

2022 北京五十中高高一 12 月月考

数 学

本试卷共 3 页, 满分 100 分. 考试时长 90 分钟. 考生务必将答案答在答题卡上, 在试卷上作答无效. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分 (选择题 共 40 分)

一、选择题 共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题列出的四个选项中, 选出符合题目要求的一项.

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{N} \mid x^2 = 1\}$, 那么 $A \cap B =$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

2. 已知 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x - 2$, 则 $f(-\frac{1}{2})$ 的值为 ()

- A. $-\frac{5}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$
C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

3. 设 $x > 0, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x > y$ ” 是 “ $x > |y|$ ” 的 ()

- A. 充要条件 B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 $a = \log_2 0.2, b = 2^{0.2}, c = 0.2^{0.3}$, 则

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $c < a < b$ D. $b < c < a$

5. 利用二分法求方程 $\log_3 x = 3 - x$ 的近似解, 可以取的一个区间是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$

6. 若函数 $f(x)$ 是 \mathbf{R} 上的减函数, $a > 0$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $f(a^2) < f(a)$ B. $f(a) < f\left(\frac{1}{a}\right)$
C. $f(a) < f(2a)$ D. $f(a^2) < f(a-1)$

7. 函数 $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$ 的单调递增区间是 ()

- A. $(-\infty, -2)$ B. $(-\infty, -1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$

8. 函数 $f(x) = \begin{cases} 4x - 4, & x \leq 1 \\ x^2 - 4x + 3, & x > 1 \end{cases}$ 的图象和函数 $g(x) = \log_2 x$ 的图象的交点个数是

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 单调递增, 则满足 $f(2x-1) < f(\frac{1}{3})$ 的 x 取值范围是 ()

A. $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

B. $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

C. $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$

D. $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$

10. 已知函数 $f(x) = x + \frac{a}{x}$, 给出下列结论:

① $\forall a \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 是奇函数;

② $\exists a \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 不是奇函数;

③ $\forall a \in \mathbf{R}$, 方程 $f(x) = -x$ 有实根;

④ $\exists a \in \mathbf{R}$, 方程 $f(x) = -x$ 有实根.

其中, 所有正确结论的序号是

A. ①③

B. ①④

C. ①②④

D. ②③④

第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分.

11. 函数 $f(x) = \frac{1}{x+1} + \ln x$ 的定义域是_____.

12. 已知幂函数 $f(x)$, 它 图象过点 $(\frac{1}{2}, 4)$, 那么 $f(8)$ 的值为_____.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & x \geq 0 \\ x^2 - 2x - \frac{11}{4} & x < 0 \end{cases}$, 则 $f(1) =$ _____, 如果 $f(x) = \frac{1}{4}$, 那么 x 等于_____.

14. 已知函数 $f(x)$ 是指数函数, 若 $\frac{f(1)}{f(3)} = 4$, 则 $f(-2)$ _____ $f(-3)$. (用“>”“<”“=”填空)

15. 2019 年 7 月, 中国良渚古城遗址获准列入世界遗产名录, 标志着中华五千年文明史得到国际社会认可. 良渚古城遗址是人类早期城市文明的范例, 实证了中华五千年文明史. 考古科学家在测定遗址年龄的过程中利用了“放射性物质因衰变而减少”这一规律. 已知样本中碳 14 的质量 N 随时间 t (单位: 年) 的衰变规律满足 $N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{5730}}$ (N_0 表示碳 14 原有的质量), 则经过 5730 年后, 碳 14 的质量变为原来的

_____ ; 经过测定, 良渚古城遗址文物样本中碳 14 的质量是原来的 $\frac{1}{2}$ 至 $\frac{3}{5}$, 据此推测良渚古城存在的时期距今约在_____年到 5730 年之间. (参考数据: $\log_2 3 \approx 1.6, \log_2 5 \approx 2.3$)

三、解答题共 4 小题, 共 40 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$, $C = \{x | m - 2 \leq x \leq m + 2\}$.

(1) 求 $A \cap B$, $\complement_{\mathbf{R}}(A \cup B)$;

(2) 若 $A \subseteq \complement_{\mathbb{R}} C$, 求实数 m 的取值范围.

17.

已知函数 $f(x) = \log_2 \frac{1-x}{1+x}$,

- (1) 求函数 定义域;
- (2) 判断函数的奇偶性, 并给予证明;
- (3) 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集.

18. 某公司为改善营运环境, 年初以 50 万元 价格购进一辆豪华客车. 已知该客车每年的营运总收入为 30 万元, 使用 x 年 ($x \in \mathbf{N}_+$) 所需的各种费用总计为 $2x^2 + 6x$ 万元.

- (1) 该车营运第几年开始赢利 (总收入超过总支出, 今年为第一年);
- (2) 该车若干年后有两种处理方案:
 - ① 当赢利总额达到最大值时, 以 10 万元价格卖出;
 - ② 当年平均赢利总额达到最大值时, 以 12 万元的价格卖出.

问: 哪一种方案较为合算? 并说明理由.

19. 已知函数 $f(x) = x^2 + (1-k)x + 2-k$.

- (1) 解关于 x 的不等式 $f(x) < 2$;
- (2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上有两个不同的零点, 求实数 k 的取值范围.
- (3) 对任意的 $x \in (-1, 2)$, $f(x) \geq 1$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.



参考答案

一、选择题 共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 【答案】A

【解析】

分析】

求得集合 B ，集合交集的运算，即可求解.

【详解】由题意，集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ ， $B = \{x \in N \mid x^2 = 1\} = \{1\}$ ，所以 $A \cap B = \{1\}$.

故选：A.

2. 【答案】C

【解析】

【分析】

根据函数为奇函数可知 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -f\left(\frac{1}{2}\right)$ ，然后根据 $x > 0$ 时 $f(x)$ 的解析式可求解出 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的值，则

$f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 的值可求.

【详解】因为 $f(x)$ 为奇函数，所以 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -f\left(\frac{1}{2}\right)$ ，

又因为 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$ ，所以 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = -f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$ ，

故选：C.

【点睛】关键点点睛：解答本题的关键是利用奇偶性的定义将计算 $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ 的值转化为计算 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 的值，

从而根据已知条件完成求解.

3. 【答案】C

【解析】

【分析】根据充分条件和必要条件的含义，结合特殊值说明即可.

【详解】设 $x = 3$ ， $y = -4$ ，显然有 $x > y$ ，但是 $x > |y|$ 不成立；

若 $x > |y|$ ，因为 $|y| \geq y$ ，所以有 $x > y$ 成立.

所以，“ $x > y$ ”是“ $x > |y|$ ”的必要而不充分条件.

故选：C.

4. 【答案】B

【解析】

【分析】运用中间量0比较 a, c ，运用中间量1比较 b, c

【详解】 $a = \log_2 0.2 < \log_2 1 = 0$ ， $b = 2^{0.2} > 2^0 = 1$ ， $0 < 0.2^{0.3} < 0.2^0 = 1$ ，则 $0 < c < 1, a < c < b$ 。故选B。

【点睛】本题考查指数和对数大小的比较，渗透了直观想象和数学运算素养。采取中间变量法，利用转化与化归思想解题。

5. 【答案】C

【解析】

【分析】设 $f(x) = \log_3 x - 3 + x$ ，根据当连续函数 $f(x)$ 满足 $f(a) \cdot f(b) < 0$ 时， $f(x)$ 在区间 (a, b) 上有零点，即方程 $\log_3 x = 3 - x$ 在区间 (a, b) 上有解，进而得到答案。

【详解】解：设 $f(x) = \log_3 x - 3 + x$ ，

\therefore 当连续函数 $f(x)$ 满足 $f(a) \cdot f(b) < 0$ 时， $f(x)$ 在区间 (a, b) 上有零点，

即方程 $\log_3 x = 3 - x$ 在区间 (a, b) 上有解，

又 $\because f(2) = \log_3 2 - 1 < 0$ ， $f(3) = \log_3 3 - 3 + 3 = 1 > 0$ ，

故 $f(2) \cdot f(3) < 0$ ，

故方程 $\log_3 x = 3 - x$ 在区间 $(2, 3)$ 上有解，

即利用二分法求方程 $\log_3 x = 3 - x$ 的近似解，可以取的一个区间是 $(2, 3)$ 。

故选：C。

6. 【答案】D

【解析】

【分析】

根据函数单调性，以及题中条件，逐项判断，即可得出结果。

【详解】因为函数 $f(x)$ 是 R 上的减函数， $a > 0$ ，

A选项， $a^2 - a = a(a - 1)$ ，当 $a > 1$ 时， $a^2 > a$ ，所以 $f(a^2) < f(a)$ ；当 $0 < a < 1$ 时， $a^2 < a$ ，所以

$f(a^2) > f(a)$ ，即B不一定成立；

B选项，当 $a > 1$ 时， $a > \frac{1}{a}$ ，所以 $f(a) < f\left(\frac{1}{a}\right)$ ；当 $0 < a < 1$ 时， $a < \frac{1}{a}$ ，所以 $f(a) > f\left(\frac{1}{a}\right)$ ，即B不一定成立；

C选项， $a > 0$ 时， $2a > a$ ，则 $f(a) > f(2a)$ ，所以C不成立；

D选项， $a^2 - (a - 1) = a^2 - a + 1 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ ，则 $a^2 > a - 1$ ；所以 $f(a^2) < f(a - 1)$ ，即D一定

成立。

故选：D。

7. 【答案】D

【解析】

【分析】根据复合函数的单调性的性质，结合对数函数、二次函数的单调性、对数的定义进行求解即可.

【详解】由对数的定义可知： $x^2 - 2x - 8 > 0 \Rightarrow x > 4$ 或 $x < -2$,

二次函数 $y = x^2 - 2x - 8$ 的对称轴为 $x = 1$ ，所以该二次函数的单调递增区间为 $(1, +\infty)$,

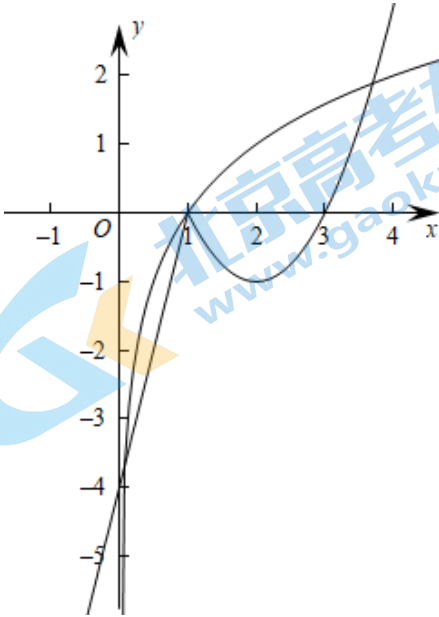
所以 $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$ 的单调递增区间是 $(4, +\infty)$,

故选：D

8. 【答案】C

【解析】

【详解】试题分析：解：在同一坐标系中画出函数的图象和函数 $g(x) = \log_2 x$ 的图象，如下图所示：



由函数图象得，两个函数图象共有 3 个交点，故选 C.

考点：1.函数的图象与图象变化；2.零点个数.

9. 【答案】A

【解析】

【分析】由偶函数性质得函数在 $(-\infty, 0]$ 上的单调性，然后由单调性解不等式.

【详解】因为偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增，

所以 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递减，故 x 越靠近 y 轴，函数值越小，

因为 $f(2x-1) < f(\frac{1}{3})$,

所以 $|2x-1| < \frac{1}{3}$ ，解得： $\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$.

故选：A.

10. 【答案】B

【解析】

【分析】

根据奇偶性判断①②，由 $a \leq 0$ 时方程 $f(x) = -x$ 有实根判断③④.

【详解】 $f(x)$ 的定义域关于原点对称，且 $f(-x) = -x - \frac{a}{x} = -f(x)$ ，则 $\forall a \in \mathbf{R}$ ， $f(x)$ 是奇函数，故

①正确，②错误；

$x + \frac{a}{x} = -x$ ，则 $-a = 2x^2$ ，要使得该方程有解，即 $a \leq 0$

所以 $\exists a \in \mathbf{R}$ ，方程 $f(x) = -x$ 有实根，故③错误，④正确

故选：B

二、填空题 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.

11. 【答案】 $(0, +\infty)$

【解析】

【分析】根据分母不为零、真数大于零列不等式组，解得结果.

详解】由题意得 $\begin{cases} x > 0 \\ x+1 \neq 0 \end{cases}$ ， $\therefore x > 0$

故答案为： $(0, +\infty)$

【点睛】本题考查函数定义域，考查基本分析求解能力，属基础题.

12. 【答案】 $\frac{1}{64}$

【解析】

【分析】待定系数法设出幂函数的解析式，代入点的坐标，即可求出函数解析式，求出 $f(8)$ 即可.

【详解】设幂函数解析式为 $f(x) = x^\alpha$ ，则 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^\alpha = 2^{-\alpha} = 4$ ，所以 $\alpha = -2$.

$f(x) = x^{-2}$ ，则 $f(8) = 8^{-2} = \frac{1}{64}$.

故答案为： $\frac{1}{64}$.

13. 【答案】 ①. $\frac{1}{2}$ ②. 2 或 -1

【解析】

【分析】直接计算得到 $f(1) = \frac{1}{2}$ ，考虑 $x \geq 0$ 和 $x < 0$ 两种情况，计算得到答案.

【详解】 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} & x \geq 0 \\ x^2 - 2x - \frac{11}{4} & x < 0 \end{cases}$ ，则 $f(1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$ ；

$f(x) = \frac{1}{4}$ ，当 $x \geq 0$ 时， $2^{-x} = \frac{1}{4}$ ，解得 $x = 2$ ；

当 $x < 0$ 时, $x^2 - 2x - \frac{11}{4} = \frac{1}{4}$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 3$ (舍去),

综上所述: $x = 2$ 或 $x = -1$.

故答案为: $\frac{1}{2}$; 2 或 -1

14. 【答案】<

【解析】

【分析】

根据题意, 设 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 结合题中条件, 确定 $0 < a < 1$, 根据指数函数单调性, 即可得出结果.

【详解】因为 $f(x)$ 是指数函数, 所以可设 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$),

又 $\frac{f(1)}{f(3)} = 4 > 1$, 所以 $a > a^3$, 则 $0 < a < 1$,

即函数 $f(x)$ 是减函数, 所以 $f(-2) < f(-3)$.

故答案为: <.

15. 【答案】 ①. $\frac{1}{2}$ ②. 4011

【解析】

【分析】(1) 根据衰变规律, 令 $t = 5730$, 代入求得 $N = \frac{1}{2}N_0$;

(2) 令 $N = \frac{3}{5}N_0$, 解方程求得 t 即可.

【详解】当 $t = 5730$ 时, $N = N_0 \cdot 2^{-1} = \frac{1}{2}N_0$ \therefore 经过 5730 年后, 碳 14 的质量变为原来的 $\frac{1}{2}$

令 $N = \frac{3}{5}N_0$, 则 $2^{-\frac{t}{5730}} = \frac{3}{5}$ $\therefore -\frac{t}{5730} = \log_2 \frac{3}{5} = \log_2 3 - \log_2 5 \approx -0.7$

$\therefore t = 0.7 \times 5730 = 4011$ \therefore 良渚古城存在的时期距今约在 4011 年到 5730 年之间

故答案为 $\frac{1}{2}$; 4011

【点睛】本题考查根据给定函数模型求解实际问题, 考查对于函数模型中变量的理解, 属于基础题.

三、解答题共 4 小题, 共 40 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

16. 【答案】(1) $\{x | -1 \leq x < 0 \text{ 或 } 2 < x \leq 3\}$, ϕ ; (2) $\{m | m > 5 \text{ 或 } m < -3\}$.

【解析】

【分析】(1) 根据集合的交集、并集和补集的概念及运算, 即可求解;

(2) 先求得 $\complement_{\mathbb{R}} C = \{x | x < m - 2 \text{ 或 } x > m + 2\}$, 在根据 $A \subseteq \complement_{\mathbb{R}} C$, 得出 $m - 2 > 3$ 或 $m + 2 < -1$, 即可求解.

【详解】(1) 由题意, 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$,
根据集合的交集的概念及运算, 可得 $A \cap B = \{x | -1 \leq x < 0 \text{ 或 } 2 < x \leq 3\}$,
由集合的并集概念及运算, 可得 $A \cup B = \mathbf{R}$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}}(A \cup B) = \emptyset$.

(2) 由集合 $C = \{x | m - 2 \leq x \leq m + 2\}$, 可得 $\complement_{\mathbf{R}}C = \{x | x < m - 2 \text{ 或 } x > m + 2\}$,
又由集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, 且 $A \subseteq \complement_{\mathbf{R}}C$,
所以 $m - 2 > 3$ 或 $m + 2 < -1$, 解得 $m > 5$ 或 $m < -3$,
即实数 m 的取值范围是 $\{m | m > 5 \text{ 或 } m < -3\}$.

【点睛】本题主要考查了集合的混合运算, 以及根据集合的运算求解参数的取值范围, 其中解答中熟记集合的交集、并集和补集的概念及运算是解答的关键, 着重考查推理与运算能力, 属于基础题.

17. 【答案】(1) $(-1, 1)$; (2) 函数 $f(x)$ 奇函数; (3) $\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$.

【解析】

【分析】(1) 真数位置大于 0, 得到 x 的取值范围; (2) 得到 $f(-x)$, 然后判断与 $f(x)$ 的关系, 从而得到函数的奇偶性; (3) 根据题意得到关于 x 的不等式, 从而得到 x 的解集.

【详解】解: (1) 真数部分大于零, 即解不等式 $\frac{1-x}{1+x} > 0$,

解得 $-1 < x < 1$,

函数 定义域为 $(-1, 1)$.

(2) 函数 $f(x)$ 为奇函数,

证明: 由第一问函数的定义域为 $(-1, 1)$,

$$f(-x) = \log_2 \frac{1+x}{1-x} = \log_2 \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{-1} = -f(x),$$

所以函数 $f(x)$ 为奇函数.

(3) 解不等式 $f(x) > 1$,

$$\text{即 } \log_2 \frac{1-x}{1+x} > 1$$

$$\text{即 } \log_2 \frac{1-x}{1+x} > \log_2 2,$$

$$\text{从而有 } \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \frac{1-x}{1+x} > 2 \end{cases},$$

$$\text{所以 } -1 < x < \frac{1}{3}.$$

不等式 $f(x) > 1$ 的解集为 $\left(-1, -\frac{1}{3}\right)$.

【点睛】 本题考查函数的定义域，奇偶性，根据函数的性质解不等式，属于简单题.

18. 【答案】 (1) 第3年开始赢利；(2) 方案②合算. 理由见解析.

【解析】

【分析】

(1) 设该车 x 年开始盈利，可构造不等关系，结合 $x \in \mathbf{N}_+$ 可求得解集，由此得到结果；

(2) 由二次函数最值和基本不等式求最值分别求得两种方案的盈利总额，通过比较盈利总额和所需时长，得到方案②合算.

【详解】 (1) \because 客车每年的营运总收入为30万元，使用 x 年 ($x \in \mathbf{N}_+$) 所需的各种费用总计为 $2x^2 + 6x$ 万元，若该车 x 年开始赢利，则 $30x > 2x^2 + 6x + 50$ ，

即 $x^2 - 12x + 25 < 0$ ， $\therefore x \in \mathbf{N}_+$ ， $\therefore 3 \leq x \leq 9$ ，

\therefore 该车营运第3年开始赢利.

(2) 方案①赢利总额 $y_1 = 30x - (2x^2 + 6x + 50) = -2x^2 + 24x - 50 = -2(x-6)^2 + 22$ ，

$\therefore x = 6$ 时，赢利总额达到最大值为22万元.

\therefore 6年后卖出客车，可获利润总额为 $22 + 10 = 32$ 万元.

方案②年平均赢利总额 $y_2 = \frac{-2x^2 + 24x - 50}{x} = -2x - \frac{50}{x} + 24 = 24 - 2\left(x + \frac{25}{x}\right) \leq 4$ (当且仅当 $x = 5$ 时

取等号).

$\therefore x = 5$ 时年平均赢利总额达到最大值4万元.

\therefore 5年后卖出客车，可获利润总额为 $4 \times 5 + 12 = 32$ 万元.

\therefore 两种方案的利润总额一样，但方案②的时间短， \therefore 方案②合算.

【点睛】 关键点点睛： 本题考查建立拟合函数模型求解实际问题，解题关键是能够根据已知条件构造出合适的函数模型，结合二次函数性质和基本不等式求得函数的最值.

19. 【答案】 (1) 答案见解析

(2) $(2\sqrt{2}-1, 2)$

(3) $(-\infty, 1]$

【解析】

【分析】 (1) 原不等式等价于 $(x+1)(x-k) < 0$ ，讨论 k 与 -1 的大小分三种情况即可求解；

(2) 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上有两个不同的零点等价于方程 $f(x) = x^2 + (1-k)x + 2-k = 0$ 在 $(-1, 1)$ 上有两个不同的根，结合二次方程根的分布即可求解；

(3) 分离参数 k ，构造函数结合基本不等式求解即可.

【小问 1 详解】

由 $f(x) < 2$ ，即 $x^2 + (1-k)x + 2 - k < 2$ ，

即 $x^2 + (1-k)x - k < 0$ ，即 $(x+1)(x-k) < 0$ ，

当 $k = -1$ 时，不等式解集为 \emptyset ，

当 $k > -1$ 时，不等式解集为 $(-1, k)$ ，

当 $k < -1$ 时，不等式解集为 $(k, -1)$ 。

【小问 2 详解】

由函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上有两个不同的零点，

即方程 $f(x) = x^2 + (1-k)x + 2 - k = 0$ 在 $(-1, 1)$ 上有两个不同的根，

$$\text{所以 } \begin{cases} \Delta = (1-k)^2 - 4(2-k) > 0 \\ -1 < \frac{k-1}{2} < 1 \\ 1+1-k+2-k > 0 \\ 1-(1-k)+2-k > 0 \end{cases}, \text{ 解得 } 2\sqrt{2}-1 < k < 2,$$

实数 k 的取值范围为 $(2\sqrt{2}-1, 2)$ 。

【小问 3 详解】

由题意，对任意的 $x \in (-1, 2)$ ， $f(x) \geq 1$ 恒成立，

即 $x^2 + (1-k)x + 2 - k \geq 1$ 恒成立，即 $k \leq \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x + 1} - 1$ 恒成立，

令 $g(x) = x + 1 + \frac{1}{x + 1} - 1$ ， $x \in (-1, 2)$ ，则 $k \leq g(x)_{\min}$ ，

又 $g(x) = x + 1 + \frac{1}{x + 1} - 1 \geq 2\sqrt{(x + 1) \cdot \frac{1}{x + 1}} - 1 = 1$ ，

当且仅当 $x + 1 = \frac{1}{x + 1}$ ，即 $x = 0$ 时等号成立，

所以 $k \leq 1$ ，即 k 的取值范围 $(-\infty, 1]$ 。

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯