

2021 北京市朝阳高二（下）期末

数 学

2021.7

(考试时间 120 分钟 满分 150 分)

本试卷分为选择题(共 50 分)和非选择题(共 100 分)两部分

第一部分(选择题共 50 分)

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分.在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1. 设 $a \in \mathbb{R}$ ，则“ $a < 1$ ”是“ $0 < a < 1$ ”的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

2. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ 展开式中 x 的系数为

A. -20

B. -10

C. 10

D. 20

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 4$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的大值为

A. $-\frac{4}{3}$

B. 1

C. 7

D. $\frac{28}{3}$

4. 袋子里有 8 个红球和 4 个黄球，从袋子里有放回地随机抽取 4 个球，用 X 表示取到红球的个数，则 $D(X) =$

A. $\frac{2}{9}$

B. $\frac{8}{9}$

C. $\frac{16}{9}$

D. $\frac{8}{3}$

5. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，若 $P(x \leq 2) = 0.2$ ， $P(2 < x < 4) = 0.6$ ，则 $\mu =$

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

6. 从 4 名高一学生和 5 名高二学生中，选 3 人参加社区垃圾分类宣传活动，其中至少有 1 名高二学生参加宣传活动的不同选法种数为

A. 50

B. 70

C. 80

D. 140

7. 小王同学进行投篮练习，若他第 1 球投进，则第 2 球投进的概率为 $\frac{2}{3}$ ；若他第 1 球投不进，则第 2 球投进的概率

为 $\frac{1}{3}$. 若他第 1 球投进概率为 $\frac{2}{3}$ ，他第 2 球投进的概率为

A. $\frac{5}{9}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{7}{9}$

D. $\frac{8}{3}$

8.为了研究某校男生的脚长 x (单位: cm)和身高 y (单位: cm)的关系, 从该校随机抽取 20 名男生, 根据测量数据的

散点图可以看出 y 与 x 之间有线性相关关系. 设 y 关于 x 的经验回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$. 已知

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 460, \sum_{i=1}^{20} y_i = 3240, \hat{b} = 4, \text{ 该校某男生的脚长为 } 25.5\text{cm}, \text{ 据此估计其身高为}$$

- A.164cm B.168cm C.172cm D.176cm

9.已知 $f(x) = x^2 - 2kx + 3k^2 - 3k + 1 (k \in \mathbb{R})$. 以下四个命题:

- ①对任意实数 x , 存在 k , 使得 $f(x) > 0$;
- ②对任意 k , 存在实数 x , 使得 $f(x) > 0$;
- ③对任意实数 k, x , 均有 $f(x) > 0$ 成立;
- ④对任意实数 k, x , 均有 $f(x) < 0$ 成立.

其中所有正确的命题是

- A.①② B.②③ C.①③ D.②④

10.一个圆的周上有 8 个点, 连接任意两点画出弦. 如果有一对弦不相交且没有共同的端点, 我们称它们为一组“自由弦对”. 则此圆上的“自由弦对”总组数为

- A.70 B.140 C.210 D.280

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在答题卡上,

11.判断对错, 并在相应横线处划“√”或“×”.

- ①样本相关系数 $r > 0$ 时, 称成对数据正相关, $r < 0$ 时, 称成对数据负相关_____.
- ②样本相关系数的绝对值 $|r|$ 越接近于 1, 线性相关程度越弱, $|r|$ 越接近于 0, 线性相关程度越强_____.

12.已知 $x > 1$, 则 $y = x + \frac{2}{x-1}$ 的最小值为_____.

13.某单位工会组织 75 名会员观看《光荣与梦想》、《觉醒年代》、《跨过鸭绿江》三部建党百年优秀电视, 对这三部剧的观看情况统计如下:

观看情况	观看人数
只看过《光荣与梦想》	12
只看过《觉醒年代》	11
只看过《跨过鸭绿江》	8
只看过《光荣与梦想》和《觉醒年代》	7
只看过《光荣与梦想》和《跨过鸭绿江》	4
只看过《觉醒年代》和《跨过鸭绿江》	5

同时看过《光荣与梦想》、《觉醒年代》和《跨过鸭绿江》	21
----------------------------	----

则会员中看过《跨过鸭绿江》的共有_____人，三部电视剧中，看过至少一部的有_____人。

14. 为了唤起全民对睡眠重要性的认识，国际精神卫生组织于 2001 年发起了一项全球性的活动——将每年的 3 月 21 日定为“世界睡眠日”。现从某中学初一至高三学生中随机抽取部分学生进行睡眠质量调查，采用睡眠质量指数量表统计结果如下：

性别	人数	睡眠质量好	睡眠质量一般	睡眠质量差
男	220	99	90	31
女	250	50	120	80
合计	470	149	210	111

假设所有学生睡眠质量的程度是相互独立的。以调查结果的频率估计概率，现从该中学男生和女生各随机抽取 1 人，二人中恰有一人睡眠质量好的概率是_____。

15. 我国南宋数学家杨辉在 1261 年所著的《详解九章算法》里，出现了图 1 这张表。杨辉三角的发现比欧洲早 500 年左右。如图 2，杨辉三角的第 n 行的各数就是 $(a+b)^n$ 的展开式的二项式系数。

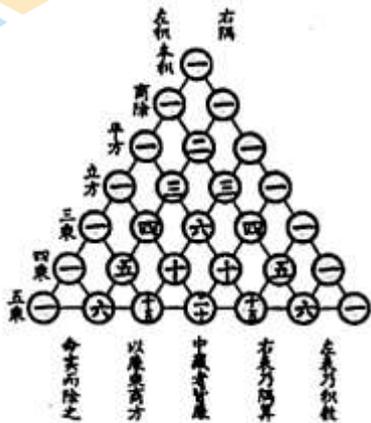


图 1

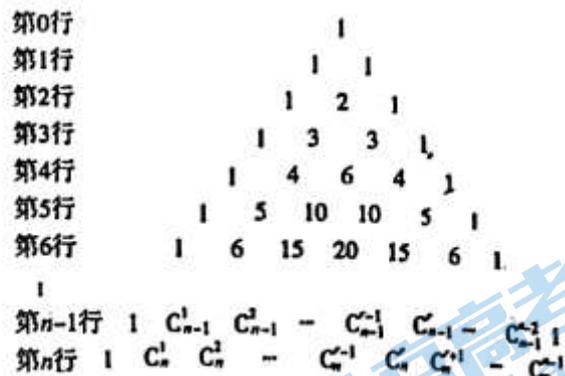


图 2

则第 10 行共有_____个奇数；第 100 行共有_____个奇数。

16. 函数 $f(x) = \frac{\cos x}{\cos 2x}$ 的定义域为_____，极大值点的集合为_____。

三、解答题：本大题共 5 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. (本小题满分 13 分)

已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x - 6 < 0\}$, $B = \{x | m - 2 < x < m\}$.

(I) 若 $m = 0$, 全集 $U = A \cup B$, 求 $C_U B$;

(II) 从条件①和条件②选择一个作为已知, 求实数 m 的取值范围。

条件①: 若 $A \cup B = A$;

条件②: 若 $A \cap B = \emptyset$.

如果选择条件①、条件②分别解答，则按第一个解答计分。

18. (本小题满分13分)

设函数 $f(x) = e^x - kx - 1, x \geq 0, k \in R$

(I) 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) 当 $k=1, a \leq \frac{1}{2}$ 时, 求证: $f(x) \geq ax^2$.

19. (本小题满分14分)

根据国家电影局发布的数据, 2020年中国电影总票房为204.17亿, 年度票房首度超越北美, 成为2020年全球第一大电影市场。国产历史战争题材影片《八佰》和《金刚川》合力贡献了国内全年票房的 $\frac{1}{5}$ 。我们用简单随机抽样的方法, 分别从这两部电影的购票观众中各随机调查了100名观众, 得到结果如下: 图1是购票观众年龄分布情况; 图2是购票观众性别分布情况。

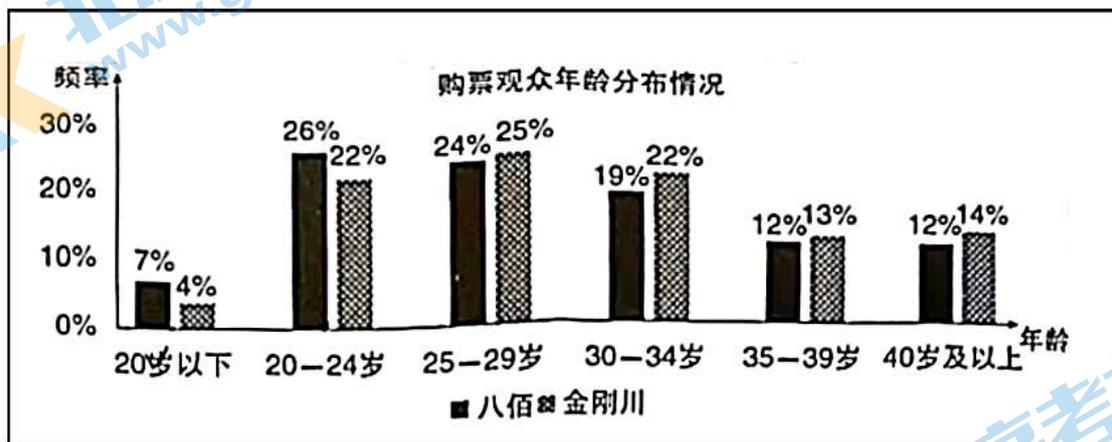


图1

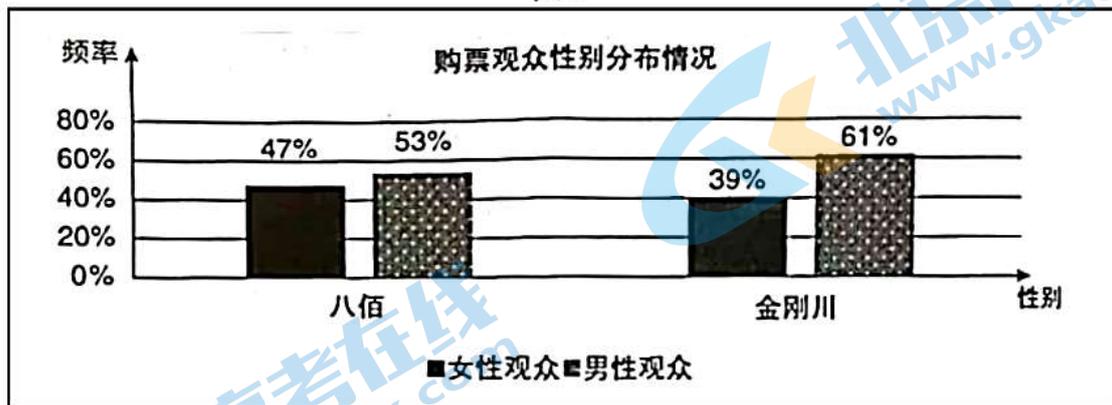


图2

(I) 记C表示事件: “观看电影《八佰》的观众年龄低于30岁”, 根据图1的数据, 估计C的概率;

(II) 现从参与调查的电影《金刚川》的100名购票观众中随机抽取两名依次进行电话回访, 求在第1次抽到男性观众的条件下, 第2次仍抽到男性观众的概率。

(III) 填写下面的 2×2 列联表, 并根据小概率值 $\alpha=0.01$ 的独立性检验, 分析男性观众与女性观众对这两部历史战争题材影片的选择是否有差异?

影片	女性观众	男性观众	总计
《八佰》	47a	53b	100
《金刚川》	39c	61d	100
总计	86	114	200

$P(x^2 \geq x_a)$	0.1	0.05	0.01	0.001
x_a	2.706	3.841	6.635	10.828

附：
$$x^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

20. (本小题满分15分)

某工厂生产的10件产品有8件优等产品，2件不合格产品。

- (I) 若从这10件产品中不放回地抽取两次，每次随机抽取一件，求第二次取出的是不合格产品的概率；
- (II) 若从这10件产品中随机抽取3件，设抽到的不合格产品件数为X，求X的分布列和数学期望；
- (III) 某工作人员在不知情的情况下，从这10件产品中随机抽取了3件产品销售给了下级经销商。现该工厂针对3件已销售产品中可能出现的不合格产品，提出以下两种处理方案：

方案一：将不合格产品返厂再加工，不合格产品的再加工费用为每件200元，所有返厂产品的运输费用为一次性80元；

方案二：将不合格产品就地销毁，每件不合格产品损失成本300元。若以返厂再加工费用与运输费用之和的期望值为决策依据，要使损失最小，应选择哪种方案处理不合格产品？

21. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x - \ln x - 2$

- (I) 求 $f(x)$ 的极值；
- (II) 已知 $t \in \mathbb{Z}$ ，且 $x \ln x + x > t(x-1)$ 对任意的 $x > 1$ 恒成立，求 t 的最大值；
- (III) 设 $g(x) = f(x+1) - e + 3$ 的零点为 $m (m > 1)$ ，当 $x_1, x_2 \in (m, +\infty)$ ，且 $x_1 > x_2$ 时，证明：
$$e^{x_1 - x_2} > \frac{\ln(x_1 + 1)}{\ln(x_2 + 1)}$$

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯