2023~2024学年佛山市普通高中教学质量检测（一）

高三数学

2024.1

本试卷共4页，22小题。满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生要务必填涂答题卷上的有关项目.
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答案涂在答题卷相应的位置上.
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卷各题目指定区域内；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答的答案无效.
4. 请考生保持答题卷的整洁. 考试结束后，将答题卷交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\mid x>2\}$，$B=\{x\mid x<1\}$，则 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$（　　）

A. $\varnothing$　　B. $\{x\mid 1<x<2\}$　　C. $\{x\mid 1\le x\le 2\}$　　D. $\mathbf{R}$

2. 复数 $\dfrac{1+\sqrt{3}i}{\sqrt{3}+i^3}=$（　　）

A. $-i$　　B. i　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-i$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+i$

3. 已知双曲线 E 的实轴长为8，且与椭圆 $\dfrac{y^2}{49}+\dfrac{x^2}{24}=1$ 有公共焦点，则双曲线 E 的渐近线方程为（　　）

A. $3x\pm4y=0$　　B. $4x\pm3y=0$　　C. $4x\pm5y=0$　　D. $5x\pm4y=0$

4. 已知 $f(x)=(x+1)(x+a)(x+b)$ 为奇函数，则 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程为（　　）

A. $x+y=0$　　B. $x-y=0$　　C. $3x+y=0$　　D. $3x-y=0$

5. 设抛物线 $C:y^2=2px\,(p>0)$ 的焦点为 F，准线为 l，M 是 C 上一点，N 是 l 与 x 轴的交点，若 $|MN|=4\sqrt{2}$，$|MF|=4$，则 $p=$（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. 4

6. 若古典概型的样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4\}$，事件 $A=\{1,2\}$，甲：事件 $B=\Omega$，乙：事件 A,B 相互独立，则甲是乙的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 对于任意非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$，若 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{c}$ 上的投影向量互为相反向量，下列结论一定成立的是（　　）

A. $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{c}$　　B. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})/\!/\boldsymbol{c}$　　C. $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$　　D. $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{c}$

8. 2023年中央金融工作会议于10月30日至31日在北京举行，会议强调坚持把金融服务实体经济作为根本宗旨. 现有某高新企业向金融机构申请到一笔800万元专项扶持贷款资金，该贷款资金分12期发放完毕，考虑到企业盈利状况将逐步改善，前11期放款金额逐期等额递减发放，每期递减10万元，第12期资金不超过10万元一次性发放. 假设每期放款金额均为以万元为单位的正整数，则第1期和第12期放款金额之和为（　　）

A. 128　　B. 130　　C. 132　　D. 134

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分．

9. 已知角 θ 的终边过点 $P(3,4)$，则（　　）

A. $\cos 2\theta=-\dfrac{7}{25}$　　B. $\tan 2\theta=-\dfrac{24}{7}$　　C. $\cos\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\tan\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{1}{2}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E、F 分别是 BD 和 B_1C 的中点，则（　　）

A. $EF\perp BD$　　B. EF 与 AD_1 所成角为 60°

C. $EF\perp$ 平面 B_1CD_1　　D. EF 与平面 $ABCD$ 所成角为 45°

11. 有一组样本数据 $0,1,2,3,4$，添加一个数 X 形成一组新的数据，且 $P(X=k)=\dfrac{C_5^k}{32}$ $(k\in\{0,1,2,3,4,5\})$，则新的样本数据（　　）

A. 极差不变的概率是 $\dfrac{31}{32}$　　B. 第 25 百分位数不变的概率是 $\dfrac{3}{16}$

C. 平均值变大的概率是 $\dfrac{1}{2}$　　D. 方差变大的概率是 $\dfrac{7}{32}$

12. 已知 $f(x)=\ln x-ax+\dfrac{a}{x}$ 有两个不同的极值点 x_1，x_2，则（　　）

A. $x_1+x_2<2$　　B. $f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)>0$　　C. $f(x_1)+f(x_2)=0$　　D. $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<1-2a$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. 在 $(1+ax)^n$（其中 $n\in\mathbf{N}^*$，$a\neq 0$）的展开式中，x 的系数为 -10，各项系数之和为 -1，则 $n=$______．

14. 在正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，$A_1B_1=\sqrt{3}$，其外接球半径为 $\sqrt{5}$，则该棱台的高可以为____．

15. 若 A,B 分别是曲线 $y=e^x$ 与圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 上的点，则 $|AB|$ 的最小值为______．

16. 已知 ΔABC 中，$AB=2BC=2$，AB 边上的高与 AC 边上的中线相等，则 $\tan B=$______．

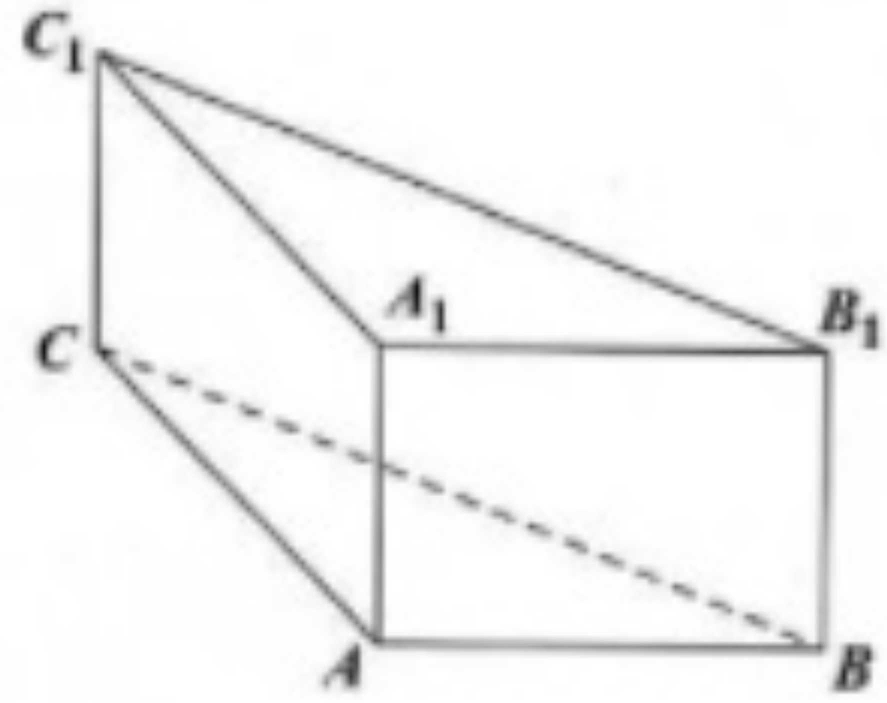
四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（10 分）

如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1=2$，$AB=3$，$AC=4$，$\angle ACB=30^\circ$．过点 A,B_1,C_1 的平面和平面 ABC 的交线记作 l．

(1) 证明：$l\,//\,BC$；

(2) 求顶点 C_1 到直线 l 的距离．



18.（12分）

高中进行体育与健康学业水平测试，有利于提升学生身体素质和健康水平，培养学生创新精神和实践能力．某学校对高三年级学生报名参加体育与健康学业水平测试项目的情况进行了普查，全年级1070名学生中有280名报名参加羽毛球项目，其中530名女生中有64名报名参加羽毛球项目．

(1) 从该校高三年级中任选一名学生，设事件A表示“选到的学生是女生”，事件B表示“选到的学生报名参加羽毛球项目”，比较$P(B|A)$和$P(B|\overline{A})$的大小，并说明其意义；

(2) 某同学在该校的运动场上随机调查了50名高三学生的报名情况，整理得到如下列联表：

性别	羽毛球		合计
	报名	没报名	
女	12	8	20
男	13	17	30
合计	25	25	50

根据小概率值$\alpha=0.05$的独立性检验，能否认为该校高三年级学生的性别与羽毛球的报名情况有关联？得到的结论与第(1)问结论一致吗？如果不一致，你认为原因可能是什么．

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

α	0.050	0.010	0.001
x_α	3.841	6.635	10.828

19.（12分）

记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，且满足$2S_{n+1}=3S_n+2a_n$．

(1) 试问数列$\{S_n+a_n\}$是否为等比数列，并说明理由；

(2) 若$a_1=2$，求$\{a_n\}$的通项公式．

20.（12分）

已知椭圆Γ：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，直线$l:y=k(x+1)$与$\Gamma$交于$A,B$两点，与$x$轴交于点$C$，$O$为坐标原点.

(1) 证明：$b^2>\frac{k^2}{1+4k^2}$；

(2) 若$\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$，求$\Delta AOB$面积取得最大值时椭圆$\Gamma$的方程.

21.（12分）

记T为函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的最小正周期，其中$\omega>0$，$0<\varphi<\pi$，且$f(0)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，直线$x=\frac{1}{12}T$为曲线$y=f(x)$的对称轴.

(1) 求φ；

(2) 若$f(x)$在区间$[\pi,2\pi]$上的值域为$\left[-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$，求$f(x)$的解析式.

22.（12分）

已知$f(x)=e^{2x}-ax-1$，$g(x)=ax(e^x-1)$，其中$a\in\mathbf{R}$.

(1) 求$f(x)$的单调区间；

(2) 若$a>2$，证明：当$x\geq\sqrt{3a-6}$时，$f(x)>g(x)$.