

# 数 学 试 卷

2023.5

学校 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 教育 ID 号 \_\_\_\_\_

考  
生  
须  
知

1. 本试卷共 8 页,共三道大题,28 道小题,满分 100 分,考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上,选择题、作图题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束后,将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。

## 一、选择题(本题共 16 分,每小题 2 分)

第 1—8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个。

1. 下列四个几何体中,主视图为三角形的是



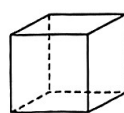
A



B



C



D

2. 2023 年 2 月 28 日,国家统计局发布的《中华人民共和国 2022 年国民经济和社会发展统计公报》中报道:2022 年全年研究与试验发展(R&D)经费支出 30 870 亿元,比上年增长 10.4%。将数字 30 870 用科学记数法表示应为

- A.  $3.087 \times 10^4$       B.  $30.87 \times 10^3$       C.  $0.3087 \times 10^5$       D.  $3.087 \times 10^5$

3. 下面四个图案均由北京 2022 年冬奥会比赛项目图标组成,其中可看作轴对称图形的是



A



B

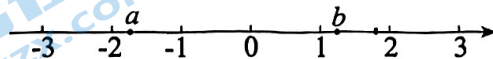


C



D

4. 若实数  $a, b$  在数轴上对应点的位置如图所示,则  $a+b$  的值可能是

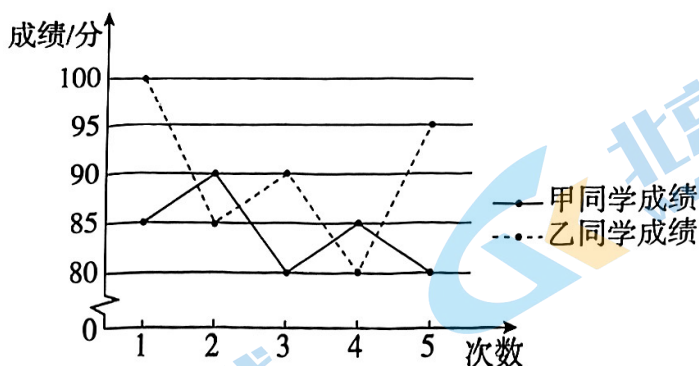


- A. -1      B.  $-\frac{1}{2}$       C. 0      D.  $\frac{1}{2}$

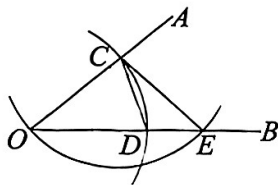
5. 用配方法解一元二次方程  $x^2 + 6x + 3 = 0$  时,将它化为  $(x+m)^2 = n$  的形式,则  $m-n$  的值为

- A. -6      B. -3      C. 0      D. 2

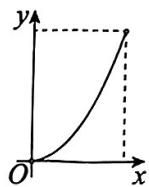
6. 下图是甲、乙两名同学五次数学测试成绩的折线图. 比较甲、乙两名同学的成绩, 下列说法正确的是



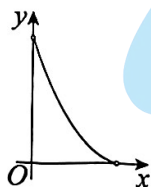
- A. 甲同学平均分高, 成绩波动较小      B. 甲同学平均分高, 成绩波动较大  
 C. 乙同学平均分高, 成绩波动较小      D. 乙同学平均分高, 成绩波动较大
7. 如图,  $\angle AOB=40^\circ$ , 按下列步骤作图: ①在  $OA$  边上取一点  $C$ , 以点  $O$  为圆心、 $OC$  长为半径画弧, 交  $OB$  于点  $D$ , 连接  $CD$ ; ②以点  $C$  为圆心、 $CO$  长为半径画弧, 交  $OB$  于点  $E$ , 连接  $CE$ , 则  $\angle DCE$  的度数为



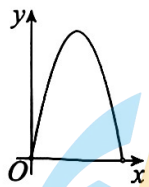
- A.  $20^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $50^\circ$
8. 如图, 动点  $P$  在线段  $AB$  上(不与点  $A, B$  重合), 分别以  $AB, AP, BP$  为直径作半圆, 记图中所示的阴影部分面积为  $y$ , 线段  $AP$  的长为  $x$ . 当点  $P$  从点  $A$  移动到点  $B$  时,  $y$  随  $x$  的变化而变化, 则表示  $y$  与  $x$  之间关系的图象大致是



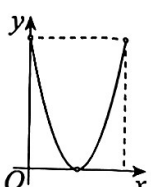
A



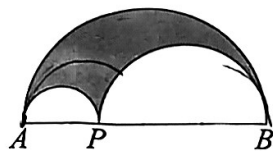
B



C



D

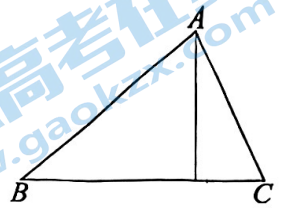


二、填空题(本题共 16 分,每小题 2 分)

9. 若分式  $\frac{2x-1}{x}$  的值为 0, 则实数  $x$  的值为 \_\_\_\_\_

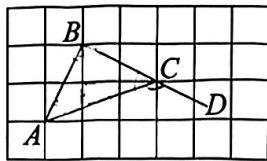
10. 分解因式:  $2x^2 - 4x + 2 =$  \_\_\_\_\_.

11. 如图, 已知  $\triangle ABC$ , 用直尺测量  $\triangle ABC$  中  $BC$  边上的高约为 \_\_\_\_\_ cm(结果保留一位小数).



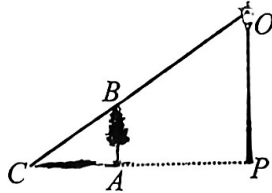
12. 已知点  $A(\sqrt{2}, m)$ ,  $B(\frac{3}{2}, n)$  在一次函数  $y = 2x + b$  的图象上, 则  $m$  \_\_\_\_\_  $n$  (填 “>” “=” 或 “<”).

13. 在如图所示的网格中, 每个小正方形的边长都是 1, 点  $A, B, C$  是网格线交点, 则  $\triangle ABC$  的外角  $\angle ACD$  的度数等于 \_\_\_\_\_ °.



14. 抛掷一枚质地均匀的硬币 2 次, 抛掷的结果都是正面朝上的概率是 \_\_\_\_\_.

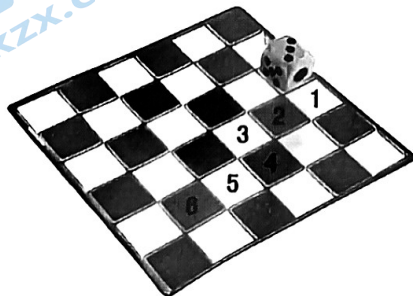
15. 如图, 树  $AB$  在路灯  $O$  的照射下形成树影  $AC$ . 已知灯杆  $PO$  高为 5 m, 树影  $AC$  长为 3 m, 树  $AB$  与灯杆  $PO$  的水平距离  $AP$  为 4.5 m, 则树  $AB$  的高度为 \_\_\_\_\_ m.



16. 一枚质地均匀的骰子放在棋盘上, 骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 相对两个面上的点数之和为 7. 骰子摆放的初始位置如图所示. 骰子由初始位置翻滚一次, 点数为 1 的面落在 1 号格内; 再从 1 号格翻滚一次, 点数为 5 的面落在 2 号格内; 继续这样翻滚…….

(1) 当骰子翻滚到 2 号格时, 朝上一面的点数为 \_\_\_\_\_;

(2) 依次翻滚 6 次到 6 号格, 每次翻滚后骰子朝上一面的点数之和为 \_\_\_\_\_.



三、解答题(本题共 68 分,第 17—21 题,每题 5 分,第 22 题 6 分,第 23 题 5 分,第 24—26 题,每题 6 分,第 27—28 题,每题 7 分)解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算:  $\sqrt{27} - 3\tan 30^\circ + 2023^0 - |-1|$ .

18. 解不等式组 
$$\begin{cases} \frac{3x-1}{2} < 2x, \\ 2x+1 \geq x-1. \end{cases}$$

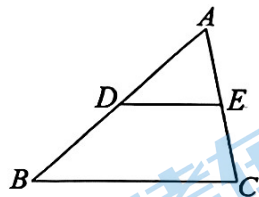
19. 已知  $x^2 - 3x - 1 = 0$ , 求代数式  $(x+2)(x-2) + (x-3)^2$  的值.

20. 下面是证明三角形中位线定理的两种添加辅助线的方法, 选择其中一种, 完成证明.

三角形中位线定理: 三角形的中位线平行于三角形的第三边, 并且等于第三边的一半.

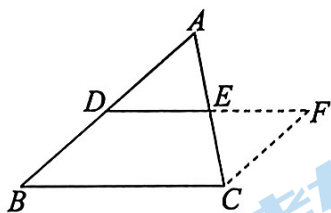
已知: 如图, 点  $D, E$  分别是  $\triangle ABC$  的边  $AB, AC$  的中点.

求证:  $DE \parallel BC$ , 且  $DE = \frac{1}{2}BC$ .



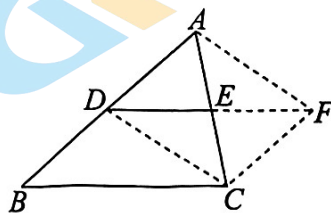
方法一

证明: 如图, 过点  $C$  作  $CF \parallel AB$ , 交  $DE$  的延长线于点  $F$ .



方法二

证明: 如图, 延长  $DE$  到点  $F$ , 使得  $EF = DE$ , 连接  $FC, DC, AF$ .



21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象经过点  $(-1, 3)$ .

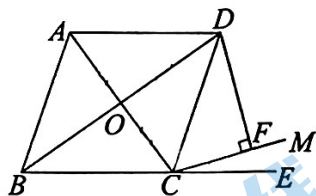
(1) 求这个反比例函数的解析式;

(2) 当  $x < -1$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y = -x + n$  的值大于反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的值, 直接写出  $n$  的取值范围.

22. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $BD$  平分  $\angle ABC$ .

(1) 求证: 四边形  $ABCD$  是菱形;

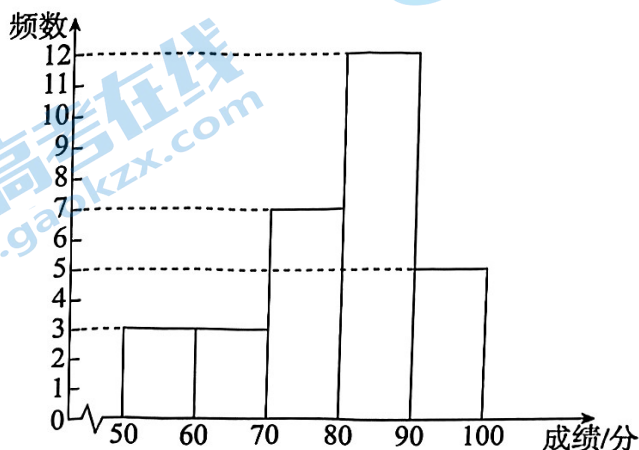
(2) 连接  $AC$  交  $BD$  于点  $O$ , 延长  $BC$  到点  $E$ , 在  $\angle DCE$  的内部作射线  $CM$ , 使得  $\angle ECM = 15^\circ$ , 过点  $D$  作  $DF \perp CM$  于点  $F$ . 若  $\angle ABC = 70^\circ$ ,  $DF = \sqrt{5}$ , 求  $\angle ACD$  的度数及  $BD$  的长.



23. 某校开展了“学习二十大”的知识竞赛(百分制), 七、八年级学生参加了本次活动. 为了了解两个年级的答题情况, 该校从每个年级各随机抽取了 30 名学生的成绩, 并对数据(成绩)进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 七年级成绩的频数分布直方图如下

(数据分成五组:  $50 \leq x < 60$ ,  $60 \leq x < 70$ ,  $70 \leq x < 80$ ,  $80 \leq x < 90$ ,  $90 \leq x \leq 100$ ):



b. 七年级成绩在  $80 \leq x < 90$  的数据如下(单位:分):

80 81 85 85 85 85 85 85 85 85 88 89

c. 七、八年级各抽取的 30 名学生成绩的平均数、中位数、众数、方差如下表:

年级	平均数	中位数	众数	方差
七年级	80.4	$m$	$n$	141.04
八年级	80.4	83	84	86.10

根据以上信息,回答下列问题:

(1)表中  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2)下列推断合理的是         ;

①样本中两个年级数据的平均数相同,八年级数据的方差较小,由此可以推断该校八年级学生成绩的波动程度较小;

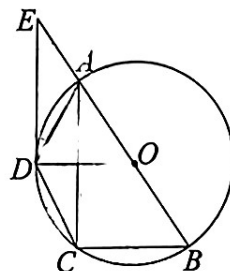
②若八年级小明同学的成绩是 84 分,可以推断他的成绩超过了该校八年级一半以上学生的成绩.

(3)竞赛成绩 80 分及以上记为优秀,该校七年级有 600 名学生,估计七年级成绩优秀的学生人数.

24. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C, D$  在  $\odot O$  上, 点  $D$  为  $\widehat{AC}$  的中点,  $\odot O$  的切线  $DE$  交  $BA$  的延长线于点  $E$ , 连接  $AC, BC, CD$ .

(1)求证:  $\angle E = \angle BAC$ ;

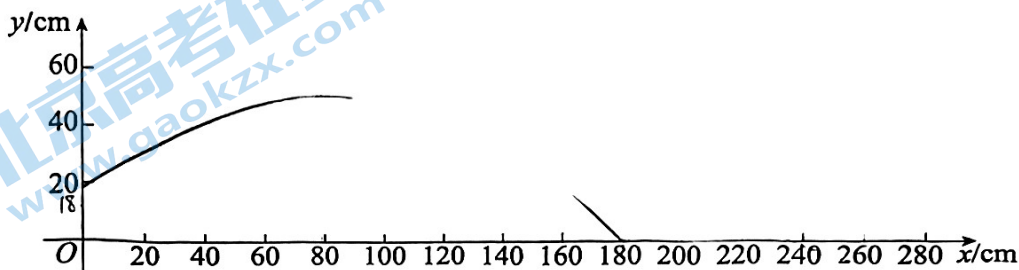
(2)若  $\odot O$  的半径长为 5,  $\cos E = \frac{4}{5}$ , 求  $CD$  和  $DE$  的长.



25. 已知乒乓球桌的长度为 274 cm, 某人从球桌边缘正上方高 18 cm 处将乒乓球向正前方抛向对面桌面, 乒乓球的运动路线近似是抛物线的一部分.



(1) 建立如图所示的平面直角坐标系, 从乒乓球抛出到第一次落在球桌的过程中, 乒乓球的竖直高度  $y$  (单位: cm) 与水平距离  $x$  (单位: cm) 近似满足函数关系  $y = a(x - h_1)^2 + k$  ( $a < 0$ ).



乒乓球的水平距离  $x$  与竖直高度  $y$  的几组数据如下表所示. 根据表中数据, 直接写出乒乓球竖直高度的最大值, 并求出满足的函数关系式;

水平距离 $x$ /cm	0	40	80	120	160
竖直高度 $y$ /cm	18	42	50	42	18

(2) 乒乓球第一次落在球桌后弹起, 它的竖直高度  $y$  与水平距离  $x$  近似满足函数关系  $y = -0.005(x - h_2)^2 + 8$ . 判断乒乓球再次落下时是否仍落在球桌上, 并说明理由.

26. 已知抛物线  $y = ax^2 - 2ax$  ( $a \neq 0$ ).

(1) 求该抛物线的顶点坐标(用含  $a$  的式子表示);

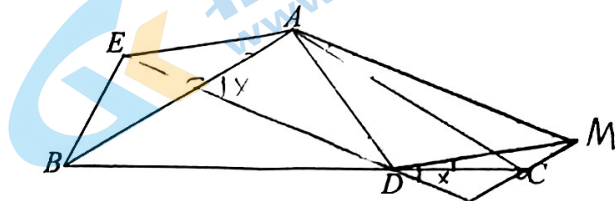
(2) 当  $a > 0$  时, 抛物线上有两点  $(-1, s)$ ,  $(k, t)$ , 若  $s > t$  时, 直接写出  $k$  的取值范围;

(3) 若  $A(m-1, y_1)$ ,  $B(m, y_2)$ ,  $C(m+3, y_3)$  都在抛物线上, 是否存在实数  $m$ , 使得  $y_1 < y_3 < y_2 \leq -a$  恒成立? 若存在, 求出  $m$  的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

27. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $\angle BAC=\alpha$ ,点  $D$  在  $BC$  边上,以点  $A$  为中心,将线段  $AD$  顺时针旋转  $\alpha$  得到线段  $AE$ ,连接  $BE$ .

(1)求证: $BA$  平分  $\angle EBC$ ;

(2)连接  $DE$  交  $AB$  于点  $F$ ,过点  $C$  作  $CG \parallel AB$ ,交  $ED$  的延长线于点  $G$ . 补全图形,用等式表示线段  $EF$  与  $DG$  之间的数量关系,并证明.



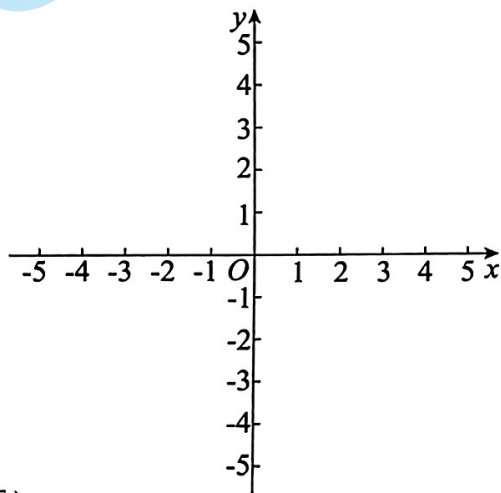
28. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,已知点  $M(a,b)$ ,将点  $P$  向左( $a \geq 0$ )或向右( $a < 0$ )平移  $k|a|$  个单位长度,再向下( $b \geq 0$ )或向上( $b < 0$ )平移  $k|b|$  个单位长度( $k > 0$ ),得到点  $P'$ ,再将点  $P$  关于直线  $MP'$  对称得到点  $Q$ ,称点  $Q$  为点  $P$  的  $k$  倍“对应点”. 特别地,当  $M$  与  $P'$  重合时,点  $Q$  为点  $P$  关于点  $M$  的中心对称点.

(1)已知点  $P(3,0)$ , $k=2$ .

①若点  $M$  的坐标为  $(0,1)$ ,画出点  $P'$ ,并直接写出点  $P$  的 2 倍“对应点” $Q$  的坐标;

②若  $OM=1$ ,直线  $y=x+b$  上存在点  $P$  的 2 倍“对应点”,直接写出  $b$  的取值范围;

(2)半径为 3 的  $\odot O$  上有不重合的两点  $M,P$ ,若半径为 1 的  $\odot O$  上存在点  $P$  的  $k$  倍“对应点”,直接写出  $k$  的取值范围.





## 关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯