

数学试卷

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____

考生
须知

1. 本试卷有三道大题, 共 6 页。考试时长 120 分钟, 满分 150 分。
2. 考生务必将答案填写在答题纸上, 在试卷上作答无效。
3. 考试结束后, 考生应将答题纸交回。

一、选择题 共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分。在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项。

1. 直线 $x - y + 1 = 0$ 的倾斜角为()
A. 30° B. 45° C. 135° D. 150°
2. 已知椭圆 $4x^2 + 9y^2 = 36$, 则椭圆的长轴长为()
A. 6 B. 3 C. 4 D. 2
3. 如果向量 $a = (2, -1, 3)$, $b = (-1, 2, -3)$, 则 $|a + 2b| =$ ()
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $3\sqrt{2}$
4. 已知空间中两个不同的平面 α, β , 直线 $m \perp \beta$, 则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $m \parallel \alpha$ ”的()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 向量 $a = (\cos 50^\circ, \sin 50^\circ)$ 与 $b = (\cos 10^\circ, \sin 10^\circ)$ 的夹角为()
A. 20° B. 30° C. 40° D. 60°

6. 函数 $y=2\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象()

A. 关于直线 $x=\frac{\pi}{6}$ 对称

B. 关于直线 $x=-\frac{\pi}{6}$ 对称

C. 关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称

D. 关于点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 $A(-5, 0)$, 点 $B(5, 0)$, $\triangle ABC$ 的周长是 22, 则点 C 的轨迹方程是()

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{11} = 1$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{11} = 1 (y \neq 0)$

D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1 (y \neq 0)$

8. 三棱锥 $A-BCD$ 中, $AC \perp$ 平面 BCD , $BD \perp CD$, 若 $AB=2\sqrt{3}$, $BD=2$, 则三棱锥 $A-BCD$ 的体积的最大值为()

A. $\frac{4}{3}$

B. 2

C. $\frac{7}{3}$

D. 4

9. 直线 $x+y+3=0$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 A 、 B 两点, 点 C 在圆 $x^2+y^2-6x+7=0$ 上, 则 $\triangle ABC$ 的面积取值范围为()

A. $[6, 12]$

B. $[6\sqrt{2}, 12\sqrt{2}]$

C. $[12, 20]$

D. $[12\sqrt{2}, 20\sqrt{2}]$

10. 曲线 $C: x^3+y^3=1$. 给出下列结论:

①曲线 C 关于原点对称;

②曲线 C 上任意一点到原点的距离不小于 1;

③曲线 C 只经过 2 个整点(即横、纵坐标均为整数的点)

其中, 所有正确结论的序号是()

A. ①②

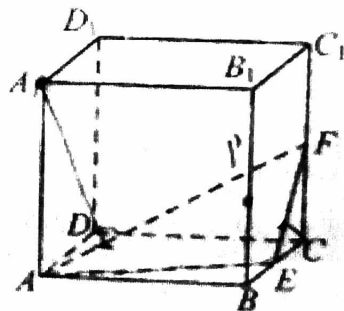
B. ②③

C. ②

D. ③

二、填空题 共5小题，每小题5分，共25分。

11. 圆心为(1, 1)且过原点的圆的方程是_____.
12. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=AA_1=2$, 则直线 AA_1 与 BC_1 所成角的大小为_____; 直线 AA_1 到平面 BB_1C_1C 的距离为_____.
13. 已知点 $M(-1, 0)$, $N(1, 0)$. 若直线 $l: x+y-m=0$ 上存在点 P 使得 $PM \perp PN$, 则实数 m 的取值范围是_____.
14. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 若存在过原点的直线交椭圆于 A, B 两点, 且 $AF \perp BF$, 则椭圆的离心率的取值范围是_____.
15. 如图, 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别是棱 BC, CC_1 的中点, P 是侧面 BCC_1B_1 内一点(包括边界), 则以下命题中, 正确的是_____.
- ①平面 AB_1F 截正方体所得截面为等腰梯形;
- ②存在点 P , 使 $A_1P \perp$ 平面 AEF ;
- ③若 $A_1P \parallel$ 平面 AEF , 则线段 A_1P 长度的取值范围是 $[\frac{3\sqrt{2}}{2}, \sqrt{5}]$;
- ④若点 P 在线段 B_1C 上, 则直线 C_1P 与平面 A_1C_1D 所成角的正弦值的最大值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$.



19. (本小题 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个顶点为 $P(0, 1)$, 且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 直线 $l: y = x + m$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 且 $|PA| = |PB|$, 求 m 的值.

20. (本小题 15 分)

如图 1, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB = 2$, $CD = 4$, $AD = \sqrt{2}$. 取 AB 中点 M , CD 中点 N , 将四边形 $AMND$ 沿 MN 翻折, 使二面角 $D-MN-C$ 的大小为 θ , 得到如图 2 所示的空间几何体.

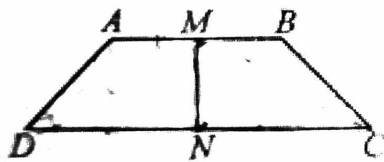


图 1

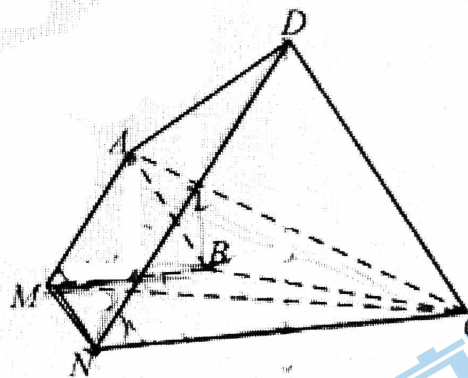


图 2

(I) 证明: 平面 $ABM \parallel$ 平面 CDN , $S_{\triangle CDN} = 4S_{\triangle ABM}$;

(II) 若 $\theta = \frac{\pi}{4}$, 求二面角 $A-MC-B$ 的余弦值.

(III) 若 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, 请直接写出点 N 到平面 AMC 的距离的取值范围.

21. (本小题共 15 分)

已知椭圆 $C: x^2 + 2y^2 = 2$, 右焦点为 F .

(I) 若点 A, B 在椭圆 C 上, 满足 $OA \perp OB$, 且直线 AB 与 x 轴垂直, 求直线 AB 的方程;

(II) 过点 F 的直线交椭圆 C 于 M, N 两点, 交直线 $x=2$ 于点 D , 设 $\vec{DM} = \lambda \vec{MF}$, $\vec{DN} = \mu \vec{NF}$, 求证: $\lambda + \mu$ 为定值.

(III) 记椭圆的上、下顶点分别为 P, Q , 过点 $(0, 2)$ 的直线与椭圆交于 E, H 两点, 证明: 直线 PH 与 QE 的交点在定直线上, 并求出该定直线的方程.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

