

高三数学

2020.11

本试卷共4页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题纸上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题纸一并交回。

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A = \{x | x - 3 \leq 0\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{0, 2\}$ (B) $\{0, 2, 4\}$ (C) $\{x | x \leq 3\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 3\}$

(2) 已知向量 $a = (m, 2)$, $b = (2, -1)$. 若 $a \parallel b$, 则 m 的值为

- (A) 4 (B) 1 (C) -4 (D) -1

(3) 命题“ $\exists x > 0$, 使得 $2^x \geq 1$ ”的否定为

- (A) $\exists x > 0$, 使得 $2^x < 1$ (B) $\exists x \leq 0$, 使得 $2^x \geq 1$
(C) $\forall x > 0$, 都有 $2^x < 1$ (D) $\forall x \leq 0$, 都有 $2^x < 1$

(4) 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $a < b < 0$, 则

- (A) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (B) $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$
(C) $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$ (D) $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$

(5) 下列函数中, 是偶函数且在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数的是

- (A) $y = 2 \ln x$ (B) $y = |x^3|$
(C) $y = x - \frac{1}{x}$ (D) $y = \cos x$

(6) 已知函数 $f(x) = \ln x + x - 4$, 在下列区间中, 包含 $f(x)$ 零点的区间是

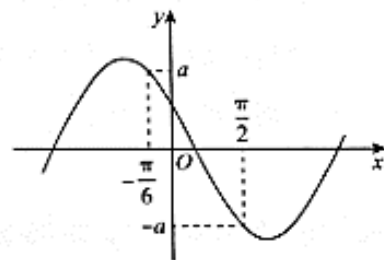
- (A) $(0, 1)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(2, 3)$ (D) $(3, 4)$

(7) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = a_n (n=1, 2, 3, \dots)$, 则 $a_{2020} =$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2020 (D) 2021

(8) 已知函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, 将该函数的图象向左平移 $t (t > 0)$ 个单位长度, 得到函数 $y = f(x)$ 的图象. 若函数 $y = f(x)$ 为奇函数, 则 t 的最小值是

- (A) $\frac{\pi}{12}$ (B) $\frac{\pi}{6}$
(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$



(9) 设 x, y 是实数, 则 “ $0 < x < 1$, 且 $0 < y < 1$ ” 是 “ $\log_2 x + \log_2 y < 0$ ” 的

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

(10) 对于函数 $f(x)$, 若集合 $\{x \mid x > 0, f(x) = f(-x)\}$ 中恰有 k 个元素, 则称函数 $f(x)$ 是 “ k 阶

准偶函数”. 若函数 $f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{2})^x, & x \leq a, \\ x^2, & x > a \end{cases}$ 是 “2 阶准偶函数”, 则 a 的取值范围是

- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $[0, 2)$ (C) $[0, 4)$ (D) $[2, 4)$

第二部分 (非选择题 共110分)

二、填空题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

(11) 若复数 $z = (1+i)i$, 则 $|z| =$ _____.

(12) 已知 $\tan(\theta - \frac{\pi}{4}) = 2$, 则 $\tan \theta =$ _____.

(13) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 若 $a_1 = 9$, 公差 $d = -2$, 则 S_n 的最大值为 _____.

(14) 在边长为 2 的正三角形 ABC 中, M 是 BC 的中点, D 是线段 AM 的中点.

①若 $\overrightarrow{BD} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BC}$, 则 $x+y =$ _____ ;

② $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BM} =$ _____ .

(15) 唐代李皋发明了“桨轮船”, 这种船是原始形态的轮船, 是近代明轮航行模式之先导.

如图, 某桨轮船的轮子的半径为 3m, 它以 1rad/s

的角速度逆时针旋转. 轮子外边沿有一点 P , 点 P

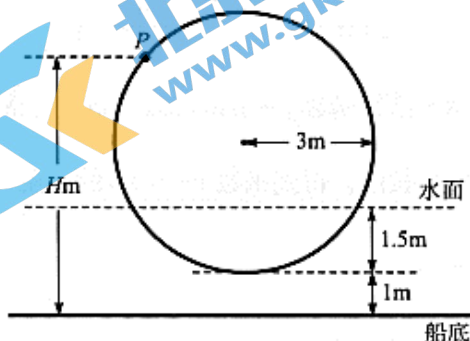
到船底的距离是 H (单位: m), 轮子旋转时间为 t

(单位: s). 当 $t=0$ 时, 点 P 在轮子的最高点处.

①当点 P 第一次入水时, $t =$ _____ ;

②当 $t=t_0$ 时, 函数 $H(t)$ 的瞬时变化率取得最大值,

则 t_0 的最小值是 _____ .



三、解答题共 6 小题, 共 85 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

(16) (本小题共 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\sin B = 2\sin C$, $\cos A = \frac{3}{4}$.

(I) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{7}$, 求 c 的值;

(II) 求 $\frac{a}{c}$ 的值.

(17) (本小题共 14 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5 = 9$, $a_3 + a_9 = 22$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $b_1 = a_1$, 再从条件①、条件②、条件③这三个条件

中选择两个作为已知条件, 求满足 $S_n < 2020$ 的 n 的最大值.

条件①: $b_3 = a_1 + a_2$;

条件②: $S_3 = 7$;

条件③: $b_{n+1} > b_n$.

(18) (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x(2x^2 - 3x)$.

(I) 求不等式 $f(x) > 0$ 的解集;

(II) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值和最小值.

(19) (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin(x + \frac{\pi}{6})$.

(I) 求 $f(x)$ 的单调递减区间;

(II) 设 $g(x) = f(x)f(x - \frac{\pi}{6})$. 当 $x \in [0, m]$ 时, $g(x)$ 的取值范围为 $[0, 2 + \sqrt{3}]$, 求 m 的最大值.

(20) (本小题共 14 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 - 3ax^2 + 2 + 4a$.

(I) 当 $a = -1$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程;

(II) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(a, a+3)$ 上具有单调性, 求 a 的取值范围;

(III) 当 $a > 0$ 时, 若 $x_1 + x_2 > 2$, 求 $f(x_1) + f(x_2)$ 的取值范围.

(21) (本小题共 15 分)

已知 $\{a_n\}$ 是无穷数列, $a_1 = a$, $a_2 = b$, 且对于 $\{a_n\}$ 中任意两项 $a_i, a_j (i < j)$, 在 $\{a_n\}$ 中都存在一项 $a_k (j < k < 2j)$, 使得 $a_k = 2a_j - a_i$.

(I) 若 $a = 3$, $b = 5$, 求 a_3 ;

(II) 若 $a = b = 0$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 中有无穷多项为 0;

(III) 若 $a \neq b$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

关于我们

北京高考资讯是专注于北京新高考政策、新高考选科规划、志愿填报、名校强基计划、学科竞赛、高中生涯规划的超级升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有北京高考在线网站（www.gaokzx.com）和微信公众平台等媒体矩阵。

目前，北京高考资讯微信公众号拥有30W+活跃用户，用户群体涵盖北京80%以上的重点中学校长、老师、家长及考生，引起众多重点高校的关注。
北京高考在线官方网站：www.gaokzx.com

北京高考资讯 (ID: bj-gaokao)
扫码关注获取更多



关注北京高考在线官方微信：[北京高考资讯 \(ID:bj-gaokao\)](https://www.gaokzx.com)，获取更多试题资料及排名分析信息。