绝密★启用前

2023—2024 学年高中毕业班阶段性测试(一)

文科数学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. $\dfrac{i}{(1+i)^3}=$

A. $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$　　B. $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$　　C. $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$　　D. $-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

2. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,集合 $M=\{1,3\}$,$N=\{3,4\}$,则 $N\cup(\complement_U M)=$

A. $\{2,3,4,5,6\}$　　B. $\{2,3,4,6\}$　　C. $\{2,3,5,6\}$　　D. $\{4\}$

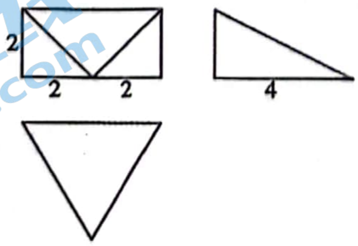
3. 已知函数 $f(x)=x^2\sin x-1$,若 $f(x_0)=10$,则 $f(-x_0)=$

A. -12　　B. -11　　C. -10　　D. 10

4. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 2,\\2x-3y\leqslant 9,\\x\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=4x+y$ 的最大值为

A. 3　　B. 7　　C. 11　　D. 15

5. 已知某几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为



A. 20　　B. 32　　C. $\frac{20}{3}$　　D. $\frac{32}{3}$

6. 设△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，若 $A+C=\frac{2\pi}{3}$，$c=5$，$b=6$，则 $\sin C=$

A. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$　　B. $\frac{5\sqrt{2}}{8}$　　C. $\frac{5\sqrt{3}}{12}$　　D. $\frac{5}{12}$

7. 对于任意实数 x，用 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，例如：$[\pi]=3$，$[0.1]=0$，$[-2.1]=-3$，则"$[x]>[y]$"是"$x>y$"的

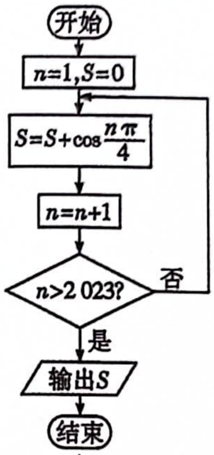
A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

8. 已知函数 $f(x)=\cos\left(3x-\frac{\pi}{10}\right)$，若将 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $m(m>0)$ 个单位长度后所得的图象关于坐标原点对称，则 m 的最小值为

A. $\frac{\pi}{10}$　　B. $\frac{\pi}{5}$

C. $\frac{3\pi}{10}$　　D. $\frac{8\pi}{15}$

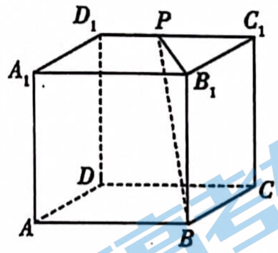


9. 执行如图的程序框图，输出的 S 值是

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1　　D. -1

10. 如图所示，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 在棱 C_1D_1 上，且 $BP=3$，则点 A,C 到平面 BB_1P 的距离之和为



A. $\sqrt{5}$　　B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

11. 已知函数 $f(x)=-\frac{x^3}{3}+\frac{a+2}{2}x^2-(a+1)x$ 的极小值点为 x_1，极大值点为 x_2，若 $x_1+2x_2=0$，则曲线 $y=f(x)$ 在坐标原点处的切线方程为

A. $y=2x$　　B. $y=x$　　C. $y=\frac{1}{2}x$　　D. $y=\frac{1}{3}x$

12. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 F，以坐标原点 O 为圆心，线段 OF 为半径作圆，与 C 的右支的一个交点为 A，若 $\cos\angle AOF=\frac{\sqrt{13}}{7}$，则 C 的离心率为

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{7}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，直线 $y=4$ 与抛物线交于点 M，且 $|MF|=4$，则 $p=$ ________.

14. 某品牌新能源汽车 2019—2022 年这四年的销量逐年增长，2019 年销量为 5 万辆，2022 年销量为 22 万辆，且这四年销量的中位数与平均数相等，则这四年的总销量为________万辆.

15. 在 $\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，$E$ 是线段 AD 上的动点，设 $\overrightarrow{CE}=x\,\overrightarrow{CA}+y\,\overrightarrow{CB}(x,y\in\mathbf{R})$，则 $2x+3y=$________.

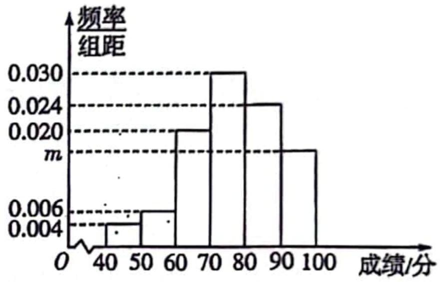
16. 若 α,β 为锐角，且 $\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$，则 $\tan\alpha+\tan\beta$ 的最小值为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22,23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一) 必考题：共 60 分.

17. (12 分)

某校组织全校 800 名学生进行校园安全相关知识的测试，从中随机抽取了 100 名学生的测试成绩（单位：分），按照 $[40,50)$，$[50,60)$，…，$[90,100]$ 分组，绘制成如图所示的频率分布直方图.



(Ⅰ) 求 m 的值，并估计全校学生测试成绩在 $[80,100]$ 内的人数；

(Ⅱ) 学校想了解部分学生测试成绩较低的原因，从样本中测试成绩在 $[50,60)$ 内的学生中随机抽取 2 名学生座谈，已知这些待选的学生中包含 A 和 B，求 A 和 B 至少有一人被抽到的概率.

18. (12 分)

记递增的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $S_5=85$，且 $a_6=7a_1$.

(Ⅰ) 求 a_n 和 S_n；

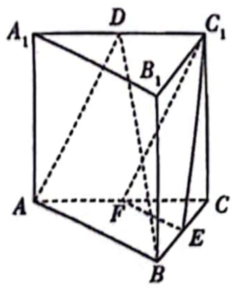
(Ⅱ) 设 $b_n=\frac{5}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19. (12 分)

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=2BC=CC_1=2$，D,E,F 分别是棱 A_1C_1,BC,AC 的中点，$AB\perp BC$.

(Ⅰ) 证明：平面 ABD // 平面 FEC_1；

(Ⅱ) 求点 F 到平面 ABD 的距离.



20.（12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $(2,3)$，且 C 的右焦点为 $F(2,0)$.

（Ⅰ）求 C 的离心率；

（Ⅱ）过点 F 且斜率为 1 的直线与 C 交于 M,N 两点，P 是直线 $x=8$ 上的动点，记直线 PM，PN，PF 的斜率分别为 k_{PM},k_{PN},k_{PF}，证明：$k_{PM}+k_{PN}=2k_{PF}$.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=-\frac{3}{x^3}+\frac{a}{x^2}-\frac{1}{x},a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）讨论 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上的单调性；

（Ⅱ）若存在 $x\in\left[\frac{1}{2},4\right]$ 使不等式 $f(x)\leqslant\frac{2\ln x}{x^2}$ 成立，求 a 的取值范围.

参考数据：$\ln 2\approx 0.7$.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\sqrt{6}\cos\alpha,\\ y=\sqrt{3}+\sqrt{6}\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=1$.

（Ⅰ）求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程；

（Ⅱ）若直线 l 与曲线 C 交于 A,B 两点，与 x 轴交于点 P，求 $|PA|^2+|PB|^2$ 的值.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知函数 $f(x)=2|x+1|,g(x)=4+|2x-1|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)+2\leqslant g(x)$ 的解集；

（Ⅱ）若关于 x 的不等式 $f(x)+g(x)\geqslant 2a^2-13a$ 的解集为 $\mathbf{R}$，求实数 a 的取值范围.