

2019 北京市第一六六中学高一（上）期中

数 学

一. 选择题：本大题共 8 个，每小题 4 分，共 32 分. 只有一项是符合题目要求.

1. 已知集合 $M = \{x/x^2 + 2x = 0\}$, $N = \{2, 0\}$, 那么 $M \cap N =$ ()

- A. $\{0\}$ B. $\{2\}$ C. \emptyset D. $\{-2, 0, 2\}$

2. 已知某幂函数的图象过点 $(2, \sqrt{2})$, 则此函数的解析式是 ()

- A. $y = x^2$ B. $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x$ C. $y = \sqrt{x}$ D. $y = \frac{1}{x^2}$

3. 下列函数中, 表示同一个函数是 ()

- A. $y = x^2$ 与 $y = (\sqrt{x})^4$ B. $y = x^2$ 与 $y = t^2$
C. $y = \frac{|x|}{x}$ 与 $y = \begin{cases} 1(x \geq 0) \\ -1(x < 0) \end{cases}$ D. $y = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$ 与 $y = \sqrt{x^2-1}$

4. 在区间 $(0, +\infty)$ 上是单调递减函数的是 ()

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = \sqrt{x}$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = x^2 + 1$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3, & x \leq 0 \\ 3 - x, & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(-2) =$ ()

- A. -1 B. -2 C. 0 D. 1

6. “ $f(3) > f(2)$ ” 是 “函数 $f(x)$ 在 $[2, 3]$ 上单调递增” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. $a, b \in R$, 且 $ab > 0$, 则下列不等式中恒成立的是 ()

- A. $a^2 + b^2 > 2ab$ B. $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{1}{\sqrt{ab}}$ D. $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

8. 若奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 又 $f(-3) = 0$, 则 $\{x/x \cdot f(x) < 0\}$ 等于 ()

- A. $\{x/x > 3 \text{ 或 } -3 < x < 0\}$ B. $\{x/0 < x < 3 \text{ 或 } x < -3\}$
C. $\{x/x > 3 \text{ 或 } x < -3\}$ D. $\{x/0 < x < 3 \text{ 或 } -3 < x < 0\}$

二. 填空题：本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分.

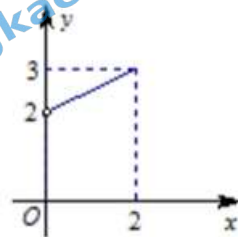
9. 命题“ $\forall x \in R, x^2 > 0$ ”的否定是_____.

10 计算 $(\frac{27}{8})^{\frac{2}{3}} =$ _____, $\sqrt[2]{(\pi - 4)^2} =$ _____.

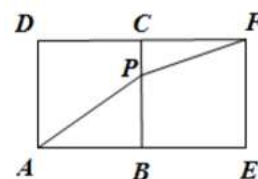
11. 能说明“若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题的一组 a, b 的值依次为_____.

12. 已知 $x > 0, y > 0, xy = 16$, 当 $x =$ _____, $y =$ _____时, $x + 4y$ 的最小值为_____.

13. 函数 $f(x)$ 是定义在 $[-2, 0) \cup (0, 2]$ 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x)$ 的图象如图所示, 那么 $f(x)$ 的值域是 _____.



14. 某同学为研究函数 $f(x) = \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+(1-x)^2}$ ($0 \leq x \leq 1$)的性质, 构造了如图所示的两个边长为1的正方形 $ABCD$ 和 $BEFC$, 点 P 是边 BC 上的一个动点, 设 $CP = x$, 则 $AP + PF = f(x)$. 请你参考这些信息, 推知函数 $f(x)$ 的图象的对称轴是_____; 当 $f(x) = \frac{9}{4}$ 时 x 的个数为_____.



三. 解答题: 本大题共4个小题, 共44分. 写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分11分)

已知集合 $A = \{x/x^2 - 6x + 5 \leq 0\}$, $B = \{x/-1 < x \leq 3\}$, $C = \{x/x \leq a\}$.

(1) 求 $A \cap B, A \cup B, C_R A$;

(2) 若 $A \subseteq C$, 求实数 a 的取值范围.

16. (本小题满分11分)

已知函数 $f(x) = x^m - \frac{2}{x}$, 且 $f(4) = \frac{7}{2}$.

(1) 求 m 的值, 并求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判定 $f(x)$ 的奇偶性, 并给予证明;

(3) 判定 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性, 并用定义给予证明.

17. (本小题满分 11 分)

已知关于 x 的方程 $x^2 + (m - 1)x + (m^2 - m) = 0$ 有两个实数根, 设为 x_1, x_2 .

- (1) 求实数 m 的取值范围;
- (2) 求 $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ 的最大值和最小值.



18. (本小题满分 11 分)

通过研究学生的学习行为, 专家发现学生的注意力随着老师讲课时间的变化而变化: 讲课开始时, 学生的兴趣激增; 中间有一段时间, 学生的兴趣保持较理想的状态, 随后学生的注意力开始分散. 设 $f(t)$ 表示学生注意力随时间 t (分钟) 的变化规律, $f(t)$ 越大, 表明学生注意力越集中, 经过试验分析得知:

$$f(t) = \begin{cases} -t^2 + 24t + 100 & (0 < t < 10) \\ 240 & (10 < t < 20) \\ -7t + 380 & (20 < t \leq 40) \end{cases} .$$

- (1) 讲课开始后多少分钟, 学生的注意力最集中? 能持续多少分钟?
- (2) 讲课开始后 5 分钟与讲课开始后 25 分钟比较, 何时学生的注意力更集中?
- (3) 一道数学难题, 需要讲解 24 分钟, 并且要求学生的注意力至少达到 180, 那么经过适当安排, 老师能否在学生达到需要的状态下讲授完这道题目?

