

昌平二中 2022—2023 学年第一学期高三年级期中考试数学试卷

(满分: 150 分 时间: 120 分钟)

一、选择题(共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题中选出符合题目要求的一项.)

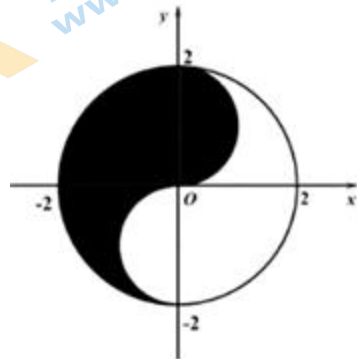
- (1) 设集合 $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{x | 2x > 7\}$, 则 $M \cap N = ()$
- A. $\{7, 9\}$ B. $\{5, 7, 9\}$ C. $\{3, 5, 7, 9\}$ D. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- (2) 在复平面内, 复数 $\frac{1}{1+i}$ 对应的点位于()
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- (3) 圆 $C: x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$ 与圆 $D: (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 18$ 的位置关系为()
- A. 外离 B. 内切 C. 相交 D. 外切
- (4) 在 $(x - 2)^5$ 的展开式中, x^4 的系数为()
- A. -5 B. 5 C. -10 D. 10
- (5) 设 m, n 为不重合的两条直线, α, β 为不重合的两个平面, 下列命题错误的是()
- A. 若 $m \perp \alpha$ 且 $n \perp \alpha$, 则 $m // n$ B. 若 $m // \alpha$ 且 $m \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$
- C. 若 $m // \alpha$ 且 $n // \alpha$, 则 $m // n$ D. 若 $\alpha // \beta$ 且 $m \perp \alpha$, 则 $m \perp \beta$
- (6) 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 C 的渐近线方程为()
- A. $y = \pm \frac{1}{4}x$ B. $y = \pm \frac{1}{3}x$ C. $y = \pm \frac{1}{2}x$ D. $y = \pm x$
- (7) 已知向量 $\vec{a} = (1, m - 1)$, $\vec{b} = (m, 2)$, 则 “ $m = 2$ ” 是 “ \vec{a} 与 \vec{b} 共线” 的()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- (8) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点, 且 $|AB| = 8$, 则线段 AB 的中点到 y 轴的距离为()
- A. 1 B. 4 C. 3 D. 7
- (9) 过直线 $3x + 4y + 12 = 0$ 上一点 P 作圆 $C: x^2 + y^2 - 2x = 0$ 的切线, 切点为 A, B , 则四边形 $PACB$ 的面积的最小值为()
- A. $\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

(10) 众所周知的“太极图”，其形状如对称的阴阳两鱼互抱在一起，因而也被称为“阴阳鱼太极图”.如图是放在平面直角坐标系中的“太极图”，整个图形是一个圆形，其中黑色阴影区域在 y 轴右侧部分的边界为一个半圆，已知直线 $l: y = a(x - 2)$.给出以下命题：

- ①当 $a = 0$ 时，若直线 l 截黑色阴影区域所得两部分面积记为 $s_1, s_2 (s_1 \geq s_2)$ ，则 $s_1 : s_2 = 3 : 1$ ；
 ②当 $a = -\frac{4}{3}$ 时，直线 l 与黑色阴影区域有 1 个公共点；
 ③当 $a \in (0, 1]$ 时，直线 l 与黑色阴影区域有 2 个公共点.

其中所有正确命题的序号是()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③



二、填空题（共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.）

(11) 已知单位向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $\vec{a} \perp 2\vec{b}$ ，则 $|2\vec{b} - \vec{a}|$ 的值为_____.

(12) 角 α 以 Ox 为始边，它的终边与单位圆 O 相交于第四象限点 P ，且点 P 的横坐标为 $\frac{4}{5}$ ，
 则 $\tan \alpha$ 的值为_____.

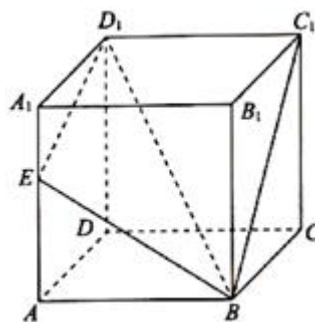
(13) 已知各顶点都在一个球面上的正四棱柱高为 4，体积为 16，则这个球的表面积是_____.

(14) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x, & x \leq 0 \\ 1 - 3x, & x > 0 \end{cases}$ ，则 $f(f(-1)) =$ _____；若 $f(2a^2 - 3) > f(5a)$ ，

则实数 a 的取值范围是_____.

(15) 如图，在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是棱 AA_1 上的一个动点，给出下列四个结论：

- ①三棱锥 $B_1 - BED_1$ 的体积为定值；
 ②存在点 E ，使得 $B_1D \perp$ 平面 BED_1 ；
 ③对每一个点 E ，在棱 DC 上总存在一点 P ，使得 $AP \parallel$ 平面 BED_1 ；
 ④ M 是线段 BC_1 上的一个动点，过点 A_1 的截面 α 垂直于 DM ，则截面 α 的面积的最小值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.



其中所有正确结论的序号是_____.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(16) 本小题满分 13 分（第一问 6 分，第二问 7 分）

已知函数 $f(x) = \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期；

(II) 若 $f(x) + m \leq 0$ 对 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

(17) 本小题满分 13 分（第一问 5 分，第二问 8 分）

在 $\triangle ABC$ 中， $b^2 + c^2 = a^2 + \sqrt{3}bc$.

(I) 求 $\angle A$ 的大小；

(II) 请从以下三组条件中选出一组条件使得三角形存在且唯一确定，并求 $\triangle ABC$ 的面积。

条件①: $\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = \sqrt{2}$;

条件②: $\cos B = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $a = \sqrt{2}$;

条件③: $a = 1$, $b = \sqrt{2}$.

(18) 本小题满分 14 分（第一问 5 分，第二问 9 分）

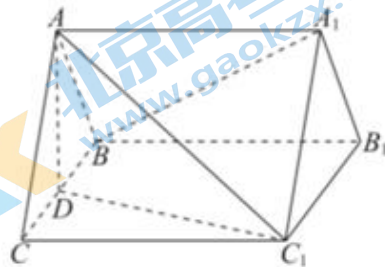
已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，点 $A(2, y_0)$ 为抛物线上一点，且 $|AF| = 4$.

(1) 求抛物线的方程；

(2) 不过原点的直线 $l: y = x + m$ 与抛物线交于不同两点 P, Q ，若 $OP \perp OQ$ ，求 m 的值。

(19) 本小题满分 15 分 (第一问 4 分, 第二问 7 分, 第 3 问 4 分)

如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $BB_1 \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 为正三角形, 侧面 ABB_1A_1 是边长为 2 的正方形, D 为 BC 的中点.



(1) 求证: $A_1B \perp$ 平面 AC_1D ;

(2) 求二面角 $C - AC_1 - D$ 的余弦值;

(3) 试判断直线 A_1B_1 与平面 AC_1D 的位置关系, 并加以证明.

(20) 本小题满分 15 分 (第一问 5 分, 第二问 10 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, F_1, F_2 是椭圆 C 的左右焦点, 点 P 是椭圆上任意一点且满足 $|PF_1| + |PF_2| = 4$

(I) 求椭圆方程;

(II) 设 T 为椭圆右顶点, 过点 F_2 的直线 l 与椭圆 C 交于 M, N 两点 (异于 T), 直线 MT, NT 分别交直线 $x=4$ 于 A, B 两点. 求证: A, B 两点的纵坐标之积为定值.

(21) 本小题满分 15 分 (第一问 4 分, 第二问 5 分, 第 3 问 6 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 \in \mathbb{N}^*$, $a_1 \leq 36$, 且 $a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n, & a_n \leq 18 \\ 2a_n - 36, & a_n > 18 \end{cases} (n = 1, 2, \dots)$, 记集合 $M = \{a_n | n \in \mathbb{N}^*\}$.

(I) 若 $a_1 = 6$, 写出集合 M 的所有元素;

(II) 如集合 M 存在一个元素是 3 的倍数, 证明: M 的所有元素都是 3 的倍数;

(III) 求集合 M 的元素个数的最大值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯