

初三数学期末模拟考试试卷

命题人：初三数学备课组 审核人：初三数学备课组

考查目标

1. 知识：人教版九年级上册《一元二次方程》、《二次函数》、《旋转》、《圆》、《概率》的全部内容。
2. 能力：数学运算能力，逻辑推理能力，阅读理解能力，实际应用能力，数形结合能力，分类讨论能力。

A 卷面成绩 90%
(满分 90 分)B 过程性评价
(满分 10 分)学业成绩总评=
A+B (满分 100 分)

考生须知

1. 本试卷分为第 I 卷、第 II 卷和答题卡，共 16 页；其中第 I 卷 2 页，第 II 卷 6 页，答题卡 8 页。全卷共三大题，28 道小题。
2. 本试卷满分 100 分，考试时间 120 分钟。
3. 在第 I 卷、第 II 卷指定位置和答题卡的密封线内准确填写班级、姓名、考号、座位号。
4. 考试结束，将答题卡交回。

第 I 卷 (选择题 共 16 分)

一、选择题 (共 16 分，每题 2 分，以下每题只有一个正确的选项)

1. 2022 年 4 月 16 日，神舟十三号载人飞船圆满完成全部既定任务，下列航天图标是中心对称图形的是 ()

A.



B.



C.



D.



2. 抛物线 $y = -x^2 + 1$ 先向左平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位长度, 所得新抛物线的解析式为 ()

A. $y = -(x+2)^2 + 2$

B. $y = -(x-2)^2$

C. $y = -(x+2)^2$

D. $y = -(x-2)^2 + 2$

3. 用配方法解方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 时, 原方程变形正确的是 ()

A. $(x-1)^2 = 6$

B. $(x-2)^2 = 9$

C. $(x+1)^2 = 6$

D. $(x+2)^2 = 9$

4. 下列语句所描述的事件是随机事件的是 ()

A. 经过任意两点画一条直线

B. 任意画一个五边形, 其外角和为 360°

C. 过平面内任意三个点画一个圆

D. 任意画一个平行四边形, 是中心对称图形

5. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在二次函数 $y = -x^2 + 2x + 4$ 的图象上. 若 $x_1 > x_2 > 1$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 \geq y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_1 > y_2$

D. $y_1 < y_2$

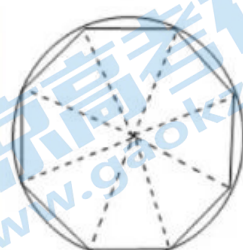
6. 刘徽在《九章算术注》中首创“割圆术”, 利用圆的内接正多边形来确定圆周率, 开创了中国数学发展史上圆周率研究的新纪元. 某同学在学习“割圆术”的过程中, 作了一个如图所示的圆内接正八边形. 若 $\odot O$ 的半径为 1, 则这个圆内接正八边形的面积为 ()

A. π

B. 2π

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $2\sqrt{2}$



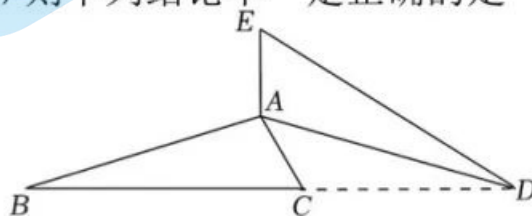
7. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转, 旋转角为 $\alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$, 得到 $\triangle ADE$, 这时点 B 旋转后的对应点 D 恰好在直线 BC 上, 则下列结论不一定正确的是 ()

A. $\angle ACD = \angle EAD$

B. $\angle ABC = \angle ADC$

C. $\angle EAC = \alpha$

D. $\angle EDC = 180^\circ - \alpha$



8. 如果 $x=5$ 是关于 x 的一元二次方程 $(x-m)(x-4+m)=n$ 的一个根, 那么关于 x 的一元二次方程 $(x+m-1)(x+3-m)=n$ 的解为 ()

A. $x_1 = -4, x_2 = 2$

B. $x_1 = -2, x_2 = 4$

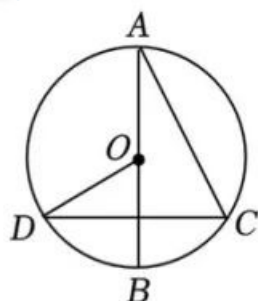
C. $x_1 = -1, x_2 = 3$

D. $x_1 = -3, x_2 = 1$

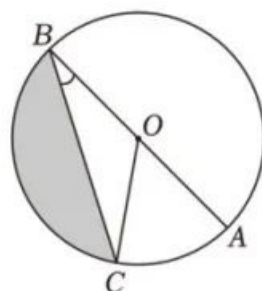
第II卷（非选择题 共84分）

二、填空题（共16分，每题2分）

9. 请你写出一个开口向上，且经过(1,0)的抛物线的解析式_____.
10. 抛物线 $y = (x-2)^2 - 1$ 的顶点坐标是_____.
11. 若 $x=3$ 是关于 x 的方程 $ax^2 - bx = 6$ 的解，则 $6a - 2b + 2023$ 的值为_____.
12. 若抛物线 $y = ax^2 + bx$ 与 x 轴的一个交点坐标为 $(-3, 0)$ ，则该抛物线的对称轴为直线_____.
13. 如图，在 $\odot O$ 中 AB 是直径， $CD \perp AB$ ， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $OD = 2$ ，那么 DC 的长等于_____.

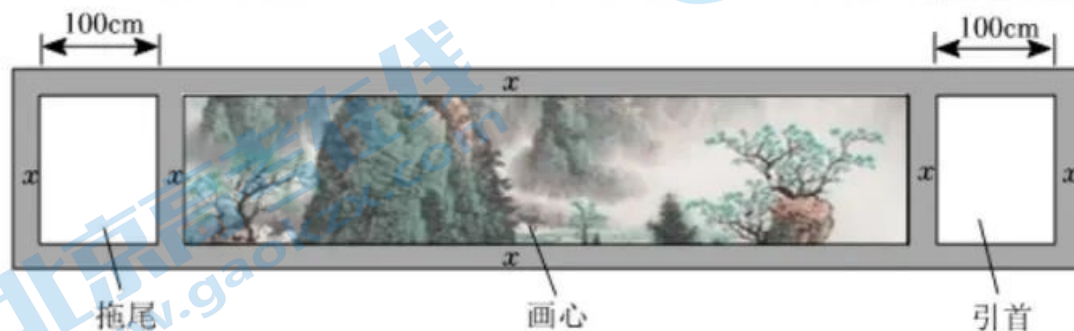


第13题图



第14题图

14. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， $AB = 4$ ，点 C 为 $\odot O$ 上一点， $\angle ABC = 30^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为_____。（结果保留 π ）
15. 手卷是国画装裱中横幅的一种体式，以能握在手中顺序展开阅览得名，它主要由“引首”、“画心”、“拖尾”三部分组成（这三部分都是矩形形状），分隔这三部分的其余部分统称为“隔水”。图中手卷长 1000 cm，宽 40 cm，引首和拖尾完全相同，其宽度都为 100 cm，若隔水的宽度为 x cm，画心的面积为 15200 cm^2 ，根据题意，可列方程是_____.



16. 某工厂用甲、乙两种原料制作 A , B , C 三种型号的工艺品, 三种型号工艺品的重量及所含甲、乙两种原料的重量如下:

工艺品型号	含甲种原料的重量/kg	含乙种原料的重量/kg	工艺品的重量/kg
A	3	4	7
B	3	2	5
C	2	3	5

现要用甲、乙两种原料共 31 kg, 制作 5 个工艺品, 且每种型号至少制作 1 个.

- (1) 若 31 kg 原料恰好全部用完, 则制作 A 型工艺品的个数为_____;
- (2) 若使用甲种原料不超过 13 kg, 同时使用乙种原料最多, 则制作方案中 A , B , C 三种型号工艺品的个数依次为_____.

三、解答题 (共 68 分, 其中第 17-21、25 题每题 5 分, 第 22-24、26 题每题 6 分, 第 27-28 题 7 分)

17. 解下列方程: $x(x+3)=2x+6$.

18. 根据江心洲地质水文条件量身打造的“新时代号”泥水平衡盾构机, 是目前世界上最先进的盾构设备之一, 被誉为“国之重器”. 如图 1, 盾构机核心部件——刀盘的形状是一个圆形. 如图 2, 当机器暂停时, 刀盘露在地上部分的跨度 $AB=12$ 米, 拱高 (弧的中点到弦的距离 CD) 3 米, 求盾构机刀盘的半径.



图1

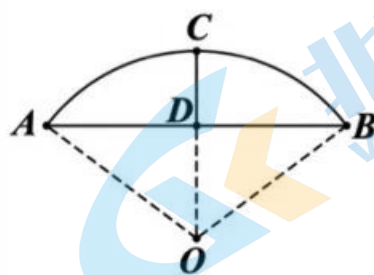


图2

19. 下面是小明设计的“过圆上一点作这个圆的切线”的尺规作图过程.

已知: $\odot O$ 及圆上一点 A .

求作: 直线 AB , 使得 AB 为 $\odot O$ 的切线, A 为切点.

小明的作法如下:

① 连接 OA 并延长到点 C ;

② 分别以点 A , C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧, 两弧交于点 D

(点 D 在直线 OA 上方);

③ 以点 D 为圆心, DA 长为半径作 $\odot D$;

④ 连接 CD 并延长, 交 $\odot D$ 于点 B , 作直线 AB .

则直线 AB 就是所求作的直线.

根据小明设计的尺规作图过程, 完成下列问题:

(1) 使用直尺和圆规, 完成作图; (保留作图痕迹)

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 AD .

$\because$ _____ $= AD$,

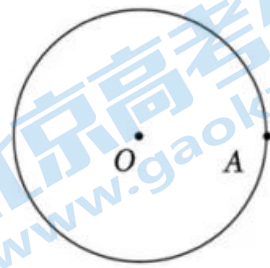
$\therefore$ 点 C 在 $\odot D$ 上, CB 是 $\odot D$ 的直径.

$\therefore$ _____ $= 90^\circ$. (_____)

$\therefore AB \perp$ _____.

$\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的切线. (_____)

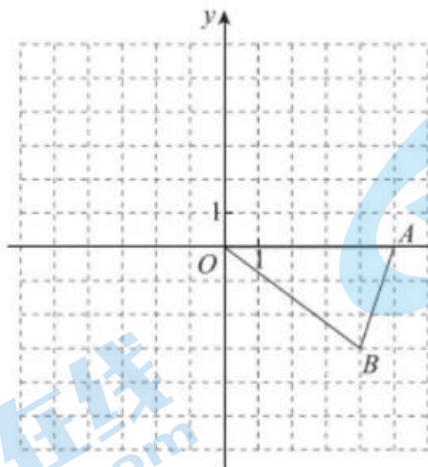


20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0,0)$, $A(5,0)$, $B(4,-3)$.

(1) 作出 $\triangle OAB$ 关于原点 O 成中心对称的图形 $\triangle OA_1B_1$ (点 A 与点 A_1 对应), 并写出点 B_1 的坐标;

(2) 将 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle OA_2B_2$, 点 B 旋转后的对应点为 B_2 , 画出旋转后的图形 $\triangle OA_2B_2$, 并写出点 B_2 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 求点 B 经过的路径 $\widehat{BB_2}$ 的长.



21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m-1)x - (3m+6) = 0$.

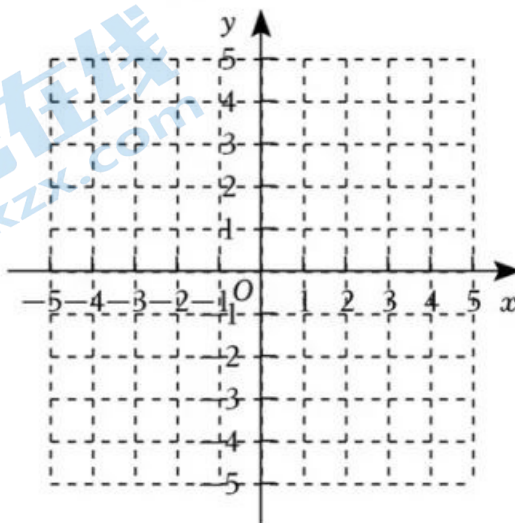
(1) 利用判别式判断方程实数根的情况;

(2) 若该方程只有一个根小于 2, 求 m 的取值范围.

22. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值，如下表：

x	$\cdots$	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	-5	0	3	4	3	0	$\cdots$

- (1) 求此抛物线的解析式，并画出其图象；
- (2) 结合图象，直接写出不等式 $ax^2 + bx + c < 3$ 的解集；
- (3) 结合图象，直接写出当 $|x| < 2$ 时， y 的取值范围。



23. “二十四节气”是中华上古农耕文明的智慧结晶，被国际气象界誉为“中国第五大发明”。小明购买了“二十四节气”主题邮票，他将“立春”、“清明”、“雨水”三张纪念邮票（除正面内容不同外，其余均相同）背面朝上，洗匀放好。

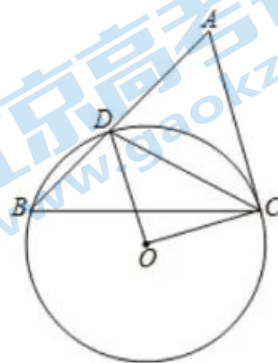
- (1) 小明从中随机抽取一张邮票是“立春”的概率是 ；
- (2) 小明从中随机抽取一张邮票，记下内容后，正面向下放回，洗匀后再从中随机抽取一张邮票。请用列举法求出小明两次抽取的邮票中至少有一张是“雨水”的概率（这三张邮票依次分别用字母 A , B , C 表示）。



24. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AB 边上一点，圆 O 过 D 、 B 、 C 三点， $\angle DOC = 2\angle ACD$.

(1) 求证：直线 AC 是圆 O 的切线；

(2) 若 $OD \perp OC$ ， $\angle ACB = 75^\circ$ ，
圆 O 的半径为4，求 BC 的长.



25. 2023年4月16日，在世界泳联跳水世界杯首站比赛中，中国队共收获9金2银，位列奖牌榜第一。赛场上运动员优美的翻腾、漂亮的入水令人赞叹不已。在10米跳台跳水训练时，运动员起跳后在空中的运动路线可以看作是抛物线的一部分。建立如图所示的平面直角坐标系，从起跳到入水的过程中，运动员的竖直高度 y （单位：米）与水平距离 x （单位：米）近似满足函数关系 $y = a(x - h)^2 + k (a < 0)$ 。

某跳水运动员进行了两次训练。

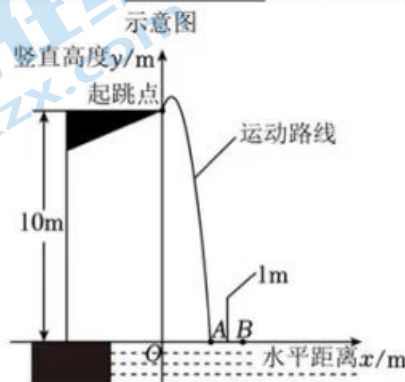
(1) 第一次训练时，该运动员的水平距离 x 与竖直高度 y 的数据如下：

水平距离 x/m	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.6	2
竖直高度 y/m	10.00	10.45	10.60	10.45	10.00	5.20	1.00

① 根据上述数据，直接写出该运动员竖直高度的最大值，并求出满足的函数关系 $y = a(x - h)^2 + k (a < 0)$ ；

② 运动员必须在距水面5m前完成规定的翻腾动作并调整好入水姿势，否则就会出现失误。在这次训练中，测得运动员在空中调整好入水姿势时，水平距离为1.6m，判断此次跳水会不会出现失误，并说明理由；

(2) 第二次训练时，该运动员的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y = -4.16(x - 0.38)^2 + 10.60$ 。如图，记该运动员第一次训练的入水点为 A ，若运动员在区域 AB 内（含 A ， B ）入水能达到压水花的要求，则第二次训练_____达到要求（填“能”或“不能”）。



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(x_0, m)$, $B(x_0+2, n)$ 在抛物线 $y = x^2 - 2bx + 1$ 上.

(1) 当 $b=5$, $x_0=4$ 时, 比较 m 与 n 的大小, 并说明理由;

(2) 若存在 $-3 < x_0 < 1$, 使得 $m > n > 1$, 求 b 的取值范围.

27. 如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=60^\circ$, D 为 AB 边上一点, $DE \perp AB$ 于 D , 连接 BE , P 为 BE 中点.

(1) 连接 PD 、 PC , 判断 PD 与 PC 的数量关系, 并直接写出 $\angle DPC$ 的度数;

(2) 如图 2, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 顺时针旋转 α 度 ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$).

① 请你依据题意补全图形;

② 在旋转过程中, $\angle DPC$ 的度数是否发生改变? 若不变, 写出它的度数, 并证明; 若变化, 请说明理由.

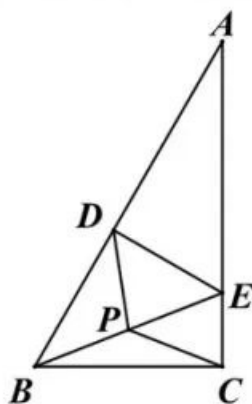


图 1

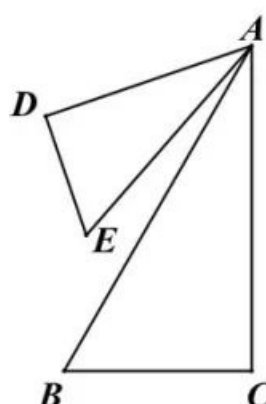


图 2

28. 对于平面内任意一点 P , 过 P 作 $PM \perp l_1$ 于点 M , $PN \perp l_2$ 于点 N , 连接 MN , 则称 MN 的长度为点 P 关于 l_1 和 l_2 的垂点距离. 特别地, 点 P 在两相交直线 l_1 、 l_2 的交点时, 记垂点距离为 0.

(1) 已知 $A(1,2)$, 则点 A 关于 x 轴和 y 轴的垂点距离为_____;

(2) 若点 P 在直线 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 上运动, 则点 P 关于 x 轴和 y 轴的垂点距离的最小值为_____;

(3) 若点 P 在以 $Q(0,1)$ 为圆心, 半径为 1 的 $\odot Q$ 上运动, 求点 P 关于 x 轴和直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 的垂点距离 h 的取值范围.