

# 牛山一中 2023 级高一综合素质测试

## 数学 2023.8

本试卷共 100 分。考试时 90 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。

一、选择题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。下面各题均有四个选项，其中只有一个符合题意的）

1.  $x^2 + 2x - 99$  等于

- A.  $(x-9)(x+11)$  B.  $(x+9)(x-11)$  C.  $(x-9)(x-11)$  D.  $(x+9)(x+11)$

2. 已知  $x + y = x^2 + y^2 \neq 0$ ，则  $xy$  的值为（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 一次函数  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + b$  的图象分别与  $x$  轴、 $y$  轴交于点  $A, B$ ，则  $\angle ABO =$

- A.  $45^\circ$  B.  $60^\circ$  C.  $120^\circ$  D.  $150^\circ$

4. 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  有两个实根  $x_1, x_2$ ， $\pi x_1 < x_2$ ，则  $x_1$  是（ ）

- A.  $-\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  B.  $-\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  C.  $-\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2|a|}$  D.  $-\frac{b}{2|a|} - \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2|a|}$

二、填空题（本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

5. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - x = \frac{1}{4}m$  有两个不相等的实数根，则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

6. 将抛物线  $y = x^2 + 4x$  向右平移 2 个单位，所得抛物线的表达式是\_\_\_\_\_。

7. 计算  $4\sin 60^\circ + |\sqrt{12} - 3\sqrt{2}| - \frac{3}{\sqrt{2}-1}$  的值是\_\_\_\_\_。

8. 设  $x < 0, y < 0$ ，则  $x\sqrt{\frac{y}{x}} - \frac{1}{y}\sqrt{xy^2} + \sqrt{x^2y}$  化简为\_\_\_\_\_。

9. 已知点  $A(2, 0)$ ， $O$  为坐标原点，点  $B$  在第一象限且在反比例函数的图象上，若  $\triangle OAB$  为等边三角形，则此反比例函数的解析式是\_\_\_\_\_。

10. 对任意两个实数  $a, b$ , 规定一种新运算 “ $*$ ”:

$$a * b = a(a+b) + b$$

若已知  $a * 2.5 = 28.5$ , 则实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

11. 若多项式  $3x^2 - kx^2 + 1$  的一个因式为  $3x - 1$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.

12. 若方程

$$x^2 + bx + 1 = 0 \text{ 与 } x^2 - x - b = 0$$

有一个公共根, 则  $b =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知关于  $x$  的方程

$$\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} = \frac{a-2x}{x^2-2x}$$

只有一个实根, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

14. 对非负实数  $x$  “四舍五入” 到个位的值记为  $\langle x \rangle$ , 即当  $n$  为非负整数时, 若

$$n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2},$$

则  $\langle x \rangle = n$  (如  $\langle 0 \rangle = \langle 0.48 \rangle = 0, \langle 0.64 \rangle = \langle 1.493 \rangle = 1$ ).

给出下列关于  $\langle x \rangle$  的结论:

①若  $x, y$  为非负实数, 则  $\langle x+y \rangle = \langle x \rangle + \langle y \rangle$ ;

②若  $\langle 2x-1 \rangle = 3$ , 则实数  $x$  的取值范围为  $\frac{7}{4} \leq x < \frac{9}{4}$ ;

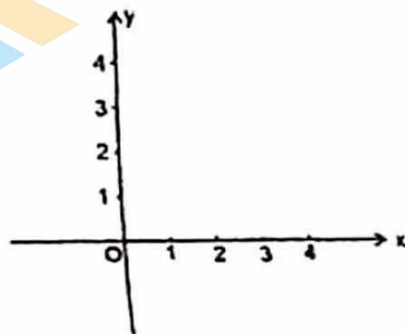
③当  $x \geq 0$ ,  $m$  为非负整数时, 有  $\langle x+m \rangle = m + \langle x \rangle$ .

其中, 正确的结论有\_\_\_\_\_ (填写所有正确的序号)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 48 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

15. (6 分) 如图, 已知平面直角坐标系  $xOy$ , 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  过点  $A(4, 0), B(1, 3)$

- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 画出该抛物线的图像;
- (3) 根据抛物线图像写出  $y < 0$  时  $x$  的取值范围.



16. (6分) 设函数  $y=2x$  与  $y=\frac{4}{x}$  的两个交点为  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  ( $x_1 > x_2$ ), 点  $C(\sqrt{2}, -2\sqrt{2})$ .

求  $\triangle ABC$  的面积.

17. (8分) (1) 已知  $x^2 - 2x = 2$ , 求  $(x-1)^2 + (x+3)(x-3) + (x-3)(x-1)$  的值;

(2) 已知  $x = \sqrt{2} + 1$ , 求  $\left(\frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x^2-2x+1}\right) + \frac{1}{x}$  的值.

18. (8分) 满足关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{x+6}{5} > \frac{x}{4} + 1, \\ mx + m^2 > 0, \end{cases}$  的  $x$  的取值范围是  $x < 4$ , 求  $m$  的取值范围.

19. (10分) 已知平面直角坐标系  $xOy$ , 抛物线  $y = ax^2 - 2ax + 4 (a > 0)$

(1) 求证: 抛物线经过两个定点;

(2) 若  $A(m-1, y_1)$ ,  $B(m, y_2)$ ,  $C(2m-3, y_1)$  为抛物线上三点, 且满足  $y_1 < y_2 < y_1$ , 求实数  $m$  的取值范围;

20. (10分) 在“□1□2□3□4□5□6□7□8□9”的小方格中填上“+”“-”号, 如果可以使其代数和为  $n$ , 就称数  $n$  是“可被表出的数”, 否则, 就称数  $n$  是“不可被表出的数” (如 1 是可被表出的数, 这是因为

$$+1+2-3-4+5+6-7-8+9$$

是 1 的一种可能被表出的方法)。

(1) 求证: 7 是可被表出的数, 而 8 是不可被表出的数;

(2) 求 25 可被表出的不同的方法种数.



## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

