

2022-2023 学年度第二学期高三年级数学学科 3 月练习

命题人：高三数学备课组

时间：120 分钟

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

(1) 已知集合 $P = \{x | 0 < x < 4\}$ ，且 $M \subseteq P$ ，则 M 可以是

- (A) $\{1, 2\}$ (B) $\{2, 4\}$ (C) $\{-1, 2\}$ (D) $\{0, 5\}$

(2) 若角 α 的终边在第二象限，则下列三角函数值中大于零的是

- (A) $\sin(\alpha + \frac{\pi}{2})$ (B) $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2})$ (C) $\sin(\pi + \alpha)$ (D) $\cos(\pi + \alpha)$

(3) 已知 $x > y$ ，则下列各式中一定成立的是

- (A) $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ (B) $x + \frac{1}{y} > 2$ (C) $(\frac{1}{2})^x > (\frac{1}{2})^y$ (D) $2^x + 2^{-y} > 2$

(4) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $4a_3 = 3a_2$ ，则 $\{a_n\}$ 中一定为零的项是

- (A) a_6 (B) a_8 (C) a_{10} (D) a_{12}

(5) 已知函数 $f(x) = 2^x - x - 1$ ，则不等式 $f(x) > 0$ 的解集是

- (A) $(0, 1)$ (B) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
(C) $(-1, 1)$ (D) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

(6) 已知复数 $z = a + i$ (其中 $a \in \mathbf{R}$)，则下面结论正确的是

- (A) $\bar{z} = -a + i$ (B) $|z| \geq 1$
(C) z 一定不是纯虚数 (D) 在复平面上， z 对应的点可能在第三象限

(7) 甲、乙、丙、丁四名教师带领学生参加校园植树活动，教师随机分成三组，每组至少一人，则甲、乙在同一组的概率为

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

(8) 设抛物线的顶点为 O ，焦点为 F ，准线为 l 。 P 是抛物线上异于 O 的一点，过 P 作 $PQ \perp l$ 于 Q ，则线段 FQ 的垂直平分线

- (A) 经过点 O (B) 经过点 P (C) 平行于直线 OP (D) 垂直于直线 OP

(9) 已知平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta = l$ ， B, D 是 l 上的两点，直线 $AB \subset \alpha$ 且 $AB \cap l = B$ ，直线 $CD \subset \beta$ 且 $CD \cap l = D$ 。下列结论中，正确的是

- (A) 若 $AB \perp l, CD \perp l$ ， $AB = CD$ ，则 $ABCD$ 是平行四边形
(B) 若 M 是 AB 中点， N 是 CD 中点，则 $MN \parallel AC$
(C) 若 $\alpha \perp \beta, AB \perp l, CD \perp l$ ，则 AC 在 α 上的射影是 AD
(D) 直线 AB, CD 所成角的大小与二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小相等

(10) 2020 年 3 月 14 日是全球首个国际圆周率日 (π Day)。历史上，求圆周率 π 的方法有多种，与中国传统数学中的“割圆术”相似。数学家阿尔·卡西的方法是：当正整数 n 充分大时，计算单位圆的内接正 $6n$ 边形的周长和外切正 $6n$ 边形（各边均与圆相切的正 $6n$ 边形）的周长，将它们的算术平均数作为 2π 的近似值。按照阿尔·卡西的方法， π 的近似值的表达式是 ()。

(A) $3n \left(\sin \frac{30^\circ}{n} + \tan \frac{30^\circ}{n} \right)$

(B) $6n \left(\sin \frac{30^\circ}{n} + \tan \frac{30^\circ}{n} \right)$

(C) $3n \left(\sin \frac{60^\circ}{n} + \tan \frac{60^\circ}{n} \right)$

(D) $6n \left(\sin \frac{60^\circ}{n} + \tan \frac{60^\circ}{n} \right)$

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

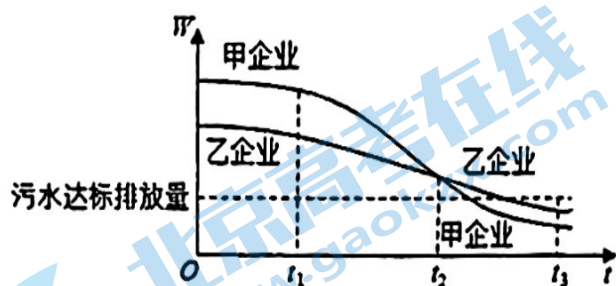
(11) 在 $(\sqrt{x} - 2)^5$ 的展开式中， x^2 的系数为_____。

(12) 已知 $a, 4, c$ 成等比数列，且 $a > 0$ ，则 $\log_2 a + \log_2 c =$ _____。

(13) 已知半径为 1 的圆经过点 $(3, 4)$ ，则其圆心到原点的距离的最小值为_____。

(14) 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ，则 $|\overrightarrow{PD}| =$ _____；
 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PD} =$ _____。

(15) 为满足人民对美好生活的向往，环保部门要求相关企业加强污水治理，排放未达标的企业要限期整改，设企业的污水排放量 W 与时间 t 的关系为 $W = f(t)$ ，用 $-\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小评价在 $[a, b]$ 这段时间内企业污水治理能力的强弱，已知整改期内，甲、乙两企业的污水排放量与时间的关系如下图所示。



给出下列四个结论：

- ①在 $[t_1, t_2]$ 这段时间内，甲企业的污水治理能力比乙企业强；
- ②在 t_2 时刻，甲企业的污水治理能力与乙企业相同；
- ③在 t_3 时刻，甲、乙两企业的污水排放都已达标；
- ④甲企业在 $[0, t_1]$, $[t_1, t_2]$, $[t_2, t_3]$ 这三段时间中，在 $[0, t_1]$ 的污水治理能力最强。

其中所有正确结论的序号是_____。

三、解答题共 6 小题，共 85 分.解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

16. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x \cos x - \frac{1}{2} \cos 2x$,

(1)求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2)在 $\triangle ABC$ 中，三个角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $f(A) = 1, c = 2a \cos B, b = 6$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

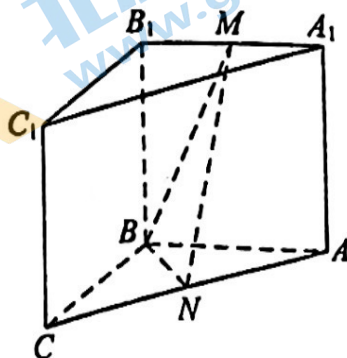
17. (本小题满分14 分)

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 BCC_1B_1 为正方形，平面 $BCC_1B_1 \perp$ 平面 ABB_1A_1 ，

$AB = BC = 2$ ， M ， N 分别为 A_1B_1 ， AC 的中点.

(1)求证： $MN \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ；

(2)若 $AB \perp MN$ ，求直线 AB 与平面 BMN 所成角的正弦值.



18. (本小题满分14 分)

某超市每天以4 元/千克购进某种有机蔬菜，然后以7 元/千克出售. 若每天下午6 点以前所购进的有机蔬菜没有全部销售完，则对未售出的有机蔬菜降价处理，以2 元/千克出售，并且降价后能够把剩余所有的有机蔬菜全部处理完毕，且当天不再进货. 该超市整理了过去两个月（按60 天计算）. 每天下午6 点前这种有机蔬菜的日销售量（单位：千克），得到如下统计数据.（注：视频率为概率， $s, t \in \mathbb{N}^*$ ）.

每天下午 6 点前的销售量/千克	250	300	350	400	450
天数	10	10	s	t	5

（注：每天超市销售的蔬菜量互相独立）

(1)在接下来的2天中，设 X 为下午6点前的销售量不少于350千克的天数，求 X 的分布列和数学期望；

(2)若该超市以当天的利润期望值为决策依据，当购进350千克的期望值比购进400千克的期望值大时，求 s 的最小值.

(19) (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x \ln(x+1) - ax^2$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 当 $a < 0$ 时, 求证: 函数 $f(x)$ 存在极小值;

(III) 请直接写出函数 $f(x)$ 的零点个数.

(20) (本小题满分 14 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b$), 过点 $A(-2, -1)$ 且离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 过点 $B(-4, 0)$ 的直线 l 交椭圆 C 于点 M, N , 直线 MA, NA 分别交直线 $x = -4$ 于点 P, Q . 求

$\frac{|PB|}{|BQ|}$ 的值.

(21) (本小题满分 14 分)

首项为 0 的无穷数列 $\{a_n\}$ 同时满足下面两个条件:

① $|a_{n+1} - a_n| = n$; ② $a_n \leq \frac{n-1}{2}$.

(I) 请写出 a_4 的所有可能值;

(II) 记 $b_n = a_{2n}$, 若 $b_n < b_{n+1}$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 成立, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(III) 对于给定的正整数 k , 求 $a_1 + a_2 + \cdots + a_k$ 的最大值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯