_5^2}{C_8^3}=\frac{15}{28}$，$P(X=3)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\frac{5}{28}$.

则 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{28}$

故$E(X)=1\times\frac{15}{56}+2\times\frac{15}{28}+3\times\frac{5}{28}=\frac{15}{8}$ ……………………（12 分）

19．证明：(1)连接 MO 并延长交 AD 于 N ……………………（2 分）



$\because M$ 为劣弧 BC 的中点

$\therefore MO$ 是 $\angle BOC$ 的角平分线，

$\therefore MN$平分$\angle AOD$

$\because OA=OD$

$\therefore MO\perp AD$ ……………………（4 分）

又$\because$ 在圆锥 SO 中，$SO\perp$ 平面$ABCD$

$\therefore SO\perp AD$

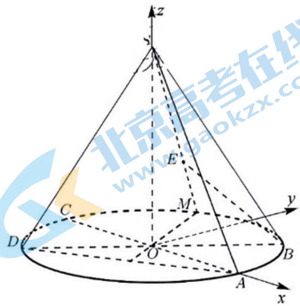
$\because MO$、$SO\subset$平面SMN，且$MO\cap SO=O$

$\therefore AD\perp$平面SMO

又$\because SM\subset$平面SMO

故 $AD\perp SM$ ……………………（6 分）

(2)以 O 为坐标原点，OA，OS 所在的直线分别为 x 轴，z 轴，以过 O 点且垂直 OA 的直线为 y 轴，建立如图所示空间直角坐标系 $O-xyz$.



故 $A(6,0,0)$，$B(3,3\sqrt{3},0)$，$M(-3,3\sqrt{3},0)$，$D(-3,-3\sqrt{3},0)$
$S(0,0,6)$

$\overrightarrow{DA}=(9,3\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{SA}=(6,0,-6)$，$\overrightarrow{MS}=(3,-3\sqrt{3},6)$

$\overrightarrow{BM}=(-6,0,0)$

设$\overrightarrow{ME}=\lambda\overrightarrow{MS}$，故$\overrightarrow{ME}=(3\lambda,-3\sqrt{3}\lambda,6\lambda)$

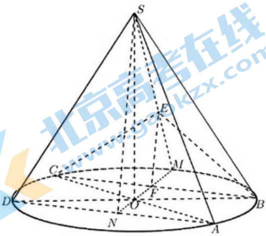
$\therefore\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{ME}=(-6+3\lambda,-3\sqrt{3}\lambda,6\lambda)$

设平面 SAD的法向量为$\vec{n}=(x,y,z)$，由$\begin{cases}\overrightarrow{DA}\cdot\vec{n}=0\\\overrightarrow{SA}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$得$\begin{cases}9x+3\sqrt{3}y=0\\6x-6z=0\end{cases}$

令 $z=1$得：法向量$\vec{n}=(1,-\sqrt{3},1)$ ……………………（8 分）

$\because BE\,//$平面SAD

$\therefore \overrightarrow{BE}\cdot\vec{n}=0$，即 $-6+3\lambda+9\lambda+6\lambda=0$，解得 $\lambda=\dfrac{1}{3}$



$\therefore \overrightarrow{ME}=(1,-\sqrt{3},2)$

又$\because$ $\overrightarrow{AM}=(-9,3\sqrt{3},0)$

$\therefore \overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{ME}=(-8,2\sqrt{3},2)$ ………………（10 分）

设 AE 与平面 SAD 所成角为 θ

$\therefore \sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{AE}\cdot\vec{n}\rangle\right|=\dfrac{|-8-6+2|}{\sqrt{5}\sqrt{64+12+4}}=\dfrac{3}{5}$

即 AE 与平面 SAD 所成角的正弦值为 $\dfrac{3}{5}$. ………………（12 分）

注：这里也可以先证明平面 BCE // 平面 SAD .得 EF // SN，进而得 E 为 SM 的三等分点，再建系证明即可.

20．解析：(1)由题意易知，动点 P 的轨迹是以 $M(-\sqrt{3},0),N(\sqrt{3},0)$ 为焦点的椭圆，且 $2a=4$

$\therefore$ 动点 P 的轨迹 C 的方程为：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ………………（4 分）

(2) 显然直线 AD 的斜率存在，设 AD 的方程为：$y=k(x+2)$

联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=k(x+2)\end{cases}$ 得：$(4k^2+1)x^2+16kx+4(4k^2-1)=0$

由 $-2x_1=\dfrac{4(4k^2-1)}{4k^2+1}$ 得：$x_1=\dfrac{2(1-4k^2)}{4k^2+1}$　　$\therefore y_1=k(x_1+2)=\dfrac{4k}{4k^2+1}$

$\therefore D\left(\dfrac{2(1-4k^2)}{4k^2+1},\dfrac{4k}{4k^2+1}\right)$ ………………（6 分）

由 AD // BE 可设 BE 的方程为 $y=kx-1$

联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+y^2=1\\ y=kx-1\end{cases}$ 得：$(4k^2+1)x^2-8kx=0$

$\therefore x_2=\dfrac{8k}{4k^2+1}$

$\therefore y_2=k\dfrac{8k}{4k^2+1}-1=\dfrac{4k^2-1}{4k^2+1}$

$\therefore E\left(\dfrac{8k}{4k^2+1},\dfrac{4k^2-1}{4k^2+1}\right)$ ……………………（9 分）

法 1：

$$S=\frac{1}{2}|OD|\cdot|OE|\cdot\sin\angle DOE=\frac{1}{2}|OD|\cdot|OE|\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OE}}{|\overrightarrow{OD}|\cdot|\overrightarrow{OE}|}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{OD}|^2\cdot|\overrightarrow{OE}|^2-(\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OE})^2}$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{(x_1^2+y_1^2)(x_2^2+y_2^2)-(x_1x_2+y_1y_2)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{x_1^2y_2^2+x_2^2y_1^2-2x_1x_2y_1y_2}=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$$

$$=\frac{1}{2}\left|\frac{2(1-4k^2)}{4k^2+1}\cdot\frac{4k^2-1}{4k^2+1}-\frac{8k}{4k^2+1}\cdot\frac{4k}{4k^2+1}\right|=\frac{1}{2}\left|\frac{2(4k^2-1)^2+32k^2}{(4k^2+1)^2}\right|=\frac{(4k^2-1)^2+16k^2}{(4k^2+1)^2}$$

$$=\frac{(4k^2+1)^2}{(4k^2+1)^2}$$

$=1$

$\therefore S$为定值1 ……………………（12 分）

法2：DE的方程为：$y-y_1=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}(x-x_1)$，即$(y_1-y_2)x-(x_1-x_2)y+x_1y_2-x_2y_1=0$

$\therefore O$到DE的距离为

$$d=\frac{|x_1y_2-x_2y_1|}{\sqrt{(y_1-y_2)^2+(x_1-x_2)^2}}=\frac{|x_1y_2-x_2y_1|}{|DE|}$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot d\cdot|DE|=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$$

后同

21．解：(1).当$a=0$时，$f(x)=x\sin x+\cos x$，$f'(x)=x\cos x$

由$f'(x)=0$得：$x=-\dfrac{\pi}{2}$或$\dfrac{\pi}{2}$. ……………………（2 分）

列表：

x	$\left[-\pi,-\frac{\pi}{2}\right)$	$-\frac{\pi}{2}$	$\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$	0	$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$	$\frac{\pi}{2}$	$\left(\frac{\pi}{2},\pi\right]$
$f'(x)$	+	0	–	0	+	0	–
$f(x)$	↗	极大	↘	极小	↗	极大	↘

$\therefore f(x)$在$[-\pi,\pi]$上有2个极大值：$f(-\frac{\pi}{2})=f(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}$ ……………………（5 分）

$f(x)$在$[-\pi,\pi]$上有1个极小值：$f(0)=1$

(2).由$h(x)=\max\{f(x),g(x)\}$知：$h(x)\geq g(x)$

(i)当$x\in(\pi,+\infty)$时，$g(x)>0$

$\therefore h(x)>0$，故$h(x)$在$(\pi,+\infty)$上无零点. ....（6 分）

(ii)当$x=\pi$时，$g(\pi)=0, f(\pi)=-1+\dfrac{\pi^2}{2}a$.

故当$f(\pi)\le 0$时，即$a\le\dfrac{2}{\pi^2}$时，$h(\pi)=0$，$x=\pi$是$h(x)$的零点.

当$f(\pi)>0$时，即$a>\dfrac{2}{\pi^2}$时，$h(\pi)=f(\pi)>0, x=\pi$不是$h(x)$的零点. ....（7 分）

(iii)当$x\in(0,\pi)$时，$g(x)<0$.

故$h(x)$在$(0,\pi)$的零点就是$f(x)$在$(0,\pi)$的零点.

$f'(x)=x(a+\cos x), f(0)=1$

①当$a\le -1$时，$a+\cos x\le 0$，故$x\in(0,\pi)$时，$f'(x)\le 0$，$f(x)$在$(0,\pi)$是减函数

结合$f(0)=1, f(\pi)=-1+\dfrac{\pi^2}{2}a<0$可知，$f(x)$在$(0,\pi)$有一个零点

故$h(x)$在$(0,\pi)$上有1个零点 ....（9 分）

②当$a\ge 1$时，$a+\cos x\ge 0$，故$x\in(0,\pi)$时，$f'(x)\ge 0$，$f(x)$在$(0,\pi)$是增函数

结合$f(0)=1$可知，$f(x)$在$(0,\pi)$无零点

故$h(x)$在$(0,\pi)$上无零点

③当$a\in(-1,1)$时，$\exists x_0\in(0,\pi)$，使得$x\in(0,x_0)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$在$(0,x_0)$是增函数;

$x\in(x_0,\pi)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$在(x_0,π)是减函数.

由$f(0)=1$知：$f(x_0)>0$.

当$f(\pi)=-1+\dfrac{\pi^2}{2}a\ge 0$，即$\dfrac{2}{\pi^2}\le a<1$时，$f(x)$在$(0,\pi)$上无零点

故$h(x)$在$(0,\pi)$上无零点.

当$f(\pi)=-1+\dfrac{\pi^2}{2}a<0$，即$-1<a<-\dfrac{2}{\pi^2}$时，$f(x)$在$(0,\pi)$上有1个零点

故$h(x)$在$(0,\pi)$上有1个零点.

..................（11 分）

综上所述：$a<\dfrac{2}{\pi^2}$时，$h(x)$有2个零点；

$a=\dfrac{2}{\pi^2}$时，$h(x)$有1个零点；

........（12 分）

$a>\dfrac{2}{\pi^2}$时，$h(x)$无零点；

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 两题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分.

22.解：(1)C_1 的直角坐标方程为 $x+y-4=0$ ……………………………(2分)

C_2 的极坐标方程 $\rho^2-4\rho\cos\theta-2\rho\sin\theta-4=0$ ……………………………(5分)

(2) 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t为参数)

将 $\begin{cases} x=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=2+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t为参数) 代入 $(x-2)^2+(y-1)^2=9$ 得：$t^2+\sqrt{2}t-8=0$ ………(7分)

显然 $\Delta>0$，设点 A,B 在直线 l 上对应的参数分别为 t_1,t_2，则

$t_1+t_2=-\sqrt{2},\ t_1\cdot t_2=-8<0$

$\therefore \overrightarrow{MA}$与$\overrightarrow{MB}$的夹角为$\pi$

$\therefore \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=|t_1|\cdot|t_2|\cos\pi=-8$ ………………………………(10分)

23.解:(1)由 $f(x)=|x-1|+|x-3|=\begin{cases} -2x+4, & x<1 \\ 2, & 1\le x\le 3 \\ 2x-4, & x>3 \end{cases}$

得函数 $f(x)$ 图像如右图所示，

$\because f(0)=f(4)=4$

所以$2<m<4$ ………………（5 分）

(2)由 $f(x)$ 图像可知：其图像关于 $x=2$ 对称，

故 $a+b=4$

$\therefore \left(\sqrt{a}+\sqrt{5b}\right)^2=\left(1\cdot\sqrt{a}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{b}\right)^2\le\left[1^2+\left(\sqrt{5}\right)^2\right]\left[\left(\sqrt{a}\right)^2+\left(\sqrt{b}\right)^2\right]=6(a+b)=24$

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{5b}\le 2\sqrt{6}$, 当且仅当 $\dfrac{\sqrt{a}}{1}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{5}}$，即 $a=\dfrac{2}{3},b=\dfrac{10}{3}$ 时等号成立.

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{5b}$ 的最大值为 $2\sqrt{6}$ ………………（10 分）

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “ 精益求精、专业严谨 ” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。