

2024 北京房山高三（上）期末

数 学

本试卷共 6 页，共 150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回，试卷自行保存。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A = \{-2, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | 1 - x > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-2, 0\}$ D. $\{-2, 0, 1, 2\}$

2. 在复平面内，若复数 z 对应的点为 $(-1, 1)$, 则 $(-1 - i)z =$ ()

- A. 2 B. $2i$ C. $-2i$ D. -2

3. 已知向量 $\vec{a} = (2, 0)$, $\vec{b} = (m, 1)$, 且 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 m 的值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

4. $\left(x^3 + \frac{2}{x}\right)^4$ 的展开式中的常数项是 ()

- A. -32 B. 32 C. -23 D. 23

5. 已知 a, b 为非零实数，且 $a > b$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$ D. $\frac{1}{ab^2} > \frac{1}{a^2b}$

6. 已知直线 $l: y = 2x + b$ 与圆 $C: (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$ 相切，则实数 $b =$ ()

- A. 1 或 9 B. -1 或 9 C. -1 或 -9 D. 1 或 -9

7. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) - f(x) = 0$, 且在 $[0, +\infty)$ 上单调递减，对于实数 a, b , 则“ $a^2 < b^2$ ”是“ $f(a) > f(b)$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 保护环境功在当代，利在千秋，良好的生态环境既是自然财富，也是经济财富，关系社会发展的潜力和后劲。某工厂将生产产生的废气经过过滤后排放，已知过滤过程中的污染物的残留数量 P （单位：毫克/升）与过滤时间 t （单位：小时）之间的函数关系为 $P = P_0 \cdot e^{-kt}$ ($t \geq 0$), 其中 k 为常数， $k > 0$, P_0 为原污染物数量。该工厂某次过滤废气时，若前 9 个小时废气中的污染物恰好被过滤掉 80%，那么再继续过滤 3

小时, 废气中污染物的残留量约为原污染物的 (参考数据: $(\frac{1}{5})^{\frac{1}{3}} \approx 0.585$) ()

- A. 12% B. 10% C. 9% D. 6%

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 为双曲线 C 左支上一动点,

Q 为双曲线 C 的渐近线上一动点, 且 $|PQ| + |PF_2|$ 最小时, PF_1 与双曲线 C 的另一条渐近线平行, 则双曲线 C 的方程可能是 ()

- A. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ C. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$

10. 数学家祖冲之曾给出圆周率 π 的两个近似值: “约率” $\frac{22}{7}$ 与 “密率” $\frac{355}{113}$. 它们可用 “调日法” 得到:

称小于 3.1415926 的近似值为弱率, 大于 3.1415927 的近似值为强率. 由于 $\frac{3}{1} < \pi < \frac{4}{1}$, 取 3 为弱率, 4 为强

率, 计算得 $a_1 = \frac{3+4}{1+1} = \frac{7}{2}$, 故 a_1 为强率, 与上一次的弱率 3 计算得 $a_2 = \frac{3+7}{1+2} = \frac{10}{3}$, 故 a_2 为强率, 继续

计算, ... 若某次得到的近似值为强率, 与上一次的弱率继续计算得到新的近似值; 若某次得到的近似值为

弱率, 与上一次的强率继续计算得到新的近似值, 依此类推. 已知 $a_m = \frac{25}{8}$, 则 $m = ()$

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

第二部分 (非选择题 共 110 分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分.

11. 函数 $y = \ln(1-2x) + \frac{2}{x}$ 的定义域是 _____.

12. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = -7$, $S_3 = -15$, 则 $a_n =$ _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $b - \frac{\sqrt{2}}{2}c = a \cos C$, 则 $\angle A =$ _____.

14. 已知平面直角坐标系中, 动点 M 到 $F(0, -2)$ 的距离比 M 到 x 轴的距离大 2, 则 M 的轨迹方程是 _____.

15. 如图, 在棱长为 a 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 是线段 B_1C 上的动点. 给出下列结论:

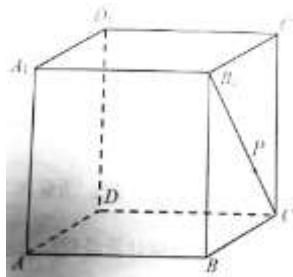
① $AP \perp BD_1$;

② $AP \parallel$ 平面 A_1C_1D ;

③ 直线 AP 与直线 A_1D_1 所成角的范围是 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}]$;

④点 P 到平面 A_1C_1D 的距离是 $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

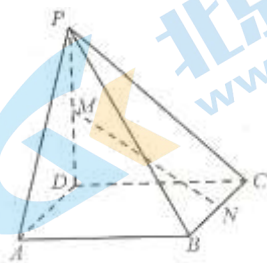
其中所有正确结论的序号是_____.



三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

16. (本小题 14 分)

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $\triangle PAD$ 为等腰三角形， $PD \perp AD$ ， $PA = 2\sqrt{2}$ ，底面 $ABCD$ 是正方形， M ， N 分别为棱 PD ， BC 的中点。



(I) 求证： $MN \parallel$ 平面 PAB ；

(II) 再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求 MN 与平面 PBC 所成角的正弦值。

条件①： $CD \perp PA$ ；

条件②： $PB = 2\sqrt{3}$ 。

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分。

17. (本小题 13 分)

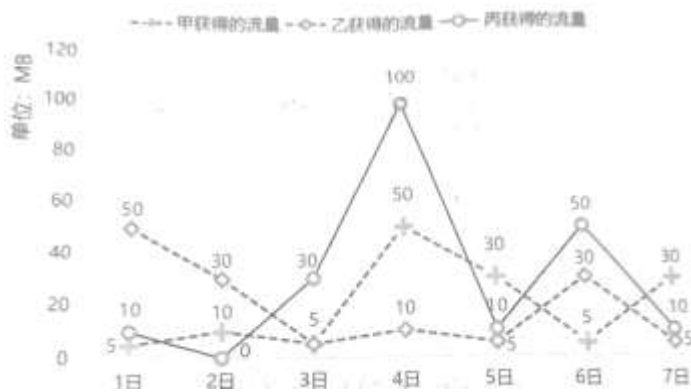
已知函数 $f(x) = \sqrt{2} \sin(2x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度，所得函数图象关于原点对称。

(I) 求 φ 的值；

(II) 设 $g(x) = f(x) - 2\cos^2 x + \frac{1}{2}$ ，若 $g(x)$ 在区间 $(0, m)$ 上有且只有一个零点，求 m 的取值范围。

18. (本小题 13 分)

某移动通讯公司为答谢用户，在其 APP 上设置了签到翻牌子赢流量活动。现收集了甲、乙、丙 3 位该公司用户 2023 年 12 月 1 日至 7 日获得的流量 (单位: MB) 数据，如图所示。



(I) 从 2023 年 12 月 1 日至 7 日中任选一天, 求该天乙获得流量大于丙获得流量的概率;

(II) 从 2023 年 12 月 1 日至 7 日中任选两天, 设 X 是选出的两天中乙获得流量大于丙获得流量的天数, 求 X 的分布列及数学期望 EX ;

(III) 将甲、乙、丙 3 位该公司用户在 2023 年 12 月 1 日至 7 日获得流量的方差分别记为 s_1^2 , s_2^2 , s_3^2 , 试比较 s_1^2 , s_2^2 , s_3^2 的大小 (只需写出结论).

19. (本小题 15 分)

设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 右焦点为 F , 已知 $|A_1F| = 3$, 离心率为 $\frac{1}{2}$.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 已知点 P 是椭圆 C 上的一个动点 (不与顶点重合), 直线 A_2P 交 y 轴于点 Q , 若 $\triangle A_1PQ$ 的面积是 $\triangle A_2FP$ 面积的 4 倍, 求直线 A_2P 的方程.

20. (本小题 15 分)

已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{x} + a\right) \cdot e^x$.

(I) 当 $a = 0$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

(III) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上只有一个极值点, 求 a 的取值范围.

21. (本小题 15 分)

若无穷数列 $\{a_n\}$ 满足: $\exists m \in \mathbf{N}^*$, 对于 $\forall n \geq n_0 (n_0 \in \mathbf{N}^*)$, 都有 $\frac{a_{n+m}}{a_n} = q$ (其中 q 为常数), 则称 $\{a_n\}$

具有性质 “ $Q(m, n_0, q)$ ”.

(I) 若 $\{a_n\}$ 具有性质 “ $Q(4, 2, 3)$ ”, 且 $a_3 = 1$, $a_5 = 2$, $a_6 + a_9 + a_{11} = 20$, 求 a_2 ;

(II) 若无穷数列 $\{b_n\}$ 是等差数列, 无穷数列 $\{c_n\}$ 是公比为 2 的等比数列, $b_2 = c_3 = 4$, $b_1 + c_1 = c_2$, $a_n = b_n + c_n$, 判断 $\{a_n\}$ 是否具有性质 “ $Q(2, 1, 3)$ ”, 并说明理由;

(III) 设 $\{a_n\}$ 既具有性质 “ $Q(i, 1, q_1)$ ”, 又具有性质 “ $Q(j, 1, q_2)$ ”, 其中 $i, j \in \mathbf{N}^*$, $i < j$, 求证:

$\{a_n\}$ 具有性质 “ $Q\left(j-i, i+1, q_2^{\frac{j-i}{j}}\right)$ ”.



北京高一高二高三期末试题下载

京考一点通团队整理了【**2024年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期末**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！



微信搜一搜

京考一点通

