

# 2019 北京市宣武外国语实验学校中学高二（上）期中

## 数 学

考 生 须 知	1. 本试卷共 150 分，考试时间 120 分钟。 2. 试卷分为三个大题，共 4 页，请考生将选择题的答案填涂到机读卡上。填空题与解答题一律在答题纸上作答。 3. 请考生在左侧认真填写自己的个人信息。
------------------	--

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的离心率为 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{3}{4}$       D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 命题“对任意的  $x \in R, x^2 - 1 > 0$ ” 的否定是 ( )

- A. 不存在  $x \in R, x^2 - 1 > 0$       B. 存在  $x \in R, x^2 - 1 < 0$   
C. 存在  $x \in R, x^2 - 1 \leq 0$       D. 对任意的  $x \in R, x^2 - 1 \leq 0$

3. 长半轴长为 4，短半轴长为 1，且焦点在  $x$  轴上的椭圆标准方程是 ( )

- A.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$       B.  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$       C.  $\frac{x^2}{16} + y^2 = 1$       D.  $x^2 + \frac{y^2}{16} = 1$

4. 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $a_1 = 3, a_{n+1} = 2a_n (n \in N^*)$ ，则  $S_5$  等于 ( )

- A. 32      B. 48      C. 62      D. 93

5. 函数  $y = \sqrt{x^2 - 4}$  的定义域是 ( )

- A.  $(-2, 2)$       B.  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$   
C.  $[-2, 2]$       D.  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

6. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前 20 项和  $S_{20} = 340$ ，则  $a_6 + a_9 + a_{11} + a_{16}$  等于 ( )

- A. 31      B. 34      C. 68      D. 70

7. 设  $a, b, c \in R$ ，则“ $a > b$ ” 是“ $ac^2 > bc^2$ ” ( ) 条件

- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

8. 已知  $x, y \in R^+$ ，且  $x + 4y = 1$ ，则  $xy$  的最大值为 ( )

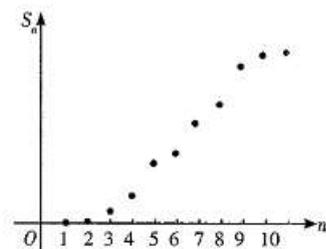
- A. 1      B.  $\frac{5}{6}$       C.  $\frac{1}{6}$       D.  $\frac{1}{30}$

9. 已知不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $\{x | -\frac{1}{3} < x < 2\}$ , 则不等式  $cx^2 + bx + a < 0$  的解变为 ( )

- A.  $\{x | -3 < x < \frac{1}{2}\}$       B.  $\{x | -2 < x < \frac{1}{3}\}$   
 C.  $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$       D.  $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\}$

10. 某采摘园的樱桃前  $n$  年的总产量  $S_n$  与  $n$  之间的关系如图所示, 从图中记录的结果看, 前  $x$  年的平均产量最高, 第  $y$  年的产量最高, 则  $x$  和  $y$  的值分别为 ( )

- A. 7 和 4      B. 7 和 8      C. 10 和 4      D. 10 和 10



二. 填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中横线上

11. 在等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 + a_4 = 5$ , 则  $a_3 =$  \_\_\_\_\_.

12. 椭圆  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$  的焦点坐标为 \_\_\_\_\_.

13. 已知  $1 < a < 3$ ,  $2 < b < 4$ , 则  $2a - b$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

14. 不等式  $\frac{1}{x-1} > 1$  的解集为 \_\_\_\_\_.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$ , 则  $S_5$  等于 \_\_\_\_\_.

16. 设函数  $f(x) = x + \frac{a}{x} (a > 0)$ .

① 当  $a = 1$  时,  $f(x)$  在区间  $(0, +\infty)$  上的最小值为 \_\_\_\_\_;

② 若  $f(x)$  在区间  $(2, +\infty)$  上存在最小值, 则满足条件的一个  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字证明, 证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 13 分)

已知全集  $U = R$ , 集合  $\{x | |x - 1| < 5\}$ ,  $B = \{x | \frac{x-7}{2x-1} > 0\}$ .

(I) 求  $A \cap B$ ;

(II) 求  $(C_U A) \cup B$ .

18. (本小题满分 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是一个等差数列, 且 $a_2 = 11$ ,  $S_5 = 45$ .

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n$ ;

(II) 求 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ 的最大值.



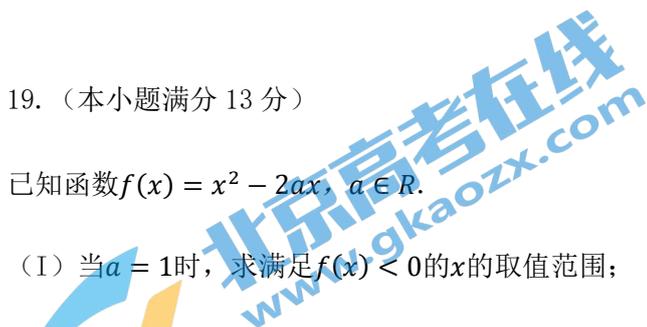
19. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax$ ,  $a \in \mathbb{R}$ .

(I) 当 $a = 1$ 时, 求满足 $f(x) < 0$ 的 $x$ 的取值范围;

(II) 解关于 $x$ 的不等式 $f(x) < 3a^2$ ;

(III) 若对于任意的 $x \in (2, +\infty)$ ,  $f(x) > 0$ 均成立, 求 $a$ 的取值范围.



20. (本小题满分 13 分)

已知 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n = 3n^2$ , 等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 3b_1$ ,  $b_2b_4 = a_2$ .

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求数列 $\{b_{2n-1}\}$ 的前 $n$ 项和为 $T_n$ .

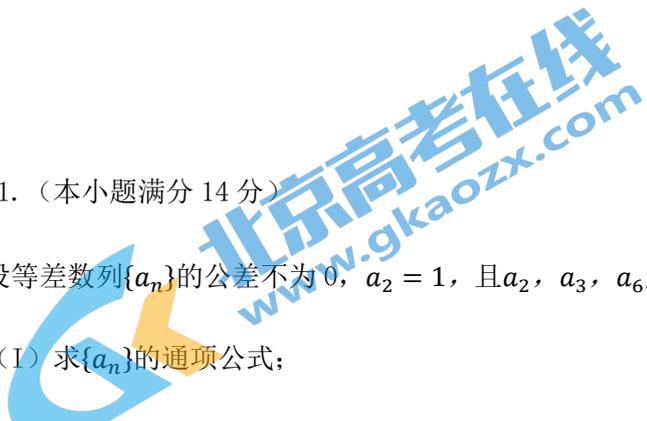


21. (本小题满分 14 分)

设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为 0,  $a_2 = 1$ , 且 $a_2, a_3, a_6$ 成等比数列.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 求使 $S_n > 35$ 成立的 $n$ 的最小值.



22. (本小题满分 14 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  长轴是短轴的  $\sqrt{2}$  倍, 且右焦点为  $F(1, 0)$ .

(I) 求椭圆  $C$  的标准方程;

(II) 直线  $l: y = k(x + 2)$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 若线段  $AB$  中点的横坐标为  $-\frac{2}{3}$ , 求直线  $l$  的方程及  $\triangle FAB$  的面积.

