

# 昌平二中 2022—2023 学年第一学期高三年级期中考试数学试卷

(满分: 150 分 时间: 120 分钟)

一、选择题(共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题中选出符合题目要求的一项.)

- (1) 设集合  $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $N = \{x | 2x > 7\}$ , 则  $M \cap N = ( )$
- A.  $\{7, 9\}$       B.  $\{5, 7, 9\}$       C.  $\{3, 5, 7, 9\}$       D.  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- (2) 在复平面内, 复数  $\frac{1}{1+i}$  对应的点位于( )
- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
- (3) 圆  $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$  与圆  $D: (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 18$  的位置关系为( )
- A. 外离      B. 内切      C. 相交      D. 外切
- (4) 在  $(x - 2)^5$  的展开式中,  $x^4$  的系数为( )
- A.  $-5$       B.  $5$       C.  $-10$       D.  $10$
- (5) 设  $m, n$  为不重合的两条直线,  $\alpha, \beta$  为不重合的两个平面, 下列命题错误的是( )
- A. 若  $m \perp \alpha$  且  $n \perp \alpha$ , 则  $m // n$       B. 若  $m // \alpha$  且  $m \perp \beta$ , 则  $\alpha \perp \beta$
- C. 若  $m // \alpha$  且  $n // \alpha$ , 则  $m // n$       D. 若  $\alpha // \beta$  且  $m \perp \alpha$ , 则  $m \perp \beta$
- (6) 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{2}$ , 则  $C$  的渐近线方程为( )
- A.  $y = \pm \frac{1}{4}x$       B.  $y = \pm \frac{1}{3}x$       C.  $y = \pm \frac{1}{2}x$       D.  $y = \pm x$
- (7) 已知向量  $\vec{a} = (1, m - 1)$ ,  $\vec{b} = (m, 2)$ , 则 “ $m = 2$ ” 是 “ $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  共线” 的( )
- A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件      C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
- (8) 过抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点  $F$  的直线交抛物线于  $A, B$  两点, 且  $|AB| = 8$ , 则线段  $AB$  的中点到  $y$  轴的距离为( )
- A. 1      B. 4      C. 3      D. 7
- (9) 过直线  $3x + 4y + 12 = 0$  上一点  $P$  作圆  $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$  的切线, 切点为  $A, B$ , 则四边形  $PACB$  的面积的最小值为( )
- A.  $\sqrt{6}$       B.  $2\sqrt{2}$       C. 3      D.  $2\sqrt{3}$



三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(16) 本小题满分 13 分（第一问 6 分，第二问 7 分）

已知函数  $f(x) = \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$ .

(I) 求函数  $f(x)$  的最小正周期；

(II) 若  $f(x) + m \leq 0$  对  $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  恒成立，求实数  $m$  的取值范围。

(17) 本小题满分 13 分（第一问 5 分，第二问 8 分）

在  $\triangle ABC$  中， $b^2 + c^2 = a^2 + \sqrt{3}bc$ .

(I) 求  $\angle A$  的大小；

(II) 请从以下三组条件中选出一组条件使得三角形存在且唯一确定，并求  $\triangle ABC$  的面积。

条件①:  $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $b = \sqrt{2}$ ;

条件②:  $\cos B = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $a = \sqrt{2}$ ;

条件③:  $a = 1$ ,  $b = \sqrt{2}$ .

(18) 本小题满分 14 分（第一问 5 分，第二问 9 分）

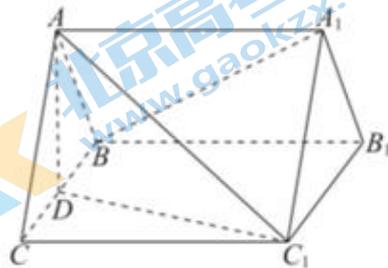
已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F$ ，点  $A(2, y_0)$  为抛物线上一点，且  $|AF| = 4$ .

(1) 求抛物线的方程；

(2) 不过原点的直线  $l: y = x + m$  与抛物线交于不同两点  $P, Q$ ，若  $OP \perp OQ$ ，求  $m$  的值。

(19) 本小题满分 15 分 (第一问 4 分, 第二问 7 分, 第 3 问 4 分)

如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $BB_1 \perp$  平面  $ABC$ ,  $\triangle ABC$  为正三角形, 侧面  $ABB_1A_1$  是边长为 2 的正方形,  $D$  为  $BC$  的中点.



(1) 求证:  $A_1B \perp$  平面  $AC_1D$ ;

(2) 求二面角  $C - AC_1 - D$  的余弦值;

(3) 试判断直线  $A_1B_1$  与平面  $AC_1D$  的位置关系, 并加以证明.

(20) 本小题满分 15 分 (第一问 5 分, 第二问 10 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{1}{2}$ ,  $F_1, F_2$  是椭圆  $C$  的左右焦点, 点  $P$  是椭圆上任意一点且满足  $|PF_1| + |PF_2| = 4$

(I) 求椭圆方程;

(II) 设  $T$  为椭圆右顶点, 过点  $F_2$  的直线  $l$  与椭圆  $C$  交于  $M, N$  两点 (异于  $T$ ), 直线  $MT, NT$  分别交直线  $x=4$  于  $A, B$  两点. 求证:  $A, B$  两点的纵坐标之积为定值.

(21) 本小题满分 15 分 (第一问 4 分, 第二问 5 分, 第 3 问 6 分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 \in N^*, a_1 \leq 36$ , 且  $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n, & a_n \leq 18 \\ 2a_n - 36, & a_n > 18 \end{cases} (n = 1, 2, \dots)$ , 记集合  $M = \{a_n | n \in N^*\}$ .

(I) 若  $a_1 = 6$ , 写出集合  $M$  的所有元素;

(II) 如集合  $M$  存在一个元素是 3 的倍数, 证明:  $M$  的所有元素都是 3 的倍数;

(III) 求集合  $M$  的元素个数的最大值.

## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯