

北京市陈经纶中学期中诊断

高二年级 数学学科 统一卷

(时间: 120 分钟 满分: 150 分)

一、选择题: 本大题共 10 个小题, 每小题 5 分, 共 50 分.

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x^2 - 3x < 0\}$, 则 $A \cap B = ()$.

- A. $\{-1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 命题“ $\forall x > 0, \ln(1+x) < x$ ”的否定是 ().

- A. $\forall x > 0$, 均有 $\ln(1+x) \geq x$ B. $\forall x \leq 0$, 均有 $\ln(1+x) \geq x$
 C. $\exists x_0 \leq 0$, 使得 $\ln(1+x_0) \geq x_0$ D. $\exists x_0 > 0$, 使得 $\ln(1+x_0) \geq x_0$

3. 若 $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a > b$, 则 ().

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $a^2 > b^2$ C. $ac > bc$ D. $a - c > b - c$

4. 在 $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$ 的二项式展开式中, 常数项是 ().

- A. 30 B. -15 C. 15 D. -30

5. 设 $a > 0$, 则 $a + \frac{a+4}{a}$ 的最小值为 ().

- A. 5 B. 3 C. 4 D. 9

6. 陈经纶中学高二语文期中考试共设置 8 道古文诗句默写, 题目选自 7 篇古诗文, 包括《屈原列传》、《离骚》的节选段落, 以及《陈情表》、《过秦论》、《项脊轩志》、《伶官传序》、《归去来兮辞》的全文. 已知每篇古诗文均设置题目, 则在节选段落的篇目不重复出题的条件下, 考查 2 道《过秦论》默写题目的概率为 ().

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

7. 已知函数 $f(x) = x^3 + x$, 则“ $x_1 + x_2 = 0$ ”是“ $f(x_1) + f(x_2) = 0$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 掷三颗质地均匀的骰子, 已知所得三个点数都不一样, 则骰子中含 1 点的概率为 () .

- A. $\frac{19}{30}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{18}$

9. 箱子中装有形状大小完全相同的 5 个白球和 $n(n \in \mathbb{N}^*)$ 个黑球. 从中有放回的随机抽取 4 次, 每次抽取 1 球, 记其中白球的个数为 X , 若 $D(X) = 1$, 则 $E(X) =$ ()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. $\frac{1}{2}$

10. 已知函数 $f(x) = 2x^2 - e^{|x|}$, 关于函数 $f(x)$ 给出下列命题:

- ① 函数 $f(x)$ 为偶函数; ② 函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}, 1]$ 单调递增;
③ 函数 $f(x)$ 存在两个零点; ④ 函数 $f(x)$ 存在极大值和极小值.

正确的命题为 ()

- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③④

二、填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

11. 函数 $f(x) = \lg(x+1) + \frac{1}{x-1}$ 的定义域为_____.

12. 设 $f(x) = x \ln x$, 若 $f'(x_0) = 2$, 则 $x_0 =$ _____.

13. 若 $(3x-1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, 则 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$ _____.

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - a, & x \leq 1 \\ \log_a x, & x > 1 \end{cases}$

①若 $a = 2$, 则函数 $f(x)$ 的值域为_____;

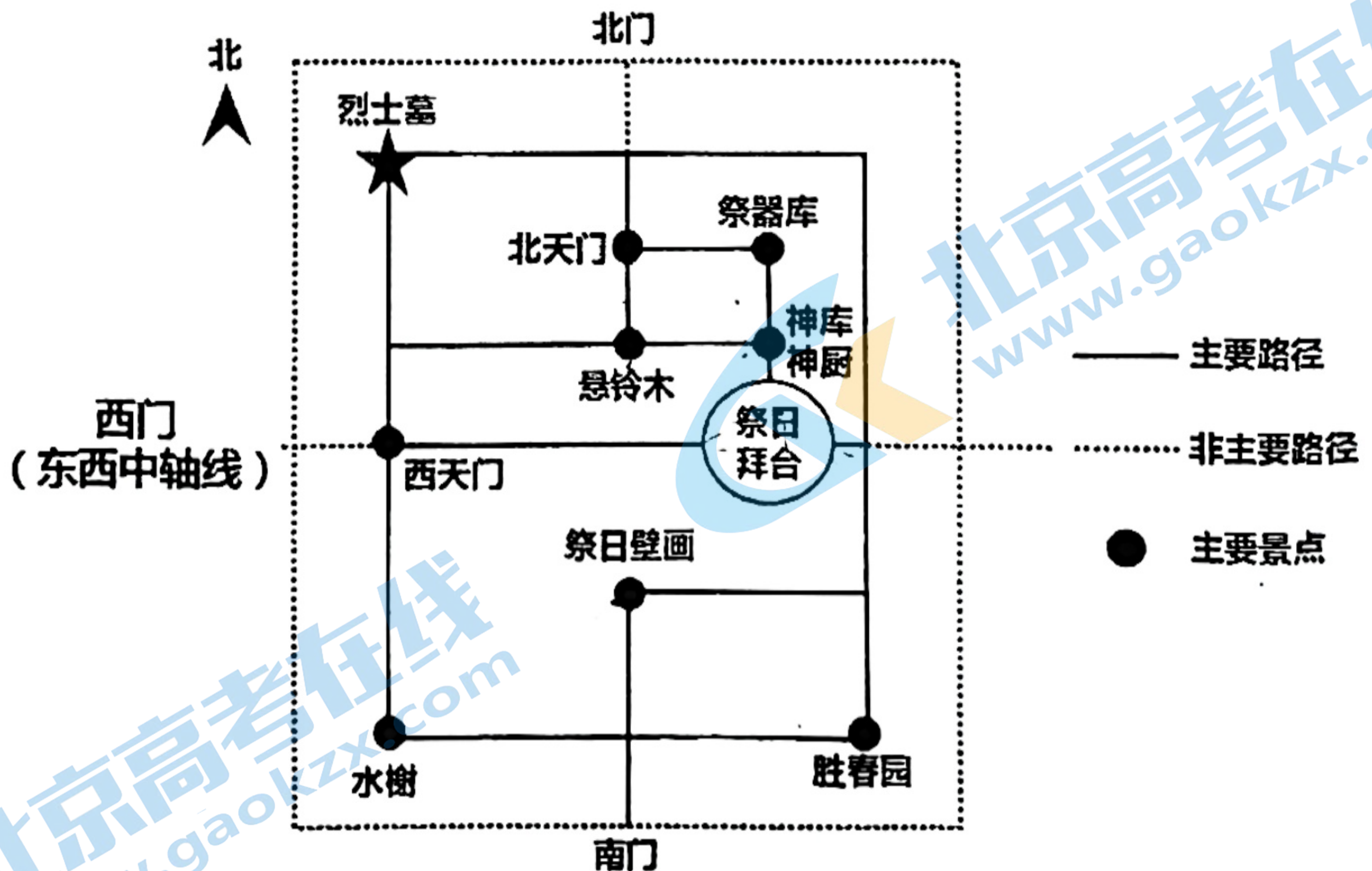
②若 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上是增函数, 则 a 的值可以是_____. (写出符合条件的一个值)

15. 已知全集 $U = \{(x, y) | x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}\}$, 非空集合 $S \subseteq U$. 若在平面直角坐标系 xOy 中, 对 S 中的任意点 P , 与 P 关于 x 轴、 y 轴以及直线 $y = x$ 对称的点也均在 S 中, 则以下命题:

- ①若 $(1, 3) \in S$, 则 $(-1, -3) \in S$;
 ②若 $(0, 4) \in S$, 则 S 中至少有 8 个元素;
 ③若 $(0, 0) \notin S$, 则 S 中元素的个数可以为奇数;
 ④若 $\{(x, y) | x + y = 4\} \subseteq S$, 则 $\{(x, y) | |x| + |y| = 4\} \subseteq S$.

其中正确命题的序号为_____.

16. 陈经纶中学高二年级近日于北京日坛公园组织社会实践活动. 日坛公园的西门位于东西中轴线上, 公园内部的主要路径及主要景点如下图所示. 某活动小组计划从“烈士墓”出发, 经“东西中轴线及其以北”的主要路径前往“祭日拜台”进行实践活动, 活动结束后经“东西中轴线及其以南”的主要路径由南门离开. 已知小组成员的行动路线中没有重复的主要路径. 则该小组在前往“祭日拜台”的途中最多可以路过_____个主要景点; 该小组全程共有_____条行动路线可供选择.



三、解答题: 本大题共 5 个小题, 共 70 分.

17. (本题满分 13 分)

某研究小组在进行一项水质监测实验, 受取样环境所限, 每次取得的水样均有 $\frac{1}{10}$ 的概率受到污染而无法用于研究, 假设每次取样互不影响.

(I) 研究小组取样 2 次, 求水样均受到污染的概率;

(II) 研究小组取样 3 次, 记 3 份水样中受到污染的水样数量为 X , 求 X 的分布列及数学期望;

(III) 已知取出的 100 份水样中, 有 2 份水样受到污染, 为筛选出污染的水样, 研究小组将 100 份水样分成 10 组, 每组 10 份; 将每组的各份水样分别取一小部分进行混合, 对所有混合物进行逐份检测, 若无污染, 则可确定该组水样无污染, 否则还需对该组所有水样逐份检测. 若两份污染水样不在同一组, 则检测次数是多少? (直接写出结论)

18. (本题满分 13 分)

体温是人体健康状况的直接反应, 一般认为腋下温度 T (单位: $^{\circ}\text{C}$) 超过 37.3°C 即为发热, 按不同体温范围可分成以下四种发热类型:

低热: $37.4^{\circ}\text{C} \leq T \leq 38^{\circ}\text{C}$; 中度热: $38.1^{\circ}\text{C} \leq T \leq 39^{\circ}\text{C}$;

高热: $39.1^{\circ}\text{C} \leq T \leq 41^{\circ}\text{C}$; 超高热 (有生命危险): $T > 41^{\circ}\text{C}$

某患者因肺炎发热, 住院治疗, 医生记录该患者 15 天治疗期间的腋下温度:

抗生素	没有使用		使用“呋辛钠”治疗			使用“拉氧”治疗		
治疗天数	1	2	3	4	5	6	7	8
腋下温度 ($^{\circ}\text{C}$)	39.4	39.9	40.2	40.5	40.1	39.1	38.9	39.0
抗生素	使用“泰能”治疗				没有使用			
治疗天数	9	10	11	12	13	14	15	
腋下温度 ($^{\circ}\text{C}$)	38.5	38.0	37.6	37.1	36.8	36.6	36.3	

(I) 患者好友计划在 15 天中随机选择 1 天来病房探望患者, 求探望当天患者腋下温度处于高热的概率;

(II) 住院期间, 医生需取患者静脉血做血常规检查, 若在第 4 天至第 8 天期间, 医生随机选择 3 天取静脉血, 记 X 为高热体温下的取血天数, 试求 X 的分布列与数学期望;

(III) 治疗期间, 医生根据病情变化, 前后共使用三种不同的抗生素 (见表) 对患者进行治疗, 请结合表中数据, 判断哪种抗生素治疗效果最佳, 并说明理由.

19. (本题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = [2ax^2 - (5a+2)x + 5a+3]e^x$.

(I) 若函数 $y = f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = x - 2$, 求 a ;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

20. (本题满分 15 分)

设函数 $f(x) = x^2 + m \ln(x+1) (m \in \mathbf{R})$.

(I) 若 $m = -1$,

(i) 求曲线 $f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(ii) 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, 求证: $f(x) < x^3$.

(II) 若函数 $f(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上存在唯一零点, 求实数 m 的取值范围.

21. (本题满分 15 分)

已知集合 $A = \{1, 2, \dots, n\} (n \geq 3)$, $|A|$ 表示集合 A 中的元素个数, 当集合 A 的子集 A_i 满足 $|A_i| = 2$ 时, 称 A_i 为集合 A 的二元子集.

若对集合 A 的任意 m 个不同的二元子集 A_1, A_2, \dots, A_m , 均存在对应的集合 B 满足: ① $B \subseteq A$; ② $|B| = m$; ③ $|B \cap A_i| \leq 1 (1 \leq i \leq m)$, 则称集合 A 具有性质 J .

(I) 当 $n = 3$ 时, 若集合 A 具有性质 J , 请直接写出集合 A 的所有二元子集以及 m 的一个取值;

(II) 当 $n = 6, m = 4$ 时, 判断集合 A 是否具有性质 J ? 并说明理由;

(III) 当 $m = 2023$ 时, 若集合 A 具有性质 J , 求 n 的最小值.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯