

2023 届高三二轮复习联考(一) 全国卷
文科数学试题

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A = \{x | |x| \geq 2\}$, $B = \{x | -3 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{x | -3 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 2 \leq x < 3\}$
C. $\{x | -3 < x \leq -2 \text{ 或 } 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | -3 < x < -2 \text{ 或 } 2 < x < 3\}$

2.若 $z = \frac{2+i}{i}$, 则 $z - \bar{z} =$

- A. 4 B. -4i C. 4i D. -4

3.已知角 α 的顶点在坐标原点,始边与 x 轴的非负半轴重合,终边过点 $A\left(\sin \frac{\pi}{3}, \tan \frac{\pi}{3}\right)$, 则

$\tan \alpha =$

- A. $\sqrt{3}$ B. 3
C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 2

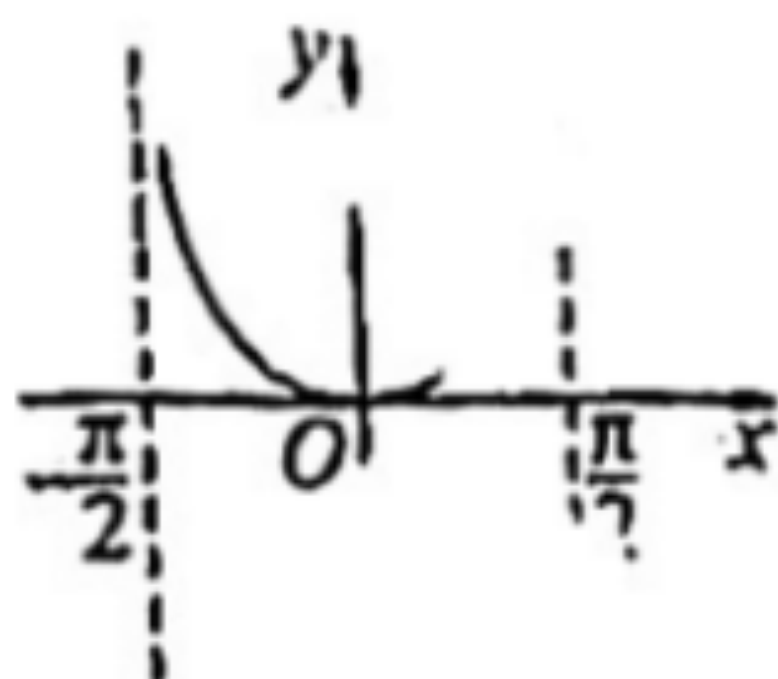
4.在边长为 2 的正三角形 ABC 中, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{EB}$, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{DE} =$

- A. -3 B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. 3

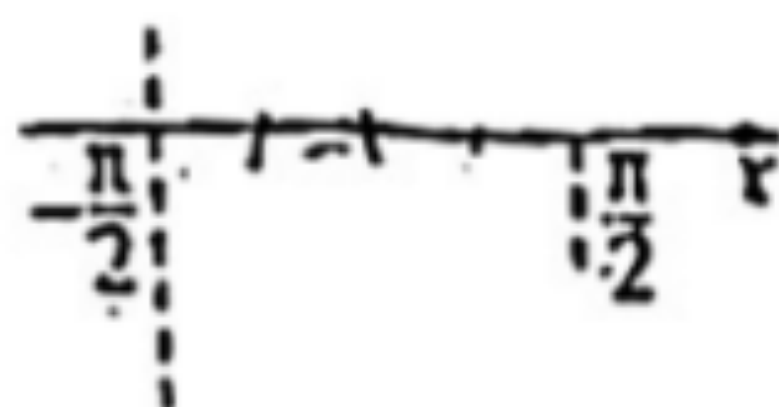
5.从 1, 2, 3, 4, 5 中任取两个不相同的数,则这两个数的和为质数的概率为

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{2}{3}$

6.函数 $f(x) = \frac{x^2 - x}{\cos x}$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的图象大致为



B



C



D

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y-1 \geq 0, \\ x+2y-4 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为 。

14. 数学兴趣小组对具有线性相关的两个变量 x 和 y 进行了统计分析，得到了下表：

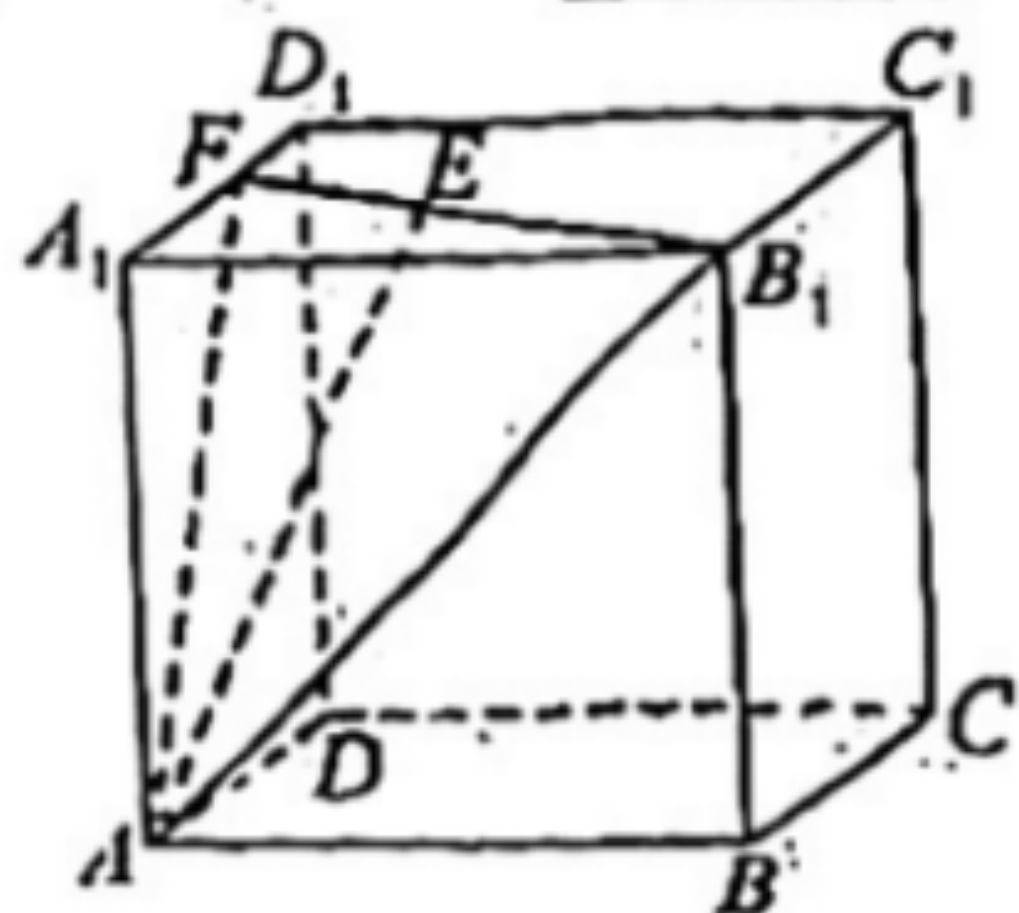
x	4	6	8	10	12
y	a	2	$-b$	c	6

并由表中数据求得 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=0.65x-1.8$ ，若 a, b, c 成等差数列，则 $b=$ 。

15. 已知直线 $l: y=x-\frac{p}{2}$ 与抛物线 $C: y^2=2px (p>0)$ 交于 A, B 两点，若

$\triangle AOB$ (O 为坐标原点) 的面积为 $\sqrt{2}$ ，则 $p=$ 。

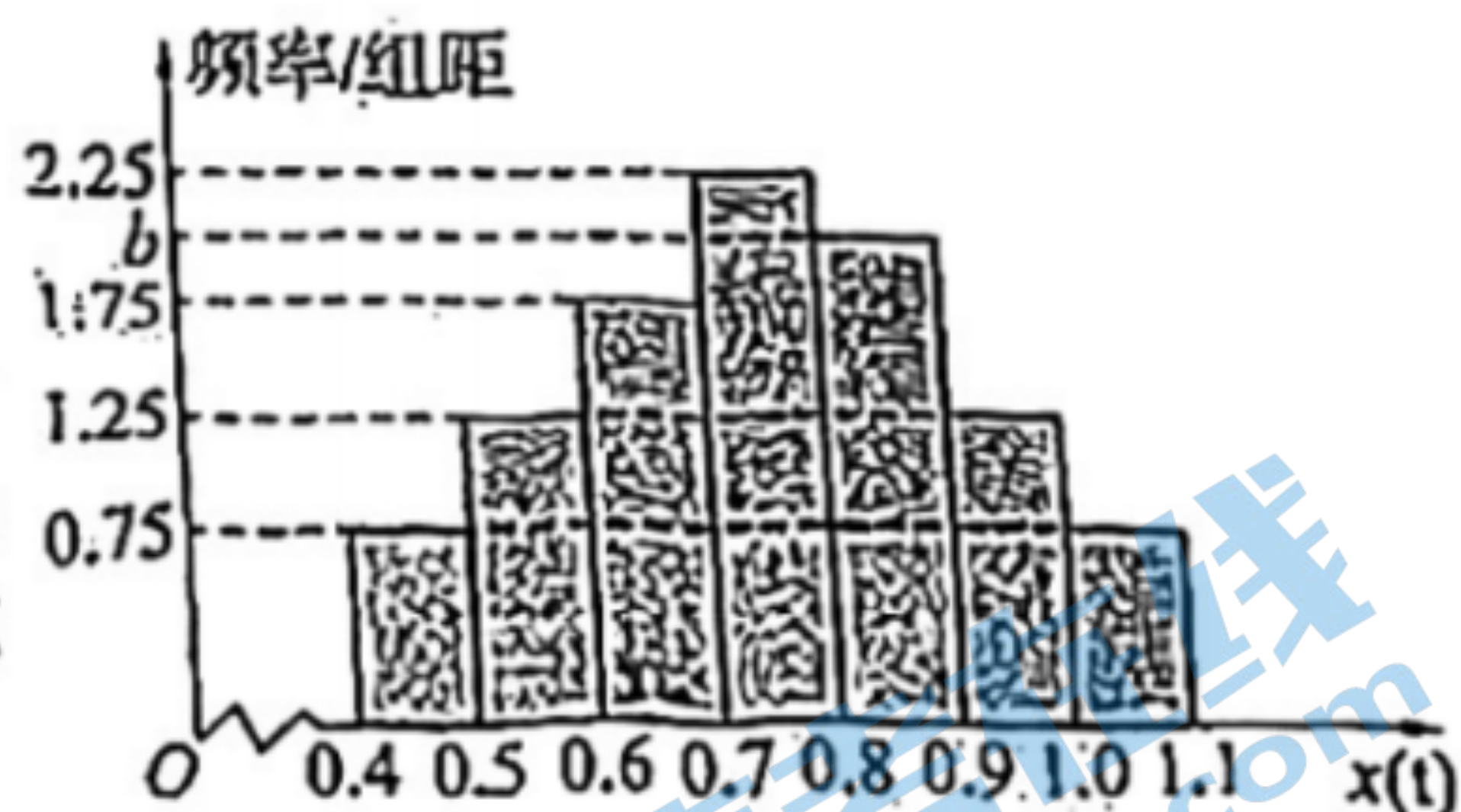
16. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AB=4$ ，若 F 为棱 A_1D_1 上动点， E 为线段 B_1F 上的点，且 $AE \perp B_1F$ ，若 AE 与平面 A_1B_1F 所成角的正切值为 $\frac{5}{3}$ ，则三棱锥 $A-A_1B_1F$ 的外接球表面积为 。



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：60 分。

17. (12 分) 某乡镇在实施乡村振兴的进程中，大力推广科学种田，引导广大农户种植优良品种，进一步推动当地农业发展，不断促进农业增产农民增收。为了解某新品种水稻品种的产量情况，现从种植该新品种水稻的不同自然条件的田地中随机抽取 400 亩，统计其亩产量 x (单位：吨(t))，并以此为样本绘制了如图所示的频率分布直方图。



(1) 求这 400 亩水稻平均亩产量的估计值 (同一组中的数据用该组区间的中点值代表，精确到小数点后两位)；

(2) 若这 400 亩水稻的灌溉水源为河水和井水，现统计了两种水源灌溉的水稻的亩产量，并得到下表：

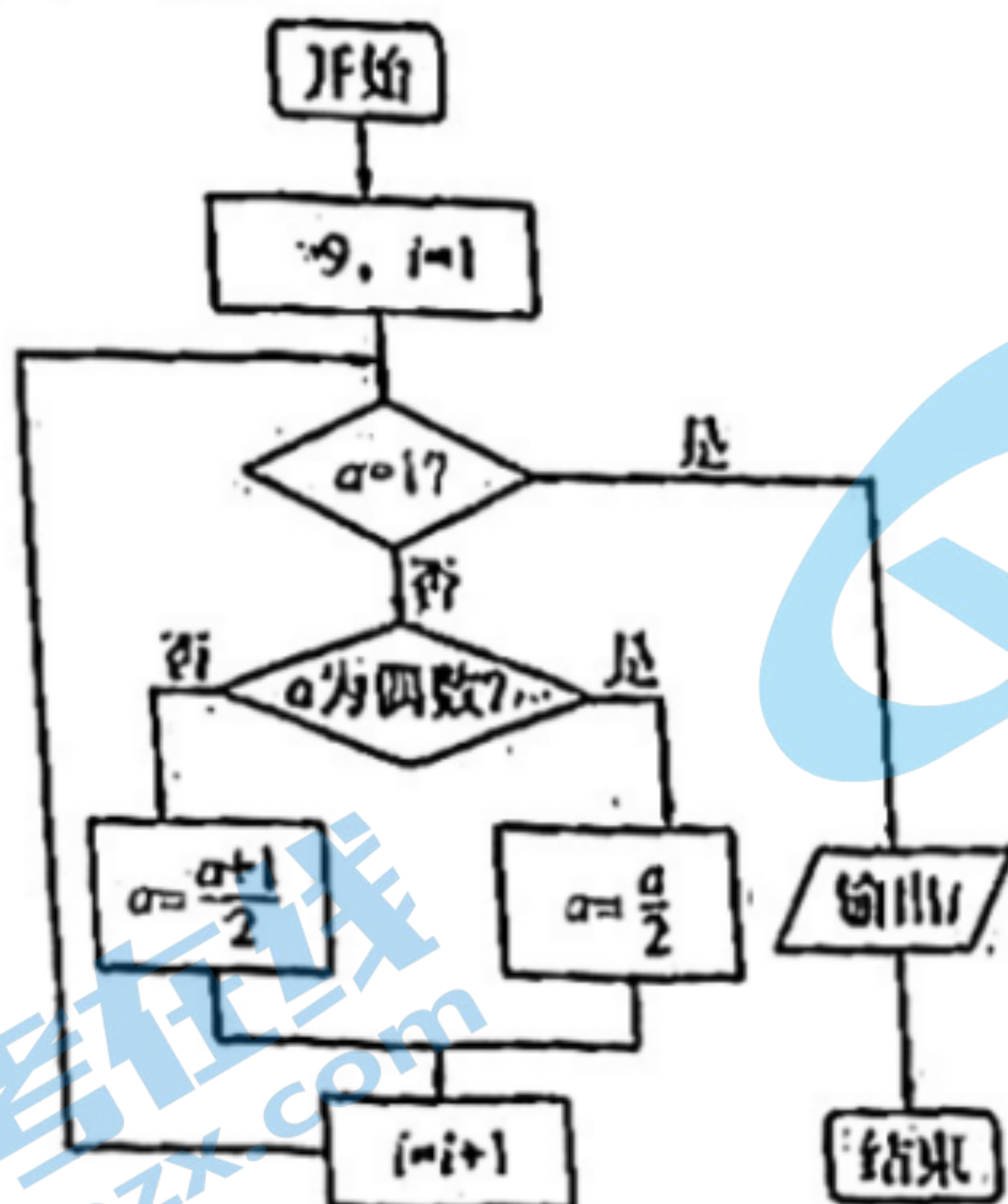
	亩产量超过 0.7 t	亩产量不超过 0.7 t	合计
河水灌溉	180	90	270
井水灌溉	70	60	130
合计	250	150	400

能否有 95% 的把握认为亩产量与所用灌溉水源相关？

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

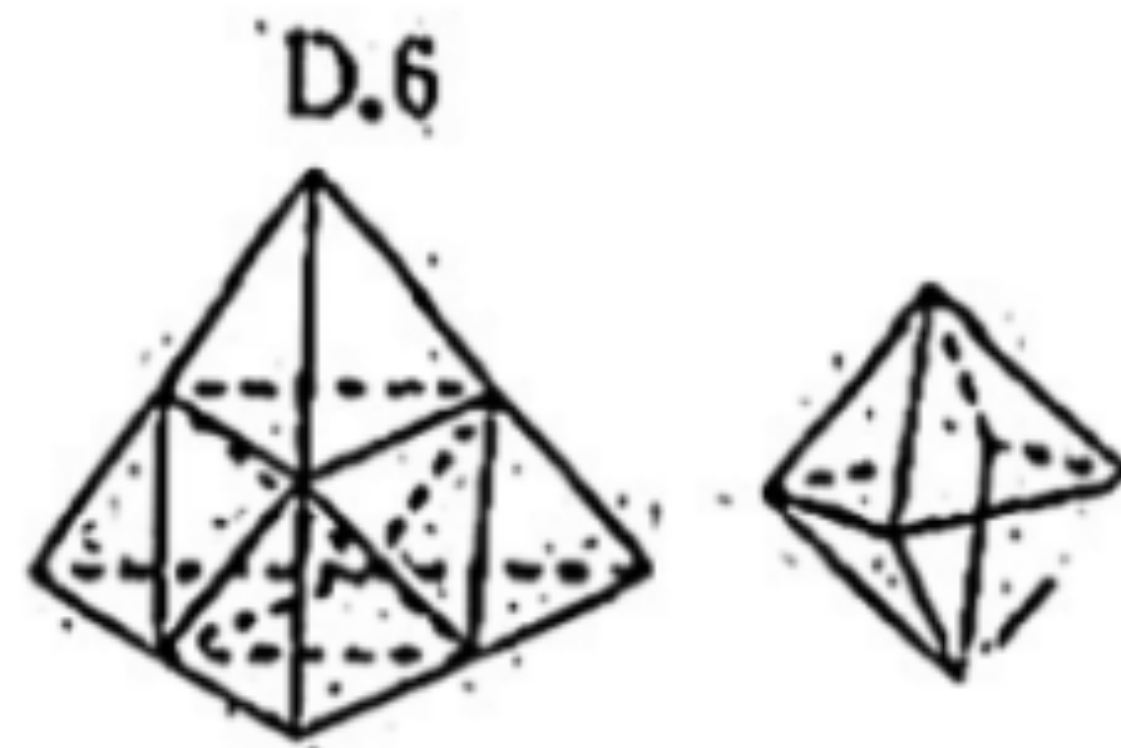
附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

运行如图所示的程序框图,输出的 i 值为



- A.3 B.4 C.5 D.6

8.柏拉图多面体是由柏拉图及其追随者研究而得名,由于它们具有高度的对称性及次序感,因而通常被称为正多面体.经研究,世界上只有五种柏拉图多面体.如图,将一个棱长为4的正四面体同一侧面上的各棱中点两两连接,得到一个正八面体,这个正八面体即为柏拉图多面体的一种,则这个正八面体的体积为



- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{2}$

9.在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=BD=2$, $AC=2\sqrt{2}$, 则该平行四边形的面积为

- A. $\sqrt{7}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

10.将函数 $f(x)=\sin(\pi x+\varphi)$ ($|\varphi|\leq\frac{\pi}{2}$) 的图象向左平移 $\frac{1}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象,若 $g(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{1}{12}$ 对称,则 $g(x)$ 在 $(0,3)$ 上的极值点个数为

- A.1 B.2 C.3 D.4

11.已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a>0, b>0$) 的上、下焦点分别为 F_1, F_2 , 过点 F_2 且与一条渐近线垂直的直线 l 与 C 的上支交于点 P , 且 $|PF_1|=3b-2a$, 则双曲线 C 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ B. $\sqrt{13}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

12.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$, $f(x+1)$ 为奇函数, 且当 $x>1$ 时, $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x+4$, 则以下结论:

① $f(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称;

② 当 $x<1$ 时, $f(x)=\frac{1}{3}(x-2)^3-4x+4$;

③ $f(x)$ 有 4 个零点;

④ 若曲线 $y=f(x)$ 上不同两点的切线重合, 则称这条切线为曲线 $f(x)$ 的自公切线, 则曲线 $f(x)$ 过点 $(1,0)$ 的切线为 $f(x)$ 的自公切线.

其中正确的为

- A.②③ B.①② C.①②④ D.①②③④

18.(12分)已知递增等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $\frac{S_4}{S_3}=9$, $b_n=\frac{a_n}{(a_n-1)(a_{n+1}-1)}$, 且 $b_1=\frac{2}{3}$.

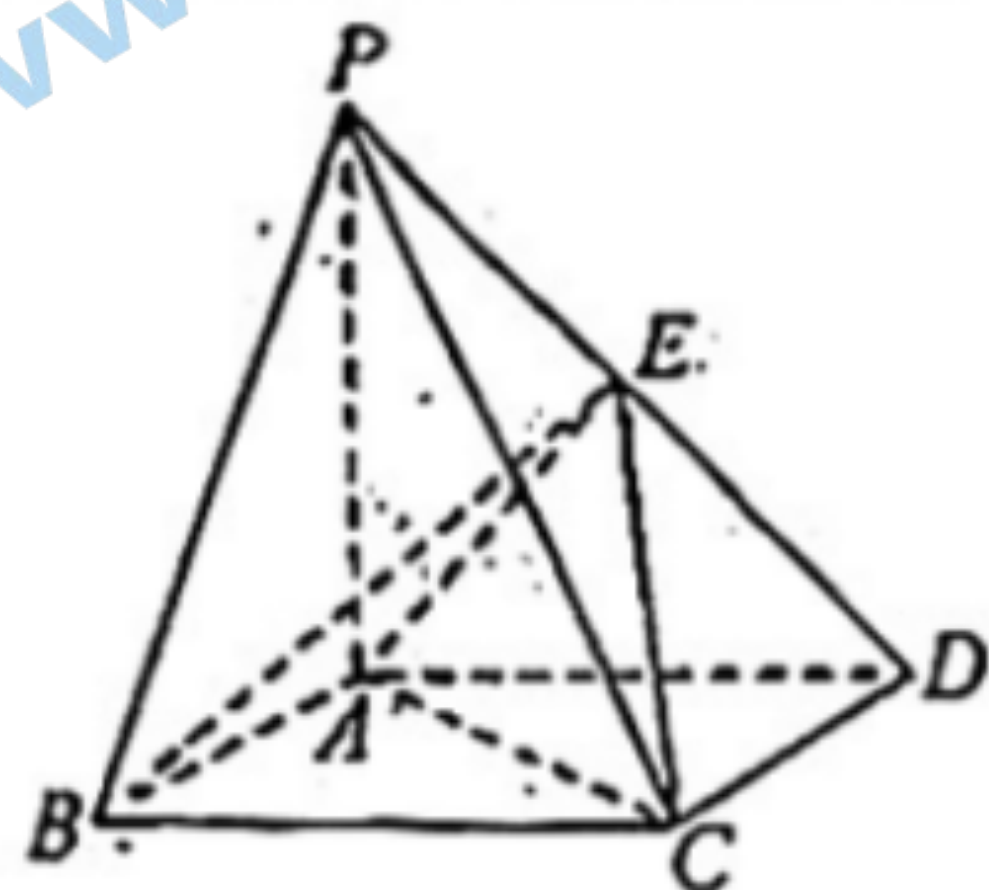
(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19.(12分)如图,四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为2的正方形, $PA=AB$,平面 $PAB \perp$ 平面 $ABCD$,平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, E 为 PD 中点.

(1)证明: $AE \perp PC$;

(2)若 F 为棱 PB 上的点,求点 F 到平面 ACE 的距离.



20.(12分)已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, A 为椭圆上的动点(异于 C 的左、右顶点), $\triangle F_1AF_2$ 的周长为6,且 $\triangle F_1AF_2$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)若 B 为直线 AF_1 与椭圆 C 的另一个交点,求 $\triangle ABF_2$ 内切圆面积的最大值.

21.(12分)已知函数 $f(x) = -2x \ln x$, $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + x$.

(1)求 $f(x)$ 的极值;

(2)证明:当 $x > 1$ 时, $f(x) + g(x) > 0$. (参考数据: $\ln 2 \approx 0.69$)

(二)选考题:共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中,直线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=2+t\cos\alpha, \\ y=t\sin\alpha, \end{cases}$ (t 为参数, $0 < \alpha < \pi$),曲线

C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x=1+\sin 2\beta, \\ y=2(\sin\beta+\cos\beta), \end{cases}$ (β 为参数),以坐标原点 O 为极点,以 x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1)求曲线 C_2 的极坐标方程;

(2)若点 $P(2,0)$,直线 C_1 与曲线 C_2 交于 A, B 两点,且 $|PA|=2|PB|$,求直线 C_1 的普通方程.

23.[选修4-5:不等式选讲](10分)

已知函数 $f(x) = |x+a| + \left|x - \frac{1}{a}\right|$ ($a \neq 0$).

(1)当 $a=1$ 时,求不等式 $f(x) \leq x+2$ 的解集;

(2)求 $f(x)$ 的最小值.

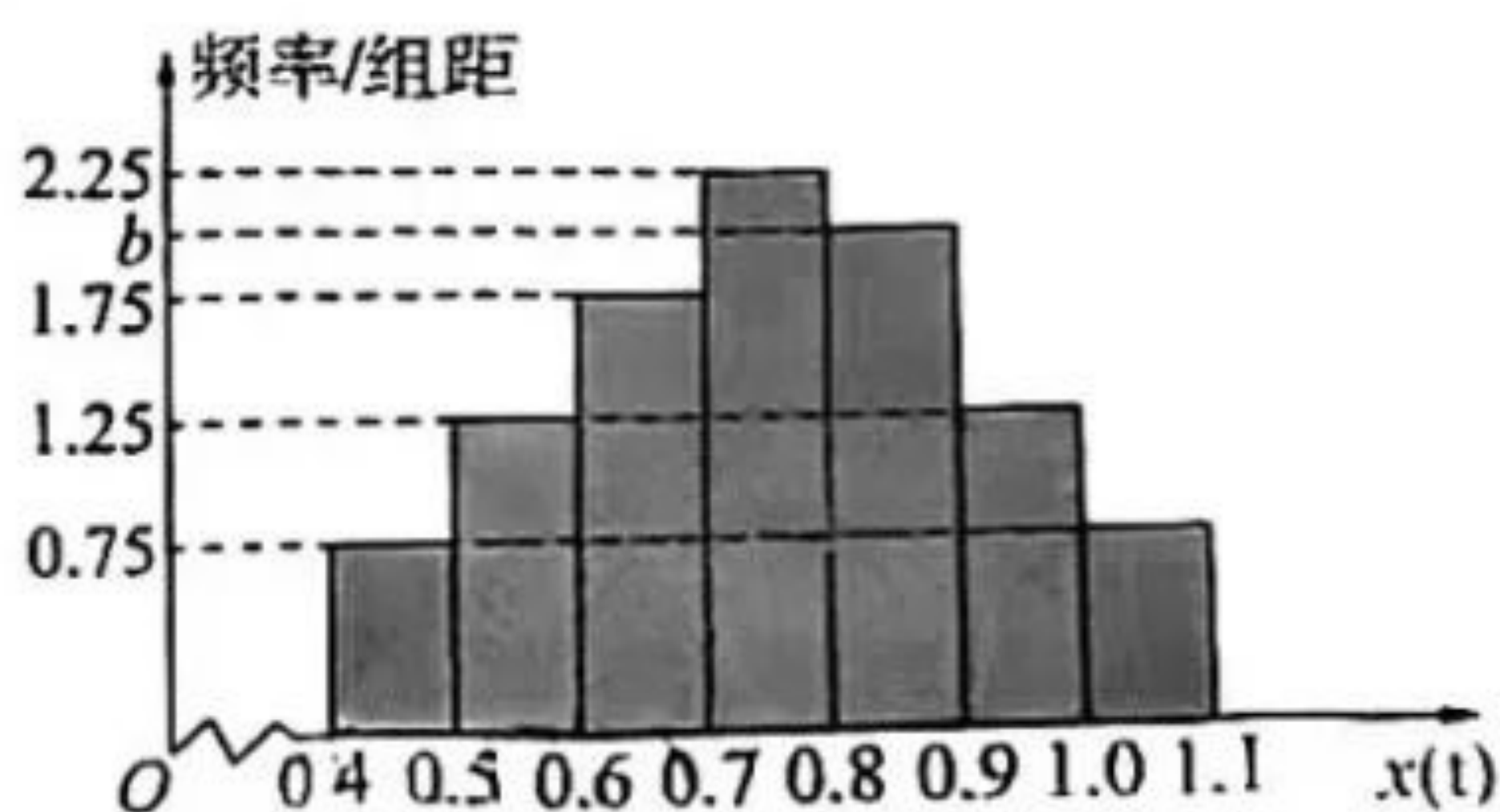
20.(12分)某乡镇在实施乡村振兴的进程中,推广科学种田,引导广大农户种植优良品种,进一步推动当地农业发展,不断促进农业增产农民增收.为了解某新品种水稻的产量情况,现从种植该新品种水稻的不同自然条件的田地中随机抽取100亩,统计其亩产量 x (单位:吨(t)),并以此为样本绘制了如图所示的频率分布直方图.

(1)求这100亩水稻平均亩产量的估计值(同一组中的数据用该组区间的中点值代表,精确到小数点后两位);

(2)若该品种水稻的亩产量 x 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,其中 μ 为(1)中平均亩产量的估计值, $\sigma \approx 0.15$.若该县共种植10万亩该品种水稻,试用正态分布估计亩产量不低于0.6 t的亩数;

(3)将频率视为概率,若从所有种植该品种水稻的田地中随机抽取3亩进行分析,设其亩产量不低于0.8 t的亩数为 ξ ,求随机变量 ξ 的期望.

附:若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$,则 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.9545$, $P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.9973$.



21.(12分)已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, A 为椭圆上的动点

(异于 C 的左、右顶点), $\triangle F_1AF_2$ 的周长为6,且 $\triangle F_1AF_2$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$.

(1)求椭圆 C 的标准方程;

(2)若 B 为直线 AF_1 与椭圆 C 的另一个交点,求 $\triangle ABF_2$ 内切圆面积的最大值.

22.(12分)已知函数 $f(x) = 2xe^{2x}$.

(1)求 $f(x)$ 的最小值;

(2)若对 $\forall x > 0, f(x) \geq (ax + 1)\ln(ax) - 2x$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯