2023 北京一七一中初三 3 月月考

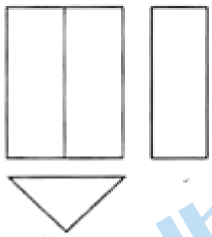
数　学

一、选择题

1. 中国首次火星探测任务天问一号探测器在 2021 年 2 月 10 日成功被火星捕获，成为中国第一颗人造火星卫星，并在距离火星约 11000 米处，拍摄了火星全景图像．将 11000 用科学记数法表示应为（　）

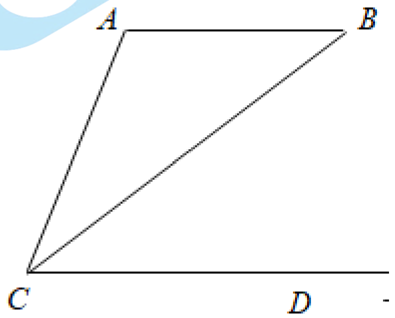
A. 11×10^{3}　　B. 1.1×10^{5}　　C. 1.1×10^{4}　　D. 0.11×10^{5}

2. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（　）



A. 长方体　　B. 三棱柱　　C. 三棱锥　　D. 圆锥

3. 如图，$AB//CD, \angle A=100°, \angle BCD=50°, \angle ACB$ 的度数为（　）

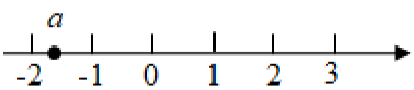


A. $25°$　　B. $30°$　　C. $45°$　　D. $50°$

4. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　）

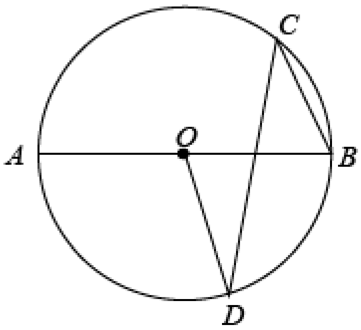
A. 角　　B. 等腰三角形　　C. 平行四边形　　D. 正六边形

5. 实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示，若实数 b 满足 $a+b>0$，则 b 的值可以是（　）



A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

6. 如图，AB 是$\odot O$ 的直径，CD 是弦（点 C 不与点 A，点 B 重合，且点 C 与点 D 位于直径 AB 两侧），若 $\angle AOD=110°$，则 $\angle BCD$ 等于（　）

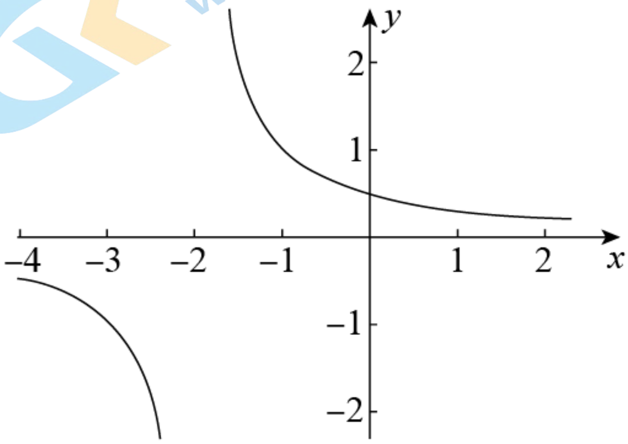


A. 25°　　　B. 35°　　　C. 55°　　　D. 70°

7. 一个不透明的口袋中有四张卡片，上面分别写有数字$1,2,3,4$，除数字外四张卡片无其他区别．随机从这个口袋中同时取出两张卡片，卡片上的数字之和等于 5 的概率是（　）

A. $\frac{1}{3}$　　　B. $\frac{2}{5}$　　　C. $\frac{1}{2}$　　　D. $\frac{3}{4}$

8. 学习完函数的有关知识之后，强强对函数产生了浓厚的兴趣，他利用绘图软件画出函数$y=\dfrac{1}{x+2}$的图象并对该函数的性质进行了探究．下面推断正确的是（　）



①该函数的定义域为$x\neq-2$；

②该函数与 x 轴没有交点；

③该函数与 y 轴交于点$(0,\frac{1}{2})$；

④若$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$是该函数上两点，当$x_1<x_2$时，一定有$y_1>y_2$．

A. ①②③④　　　B. ①③　　　C. ① ②③　　　D. ②③④

二、填空题

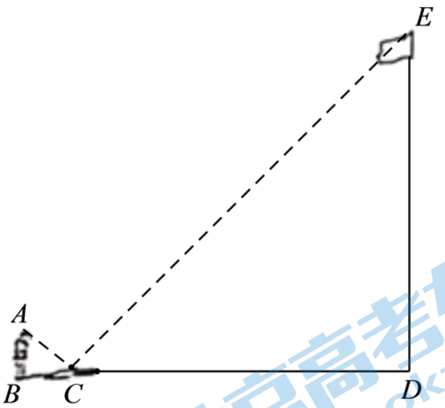
9. 若式子$\sqrt{x-3}$有意义，则实数x的取值范围是____________.

10. 分解因式：ax^2-4ay^2=__.

11. 写出一个比$-\sqrt{2}$大且比$\sqrt{2}$小的整数____.

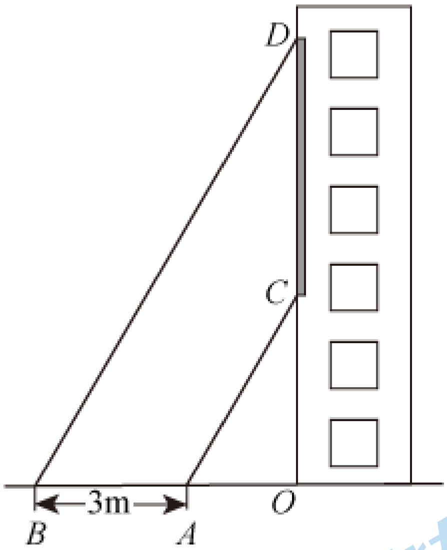
12. 计算：$\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{1}{x-1}\right)\cdot\frac{1}{x+1}=$________.

13. 如图，在测量旗杆高度的数学活动中，某同学在脚下放了一面镜子，然后向后退，直到他刚好在镜子中看到旗杆的顶部．若眼睛距离地面 $AB=1.5\text{m}$，同时量得 $BC=2\text{m}$，$CD=12\text{m}$，则旗杆高度 $DE=$________ m．



14. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 $y=\frac{4}{x}$ 交于 $M\left(x_1,y_1\right)$，$N\left(x_2,y_2\right)$ 两点，则 $x_1\cdot y_2$ 的值为______．

15. 如图，小石同学在 A，B 两点分别测得某建筑物上条幅两端 C，D 两点的仰角均为 60°，若点 O，A，B 在同一直线上，A，B 两点间距离为 3 米，则条幅的高 CD 为______米．



16. 某快递公司的快递件分为甲类件和乙类件，快递员送甲类件每件收入 1 元，送乙类件每件收入 2 元．累计工作 1 小时，只送甲类件，最多可送 30 件，只送乙类件，最多可送 10 件；累计工作 2 小时，只送甲类件，最多可送 55 件，只送乙类件，最多可送 20 件；…，经整理形成统计表如表：

累计工作时长最多件数（时）种类（件）	1	2	3	4	5	6	7	8

甲类件	30	55	80	100	115	125	135	145
乙类件	10	20	30	40	50	60	70	80

（1）如果快递员一天工作 8 小时，且只送某一类件，那么他一天的最大收入为______元；

（2）如果快递员一天累计送 x 小时甲类件，y 小时乙类件，且 $x+y=8$，x，y 均为正整数，那么他一天的最大收入为______元．

三、解答题

17. 计算：$\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}+2\cos 45°-|-\sqrt{2}|+(2021-\pi)^0$．

18. 解不等式组：$\begin{cases} x-1<\dfrac{1}{2}x \\ 2(1+x)>x \end{cases}$．

19. 解方程：$\dfrac{1}{x+2}+1=\dfrac{2x}{x+2}$．

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(k+3)x+3k=0$．

（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若该方程有一个根大于 1，求 k 的取值范围．

21. 下面是小景设计的“过直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程．

已知：如图 1，直线 l 和 l 外一点 A，

求作：直线 AE，使得 $AE\perp l$ 于点 E．

作法：①在直线 l 上取一点 B，连接 AB（如图 2）；

②作线段 AB 的垂直平分线 CD，交 AB 于点 O；

③以 O 为圆心，OB 长为半径作圆，交直线 l 于点 E；

④作直线 AE．

所以直线 AE 即为所求作的直线．

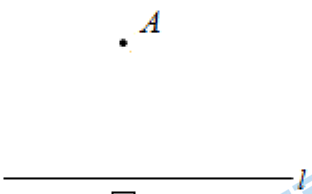


图 1

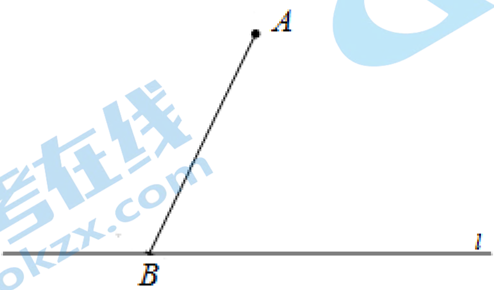


图 2

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：$\because CD$ 为线段 AB 的垂直平分线，

$\therefore OA=$ ______

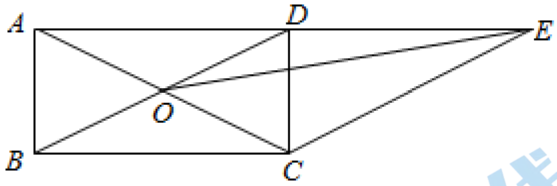
$\therefore AB=2OB$.

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEB=90^\circ$（________）（填推理的依据）.

$\therefore AE\perp l$.

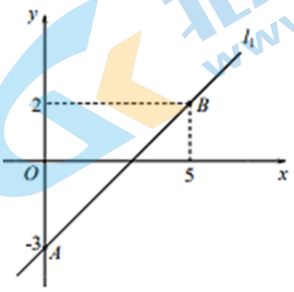
22. 在矩形 $ABCD$ 中，AC，BD 相交于点 O，过点 C 作 $CE/\!/BD$ 交 AD 的延长线于点 E.



（1）求证：$\angle ACD=\angle ECD$；

（2）连接 OE，若 $AB=2$，$\tan\angle ACD=2$，求 OE 的长.

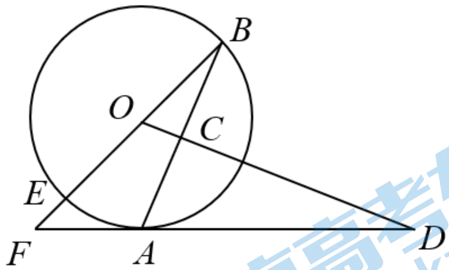
23. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1：$y=k_1x+b$ 过 $A(0,-3)$，$B(5,2)$，直线 l_2：$y=k_2x+2$.



（1）求直线 l_1 的表达式；

（2）过动点 $P(0,t)$ 且垂直于 y 轴的直线与 l_1，l_2 的交点分别是 C，D. 当 $t\le 1$ 时，点 C 位于点 D 右方，直接写出 k_2 的取值范围.

24. 如图，AB 为 $\odot O$，C 为 AB 的中点，D 为 OC 延长上一点，DA 与 $\odot O$ 相切，切点为 A，连接 BO 并延长，交 $\odot O$ 点 E，直线 DA 于点 F.

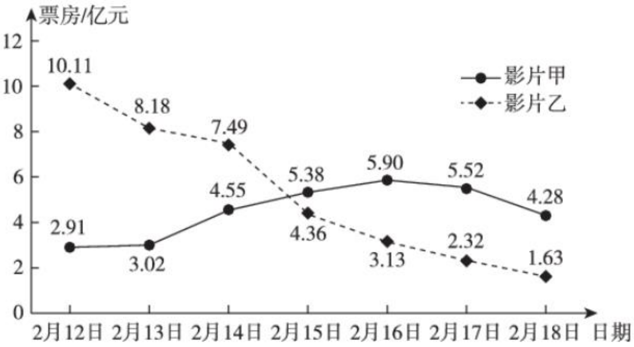


（1）求证：$\angle B=\angle D$；

（2）若 $AF=4\sqrt{2},\sin B=\dfrac{1}{3}$，求 $\odot O$ 的半径.

25. 新年伊始，中国电影行业迎来了开门红．春节档期全国总观影人次超过1.6亿，总票房超过80亿元．以下是甲、乙两部春节档影片上映后的票房信息.

a．两部影片上映第一周单日票房统计图



b．两部影片分时段累计票房如下

上映影片	2 月 12 日—18 日累计票房（亿元）	2 月 19 日—21 日累计票房（亿元）
甲	31.56	
乙	37.22	2.95

根据以上信息，回答下列问题：

（1）2 月 12 日—18 日的一周时间内，影片甲单日票房的中位数为______；

（2）对于甲、乙两部影片上映第一周的单日票房，下列说法中所有正确结论的序号是______；

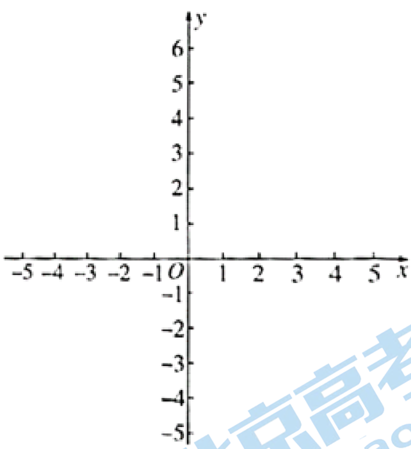
①甲的单日票房逐日增加；

②甲单日票房的方差小于乙单日票房的方差；

③在第一周的单日票房统计中，甲超过乙的差值于 2 月 17 日达到最大.

（3）截止到 2 月 21 日，影片甲上映后的总票房超过了影片乙，据此估计，2 月 19 日—21 日三天内影片甲的累计票房应超过______亿元.

26. 已知二次函数 $y=ax^2-4ax+3\left(a\neq 0\right)$.



（1）求此二次函数图象的对称轴；

（2）设此二次函数的图象与 x 轴交于不重合两点 $M\left(x_1,0\right)$ $N\left(x_2,0\right)$（其中 $x_1<x_2$），且满足 $x_2>3-2x_1$；

①直接写出 x_1+x_2 的值；

②求 a 的取值范围.

27. 如图，等边 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上，且 $BD<CD$，点 E 在边 AB 上，且 $AE=BD$，连接 AD，CE 交于点 F；

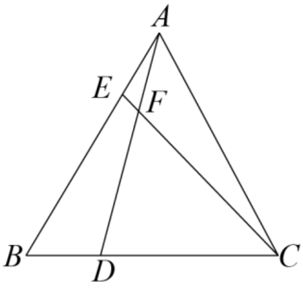


图1

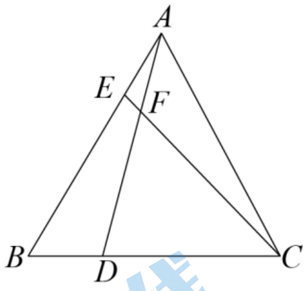


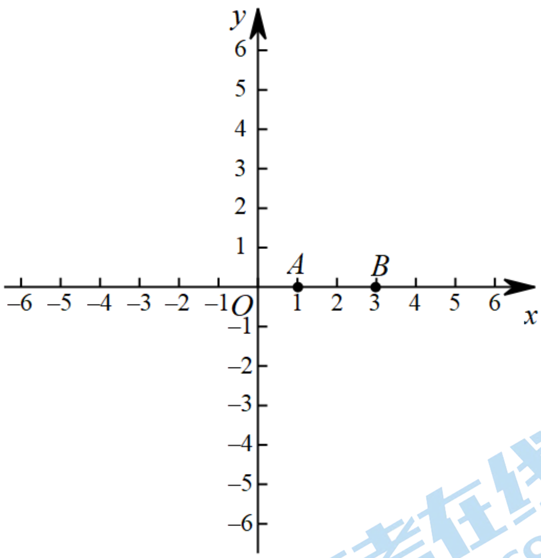
图2

（1）求 $\angle DFC$ 的度数；

（2）在线段 FC 上截取 $FG=FA$，连接 BG 交 AD 于点 H，根据题意在图 2 中补全图形，用等式表示线段 BH 与 GH 之间的数量关系，并证明；

（3）若等边 $\triangle ABC$ 是的边长是 2，直接写出线段 BH 的最小值.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于图形 P，图形 P' 和直线 l 给出如下定义：图形 P 关于直线 l 的对称图形为 P'. 若图形 P 与图形 P' 均存在点在图形 Q 内部（包括边界），则称图形 Q 为图形 P 关于直线 l 的“弱相关图形”.



（1）如图，点 A $1,0$ ，点 $B(3,0)$.

①已知图形 Q_1 是半径为 2 的 $\odot O$，Q_2 是半径为 1 的 $\odot A$，Q_3 是半径为 $3\sqrt{2}$ 的 $\odot B$，在 Q_1，Q_2，Q_3 中，线段 AB 关于直线 $y=x$ 的“弱相关图形”是：________；

②已知 $\odot O$ 的半径为 5，若 O 是线段 OA 关于直线 $y=x+b$ 的“弱相关图形”，求 b 的取值范围；

（2）在由第四象限、原点、x 轴正半轴以及 y 轴负半轴组成的区域内，有一个半径为 2 的圆 P. 若存在点

$C(a-2,a+2)$，使得对于任意过点C的直线l，有圆P，满足半径r的$\odot O$是圆P关于l的“弱相关图形”，直接写出r的取值范围.

参考答案

一、选择题

1.【答案】C

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞10 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【详解】解：$11000=1.1\times10^4$．

故选择：C．

【点睛】本题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2.【答案】B

【解析】

【分析】根据俯视图判定几何体可能是三棱柱或三棱锥，根据主视图判定为三棱柱．

【详解】根据俯视图判定几何体可能是三棱柱或三棱锥，根据主视图判定为三棱柱．

故选 B．

【点睛】本题考查了根据三视图确定几何体，熟练掌握几何体的三视图是解题的关键．

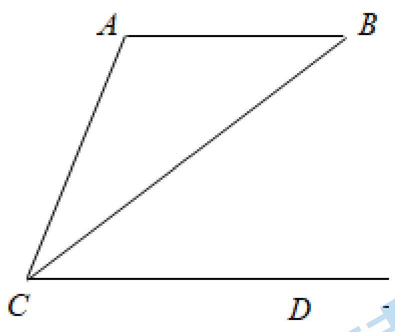
3.【答案】B

【解析】

【分析】根据两直线平行，同旁内角互补，求得 $\angle ACD=80°$，根据 $\angle BCD=50°$，确定 $\angle ACB$ 的度数即可

【详解】$\because AB//CD, \angle A=100°$，

$\therefore \angle A+\angle ACD=180°$，



$\therefore \angle ACD=80°$，

$\because \angle BCD=50°$，

$\therefore \angle ACB=\angle ACD-\angle BCD=80°-50°$

$=30°$，

故选：B．

【点睛】本题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质，灵活运用性质是解题的关键．

4.【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．如果一个图形绕某一点旋转 180°后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

【详解】解：A、角是轴对称图形，不是中心对称图形，故 A 错误；

B、等腰三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故 B 错误；

C、平行四边形是不轴对称图形，是中心对称图形，故 C 错误；

D、正六边形是轴对称图形，是中心对称图形，故 D 正确．

故选：D．

【点睛】本题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义，根据定义得出图形形状是解决问题的关键．

5.【答案】D

【解析】

【分析】根据 $a+b>0$ 确定出 $b>0$ 且 $|b|>|a|$，进而确定出 b 的范围，判断即可．

【详解】解：$\because a+b>0$，$-2<a<-1$，

$\therefore b>0$，而且 $|b|>|a|>1$，

$\therefore b>-a>1$，

符合条件是 D，b=2．

故选：D．

【点睛】本题考查了有理数加法的运算法则和数轴上的点和有理数的对应关系．解决本题的关键是根据加法的符号规律确定 b 的取值范围．

6.【答案】B

【解析】

【分析】由平角定义解得 $\angle BOD$ 的度数，再根据同弧所对的圆周角等于圆心角度数的一半解题．

【详解】解：$\because \angle AOD=110°$

$\therefore \angle BOD=180°-110°=70°$

$\therefore \angle BCD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 70°=35°$

故选：B．

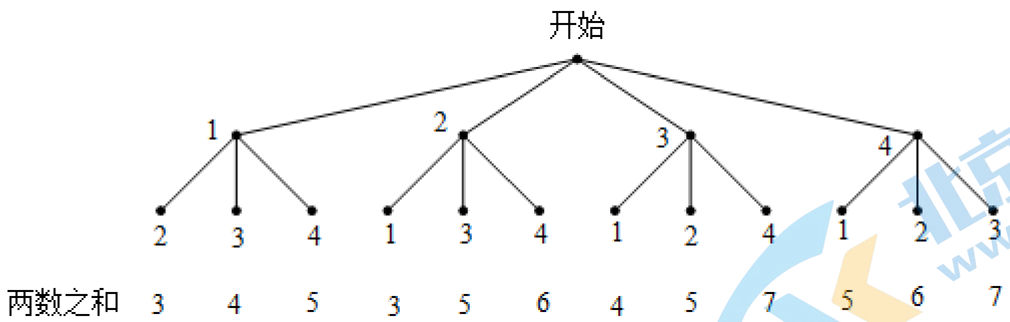
【点睛】本题考查圆周角定理，涉及同弧所对的圆周角等于圆心角度数的一半，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键．

7.【答案】A

【解析】

【分析】画出树状图得出所有等可能的情况数，再找出卡片上的数字之和等于 5 的情况数，然后根据概率公式求解即可．

【详解】解：根据题意画图如下：



所有等可能的情况有 12 种，其中卡片上的数字之和等于 5 的有 4 种，

则卡片上的数字之和等于 5 的概率 P 为：$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

故选择：A.

【点睛】本题考查了列表法与树状图法求概率，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

8.【答案】C

【解析】

【分析】根据函数解析式的特点及函数图象即可判断.

【详解】$y=\frac{1}{x+2}$ 中分母不为零，故 $x\neq -2$，①正确；

由图象可知该函数与 x 轴没有交点，②正确；

令 $x=0$，$y=\frac{1}{2}$，∴该函数与 y 轴交于点 $(0,\frac{1}{2})$，③正确；

当 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ 是该函数上两侧的两点时，$x_1<x_2$，$y_1<y_2$，故④错误；

故选 C.

【点睛】此题主要考查函数与图象判断，解题的关键根据分式及图象得到相关性质进行判断.

二、填空题

9.【答案】$x\geq 3$

【解析】

【详解】解：二次根式中被开方数 $x-3\geq 0$，所以 $x\geq 3$.

故答案为：$x\geq 3$.

10.【答案】a（x+2y）（x﹣2y）

【解析】

【分析】先提公因式 a，然后再利用平方差公式进行分解即可得.

【详解】ax^2-4ay^2

$=a(x^2-4y^2)$

$=a(x+2y)(x-2y)$，

故答案为 a（x+2y）（x﹣2y）.

【点睛】本题考查了提公因式法与公式法分解因式，熟练掌握平方差公式的结构特征是解本题的关键.

11.【答案】答案不唯一，如：1

【解析】

【分析】先对 $\sqrt{2}$ 进行估值，在找出范围中的整数即可.

【详解】解：∵$1<\sqrt{2}<2$

∴$-2<x<2$,(x 为整数)

故答案为：-1,0,1（答案不唯一）

【点睛】本题考查算术平方根的估值．理解算术平方根的定义是关键.

12.【答案】1

【解析】

【分析】由分式的加减乘除混合运算先计算括号内的运算，再计算乘法运算，即可求出答案.

【详解】解：$\left(\frac{x^2}{x-1}-\frac{1}{x-1}\right)\cdot\frac{1}{x+1}$

$=\frac{x^2-1}{x-1}\cdot\frac{1}{x+1}$

$=\frac{(x+1)(x-1)}{x-1}\cdot\frac{1}{x+1}$

$=1$.

故答案为：1.

【点睛】本题考查了分式的加减乘除混合运算，解题的关键是熟练掌握运算法则正确的进行计算.

13.【答案】9

【解析】

【分析】先根据光的反射定律得出∠ACB=∠ECD，再得出 Rt△ACB∽Rt△ECD，根据相似三角形对应边成比例即可得出结论.

【详解】已知 CD= 12m，AB= 1.5m，BC=2m，

根据光的反射定律，∠ACB=∠ECD, 又∠ABC=∠EDC

∴Rt△ACB∽Rt△ECD

∴$\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{CD}$,

即 $\frac{1.5}{DE}=\frac{2}{12}$,

解得 DE=9

故答案为:9

【点睛】本题考查的是相似三角形的实际应用，熟知相似三角形的对应边成比例是解答此题的关键.

14.【答案】-4

【解析】

【分析】根据关于原点对称的点的坐标特点找出 M 、 N 两点坐标的关系，再根据反比例函数图象上点的坐标特点解答即可．

【详解】$\because y=kx(k>0)$ 图像关于 $(0,0)$ 中心对称，

$\because k>0$，

$\therefore$ 图像经过一、三象限，

$y=\dfrac{4}{x}$ 图像也关于 $(0,0)$ 中心对称，

$\because 4>0$，

$\therefore$ 图像经过一、三象限，

又 $\because M$ 、 N 为 $y=kx$ 与 $y=\dfrac{4}{x}$ 交点，

$\therefore M$ 、 N 也关于原点中心对称，且一个在第三象限，一个在第一象限，

$\therefore M\left(x_1,\dfrac{4}{x_1}\right)$， $N\left(-x_1,-\dfrac{4}{x_1}\right)$，

$\therefore x_1\cdot y_2=x_1\cdot-\dfrac{4}{x_1}=-4$，

故答案为 -4．

【点睛】本题考查了反比例函数图像的对称性，准确掌握利用过原点的直线与双曲线的两个交点关于原点对称是解答本题的关键．

15.【答案】$3\sqrt{3}$

【解析】

【分析】根据题意和锐角三角函数可以得到 CD 的长，本题得以解决．

【详解】解：由题意可得，

$\angle CAO=\angle DBO=60°$，$\angle COA=\angle DOB=90°$，

$\because tan\angle CAO=\dfrac{OC}{OA}$， $tan\angle DBO=\dfrac{OD}{OB}=\dfrac{OC+CD}{OA+AB}$，

$\therefore tan60°=\dfrac{OC}{OA}$， $tan60°=\dfrac{OC+CD}{OA+3}$，

$\therefore OC=\sqrt{3}OA$，$\sqrt{3}$（$OA+3$）$=OC+CD$，

$\therefore \sqrt{3}$（$OA+3$）$=\sqrt{3}OA+CD$，

解得 $CD=3\sqrt{3}$，

故答案为：$3\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查解直角三角形的应用−仰角、俯角问题，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的

思想解答.

16.【答案】 ①. 160 ②. 180

【解析】

【分析】（1）根据表格数据得出答案即可；

（2）根据 $x+y=8$，x，y 均为正整数，把所有收入可能都计算出，即可得出最大收入.

【详解】解：(1)由统计表可知:如果该快递员一天工作 8 小时只送甲类件，则他的收入是

$1\times145=145$(元)

如果该快递员一天工作 8 小时只送乙类件，则他的收入是

$2\times80=160$ (元)

∴他一天的最大收入是 160 元;

(2)依题意可知：x 和 y 均正整数，且 $x+y=8$

①当 $x=1$ 时，则 $y=7$

∴该快递员一天的收入是 $1\times30+2\times70=30+140=170$ (元)；

②当 $x=2$ 时，则 $y=6$

∴该快递员-天的收入是 $1\times55+2\times60=55+120=175$(元)；

③当 $x=3$ 时，则 $y=5$

∴该快递员一天的收入是 $1\times80+2\times50=80+100=180$ (元)；

④当 $x=4$ 时，则 $y=4$

∴该快递员一天的收入是 $1\times100+2\times40=100+80=180$ (元)；

⑤当 $x=5$ 时，则 $y=3$

∴该快递员一天的收入是 $1\times115+2\times30=115+60=175$ (元)；

⑥当 $x=6$ 时，则 $y=2$

∴该快递员一天的收入是 $1\times125+2\times20=125+40=165$ (元)；

⑦当 $x=7$ 时，则 $y=1$

∴该快递员一天的收入是 $1\times135+2\times10=135+20=155$ (元)

综上讨论可知：他一天的最大收入为 180 元.

故填： 160；180.

【点睛】本题主要考查二元一次方程的应用，在给定的“$x+y=8$，x，y 均为正整数”的条件下，分情况讨论出最大收入即可.

三、解答题

17.【答案】5

【解析】

【分析】代入 45°角的余弦函数值，结合“负整数指数幂和零指数幂的意义及绝对值的意义”进行计算即可.

【详解】解：原式 $=4+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{2}+1$

$=4+\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$

$=5$.

【点睛】熟记“特殊角的三角函数值，理解负整数指数幂的意义、零指数幂的意义和绝对值的意义”是正确解答本题的关键.

18.【答案】$-2<x<2$

【解析】

【分析】分别求得每一个不等式的解集，后确定不等式组的解集即可.

【详解】解：原不等式组为 $\begin{cases}x-1<\frac{1}{2}x,① \\ 2(1+x)>x.②\end{cases}$

解不等式①，得 $x<2$.

解不等式②，得 $x>-2$.

∴原不等式组的解集为 $-2<x<2$.

【点睛】本题考查了一元一次不等式组的解法，熟练掌握解一元一次不等式组的基本步骤是解题的关键.

19.【答案】$x=3$

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】解：去分母，得

$1+x+2=2x$.

解得 $x=3$.

经检验，$x=3$ 是原方程的解.

所以原方程的解是 $x=3$.

【点睛】本题考查解分式方程，掌握解方程的步骤正确计算是解题关键，注意分式方程的结果要进行检验.

20.【答案】(1) 见详解；(2) $k<-1$

【解析】

【分析】(1) 根据方程的系数结合根的判别式，可得△＝$(k-3)^2\geqslant 0$，由此可证出方程总有两个实数根；

(2) 利用分解因式法解一元二次方程，可得出 $x_1=-3$，$x_2=-k$，根据方程有一根大于 1，即可得出关于 k 的一元一次不等式，解之即可得出 k 的取值范围.

【详解】(1) 证明：∵在方程 $x^2+(k+3)x+3k=0$ 中，△＝$(k+3)^2-4\times1\times3k=k^2-6k+9=(k-3)^2\geqslant 0$，

∴方程总有两个实数根；

(2) 解：∵ $x^2+(k+3)x+3k=(x+3)(x+k)=0$，

∴x_1=-3，x_2=-k.

∵方程有一根大于 1，

∴-k＞1，解得：k＜-1，

∴k 的取值范围为 k＜-1.

【点睛】本题考查了根的判别式、因式分解法解一元二次方程以及解一元一次不等式，解题的关键是：（1）牢记"当△≥0 时，方程有两个实数根"；（2）利用因式分解法解一元二次方程结合方程一根大于 1，找出关于 k 的一元一次不等式.

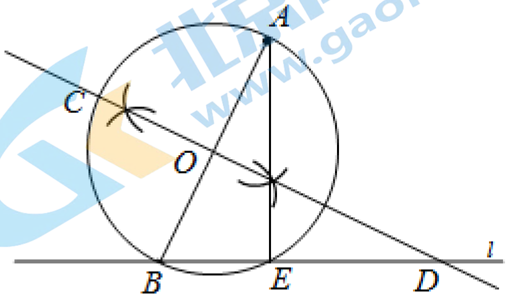
21.【答案】（1）作图见解析；（2）OB，直径所对的圆周角是 90°．

【解析】

【分析】（1）根据题述语句画出图形即可；

（2）根据直径所对的圆周角是 90° 即可证明.

【详解】（1）作图如下：



（2）证明：∵ CD 为线段 AB 的垂直平分线，

∴ $OA=\underline{OB}$，

∴ $AB=2OB$．

∴ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle AEB=90°$（$\underline{\quad\quad 直径所对的圆周角是 90°}$）（填推理的依据）.

∴ $AE\perp l$．

故答案为：OB，直径所对的圆周角是 90°．

【点睛】本题考查圆周角定理，作垂直平分线．理解直径所对的圆周角是 90° 是解题关键.

22.【答案】（1）证明见解析

（2）$OE=\sqrt{37}$

【解析】

【分析】（1）先证明四边形 $DBCE$ 为平行四边形，再证明 $\triangle ADC\cong\triangle EDC$ 即可得到答案.

（2）作 OH 垂直于 AD 于 H，通过矩形的性质结合已知条件求得 OH、HE 的长，进而由勾股定理可得到答案.

【小问 1 详解】

证明：∵AD∥BC，DE 为 AD 的延长线

$\therefore DE // BC$

又$\because CE // BD$

$\therefore$四边形 $DBCE$ 是平行四边形

$\therefore DE=BC$

在矩形中，$BC=AD$， $\angle ADC=\angle EDC=90°$

$\therefore DE=AD$

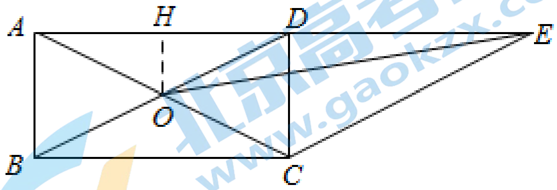
又$\because CD=CD$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle EDC$

$\therefore \angle ACD=\angle ECD$

【小问 2 详解】

解：如图，作 OH 垂直于 AD 于 H，即有 $OH // CD$



$\because$点 O 为矩形对角线的交点，即点 O 为 AC、BD 的中点

$\therefore CD=AB=2$，$OA=OD$

$\therefore$点 H 为 AD 中点，即 $HD=\dfrac{1}{2}AD$，

$\therefore OH=\dfrac{1}{2}CD=1$

$\because \tan\angle ACD=\dfrac{AD}{CD}=2$

$\therefore AD=2CD=4$

$\therefore HE=DH+DE=3CD=6$

在直角三角形 OHE 中

$\therefore OE=\sqrt{OH^2+HE^2}=\sqrt{1^2+6^2}=\sqrt{37}$

【点睛】本题考查矩形的性质、平行四边形的证明、全等形证明、解直角三角形；熟练掌握相关知识是解题的关键．

23.【答案】（1） $y=x-3$

（2） $0<k_2\le 1$

【解析】

【分析】（1）待定系数法求出函数解析式即可；

（2）分 $k_2<0$ 和 $k_2>0$，两种情况分类讨论，利用数形结合的思想进行求解即可．

【小问 1 详解】

解：∵直线l_1：$y=k_1x+b$过$A(0,-3)$，$B(5,2)$，

∴$\begin{cases}b=-3\\5k_1+b=2\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k_1=1\\b=-3\end{cases}$，

∴直线l_1：$y=x-3$；

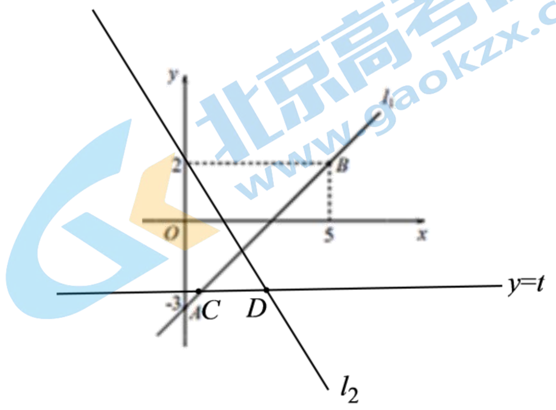
【小问 2 详解】

解：∵ $y=k_2x+2$，

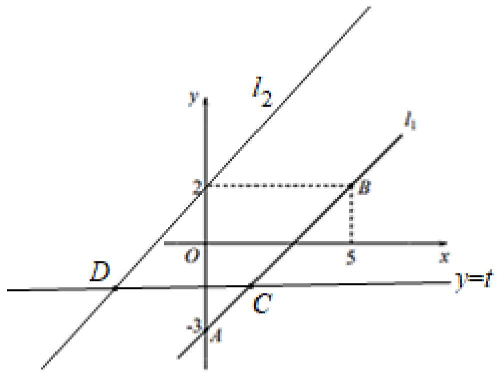
∴直线l_2必过点$(0,2)$，

∵过动点$P(0,t)$且垂直于y轴的直线与l_1，l_2的交点分别是C，D，当$t\le1$时，点C位于点D右方，

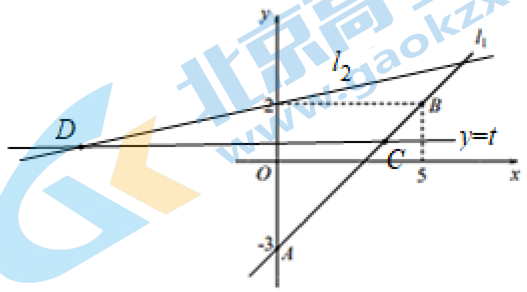
①当$k_2<0$时，当$t\le1$时，必然存在点D位于点C右方，不符合题意；



②当$k_2>0$时，l_1,l_2平行时，满足题意，此时：$k_2=1$；



l_1,l_2相交时，则交点的横坐标恒大于5，此时：$0<k_2<1$；



综上：k_2 的取值范围为 $0<k_2\le 1$．

【点睛】本题考查一次函数的综合应用．正确的求出函数解析式，利用数形结合的思想的进行求解，是解题的关键．

24.【答案】（1）见解析；（2）7

【解析】

【分析】（1）证明：如图，连接 OA．由 DA 与 $\odot O$ 相切，切点为 A，OA 为 $\odot O$ 的半径，可得 $DA\perp OA$． $\angle OAD=90°$，$\angle OAC+\angle CAD=90°$．由 $OA=OB$，C 为 AB 的中点，$OC\perp AB$，$\angle OAC=\angle B$．可得 $\angle D+\angle CAD=90°$． $\angle OAC=\angle D$ 即可；

（2）如图，连接 AE．设 $\odot O$ 的半径为 r．由 O 为 BE 的中点，C 为 AB 的中点，可得 $AE//OC$，$OC=\dfrac{1}{2}AE$，可证 $\triangle AFE\backsim\triangle DFO$，可得

$\dfrac{FA}{FD}=\dfrac{AE}{OD}$． $OD=3r$，$AD=2\sqrt{2}r$． $AE=\dfrac{2}{3}r$． $AF=4\sqrt{2}$，$\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}+2\sqrt{2}r}=\dfrac{\frac{2}{3}r}{3r}$，解得 $r=7$ 即可．

【详解】（1）证明：如图，连接 OA．

$\because DA$ 与 $\odot O$ 相切，切点为 A，OA 为 $\odot O$ 的半径，

$\therefore DA\perp OA$．

$\therefore \angle OAD=90°$，$\angle OAC+\angle CAD=90°$．

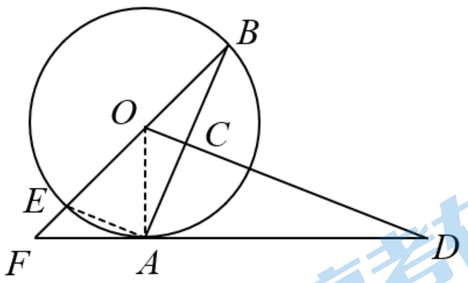
$\because OA=OB$，C 为 AB 的中点，

$\therefore OC\perp AB$，$\angle OAC=\angle B$．

$\therefore \angle D+\angle CAD=90°$．

$\therefore \angle OAC=\angle D$．

$\therefore \angle B=\angle D$；



（2）解：如图 3，连接 AE．设 $\odot O$ 的半径为 r．

$\because O$ 为 BE 的中点，C 为 AB 的中点，

$\therefore AE//OC$，$OC=\dfrac{1}{2}AE$，

$\because \angle FEA=\angle AOD$，$\angle EAF=\angle D=90°$，

$\therefore \triangle AFE \backsim \triangle DFO$，

$\therefore \dfrac{FA}{FD}=\dfrac{AE}{OD}$.

$\because \angle B=\angle D, \sin B=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore \sin D=\sin\angle OAC=\sin B=\dfrac{1}{3}$，

在 $Rt\triangle OAD$ 中． $OD=\dfrac{OA}{\sin D}=3r$，$AD=\sqrt{OD^2-OA^2}=2\sqrt{2}r$．

在 $Rt\triangle OAC$ 中，$OC=OA\cdot\sin\angle OAC=\dfrac{1}{3}r$．

$\therefore AE=2OC=\dfrac{2}{3}r$．

$\because AF=4\sqrt{2}$，

$\therefore \dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{2}+2\sqrt{2}r}=\dfrac{\frac{2}{3}r}{3r}$，

化简，得 $\dfrac{4}{4+2r}=\dfrac{2}{9}$，

解得 $r=7$．

经检验，$r=7$ 是原方程的解．

$\therefore r=7$．

【点睛】本题考查圆的切线性质，直径所对圆周角性质，等腰三角形三线合一性质，三角形中位线性质，相似三角形判定与性质，锐角三角函数，勾股定理，解方程，掌握圆的切线性质，直径所对圆周角性质，等腰三角形三线合一性质，三角形中位线性质，相似三角形判定与性质，锐角三角函数，勾股定理，解方程是解题关键．

25.【答案】（1）4.36

（2）②③　（3）8.61

【解析】

【分析】（1）影片乙单日票房从小到大排序，根据中位数定义求解即可；

（2）①甲票房从 2 月 12 日到 16 日单日票房逐日增加，17 日 18 日逐日下降，可判断①；

②先求出甲、乙的平均数，再根据方差公式 $S^2=\dfrac{1}{n}\left[\left(x_1-\overline{x}\right)^2+\left(x_2-\overline{x}\right)^2+\cdots+\left(x_n-\overline{x}\right)^2\right]$ 求出甲、乙的方差，可判断②；

③根据折线图，分别求出 15 日，16 日，17 日，18 日甲与乙的差值，可判断③；

（3）利用乙票房的收入减去甲票房前 7 天的收入即可得到最后三天的累计额即可．

【小问 1 详解】

解：影片乙单日票房从小到大排序为1.63，2.32，3.13，4.36，7.49，8.18，10.11一共 7 个数据，

所以影片乙单日票房的中位数为：4.36，

故答案为：4.36；

【小问 2 详解】

解：①甲票房从 2 月 12 日到 16 日单日票房逐日增加，17 日 18 日逐日下降，

$\therefore$甲的单日票房逐日增加说法不正确；

② $\overline{x_{甲}}=\frac{1}{7}\times(2.91+3.02+4.55+5.38+5.90+5.52+4.28)\approx 4.51$，

$\overline{x_{乙}}=\frac{1}{7}\times(10.11+8.18+7.49+4.36+3.13+2.32+1.63)\approx 5.32$，

$S_{甲}^2=\frac{1}{7}\left(1.6^2+1.49^2+0.04^2+0.87^2+1.39^2+1.01^2+0.23^2\right)\approx 1.22$，

$S_{乙}^2=\frac{1}{7}\left(4.79^2+2.86^2+2.17^2+0.96^2+2.19^2+3^2+3.69^2\right)\approx 9.95$，

$\therefore$甲单日票房的方差小于乙单日票房的方差正确；

③甲超过乙的差值从 15 日开始分别为，

15 日：$5.38-4.36=1.02$，

16 日：$5.90-3.13=2.77$，

17 日：$5.52-2.32=3.2$，

18 日：$4.28-1.63=2.65$，

$\therefore$在第一周的单日票房统计中，甲超过乙的差值于 2 月 17 日达到最大正确.

综上，说法中所有正确结论的序号是②③，

故答案案为：②③；

【小问 3 详解】

解：乙票房截止到 21 日收入为：$37.22+2.95=40.17$亿，

甲票房前 7 天达到31.56亿，

$\therefore$2 月 19 日—21 日三天内影片甲的累计票房至少为：$40.17-31.56=8.61$亿.

故答案为：8.61.

【点睛】本题考查中位数，观察折线图的变化趋势，平均数，方差，利用票房的收入进行估算，掌握中位数，观察折线图的变化趋势，平均数，方差，利用票房的收入进行估算是解题关键.

26. 【答案】（1） $x=2$

（2） $x_1+x_2=4$； $a>\frac{3}{4}$或$a<0$.

【解析】

【分析】（1）根据对称轴的公式$x=-\frac{b}{2a}$代入计算即可；

（2）分 $a>0$，$a<0$ 两种情况讨论，利用二次函数图像上点的坐标特征可得到关于 a 的一元一次不等式，解之即可得出 a 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：二次函数图象的对称轴为：$x=-\dfrac{-4a}{2a}=2$，

$\therefore$二次函数图象的对称轴为：直线 $x=2$；

【小问 2 详解】

解：①$\because x_1+x_2=-\dfrac{-4a}{a}=4$，

$\therefore x_1 + x_2 = 4$；

②$\because x_2>3-2x_1$，

$\therefore x_2+2x_1>3$，

$\therefore x_2+x_1+x_1>3$

$\therefore 4+x_1>3$，

$\therefore x_1>-1$，

$\therefore x_2<5$

若 $a>0$ 时，

当 $x=-1$ 时，$y=a+4a+3>0$，即 $a>-\dfrac{3}{5}$，

$\Delta=16a^2-12a>0$，即 $a>\dfrac{3}{4}$ 或 $a<0$

$\therefore a>\dfrac{3}{4}$

若 $a<0$ 时，当 $x=-1$ 时，$y=a+4a+3<0$，即 $a<-\dfrac{3}{5}$，

$\Delta=16a^2-12a>0$，即 $a>\dfrac{3}{4}$ 或 $a<0$

$\therefore a<0$.

综上所述：$a>\dfrac{3}{4}$ 或 $a<0$.

【点睛】本题考查了二次函数的对称轴，二次函数图像的性质和分类讨论的思想，熟记二次函数图像特征是解题的关键.

27.【答案】（1）60°

（2）画图见解析，$BH=GH$，证明见解析

（3）$\sqrt{3}-1$

【解析】

【分析】(1) 根据$\triangle ABC$是等边三角形得到$AB=CA$，$\angle BAC=\angle ABC=60°$，结合$AE=BD$即可得到$\triangle AEC\cong\triangle BDA$，得到$\angle ACE=\angle BAD$，根据三角形外角关系即可得到答案；

(2) 如图所示，延长FD到M，使得$FM=FC$，连接BM，CM，则$\triangle FMC$是等边三角形，$\angle AFC=120°$，先证明$\triangle ACF\cong\triangle BCM$，得到$AF=BM$，$\angle BMC=\angle AFC=120°$，再证明$\triangle BHM\cong\triangle GHF$，即可证明$BH=GH$；

(3) 如图所示，连接CH，取AC的中点N，连接BN，由全等三角形的性质得到$FH=MH$，即点H为MF的中点，则$\angle ACH=90°$，推出点H在以AC为直径的圆上运动，故当B、H、N三点共线时，BH有最小值，求出$BN=\sqrt{3}$，则$BH_{最小}=\sqrt{3}-1$.

【小问1详解】

解：$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore AB=CA$，$\angle BAC=\angle ABC=60°$，

在$\triangle AEC$和$\triangle BDA$中，

$$\begin{cases}AC=BA\\ \angle CAE=\angle ABD\\ AE=BD\end{cases}$$

$\therefore\triangle AEC\cong\triangle BDA(\text{SAS})$，

$\therefore\angle ACE=\angle BAD$，

$\because\angle BAC=\angle BAD+\angle CAD=60°$，

$\therefore\angle DFC=\angle CAD+\angle ACE=60°$；

【小问2详解】

解：$BH=GH$，证明如下：

如图所示，延长FD到M，使得$FM=FC$，连接BM，CM，

$\because FM=FC$，$\angle MFC=60°$，

$\therefore\triangle FMC$是等边三角形，$\angle AFC=180°-\angle MFC=120°$，

$\therefore CM=CF$，$\angle FCM=\angle FMC=60°$，

$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore CA=CB$，$\angle ACB=60°$，

$\therefore\angle ACF=\angle BCM$，

$\therefore\triangle ACF\cong\triangle BCM(\text{SAS})$，

$\therefore AF=BM$，$\angle BMC=\angle AFC=120°$，

$\therefore\angle BMH=\angle BMC-\angle CMH=60°$，

$\therefore\angle BMH=\angle GFH$，

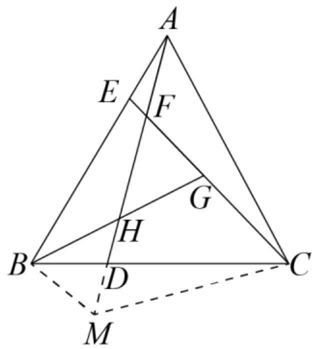
$\because AF=GF$，

$\therefore BM = GF$，

又$\because \angle BHM = \angle GHF$，

$\therefore \triangle BHM \cong \triangle GHF\,(\text{AAS})$，

$\therefore BH = GH$；



【小问 3 详解】

解：如图所示，连接 CH，取 AC 的中点 N，连接 BN，

$\because \triangle BHM \cong \triangle GHF$，

$\therefore FH = MH$，即点 H 为 MF 的中点，

$\because \triangle FMC$ 是等边三角形，

$\therefore CH \perp MF$，即 $\angle AHC = 90°$，

$\therefore$点 H 在以 AC 为直径的圆上运动，

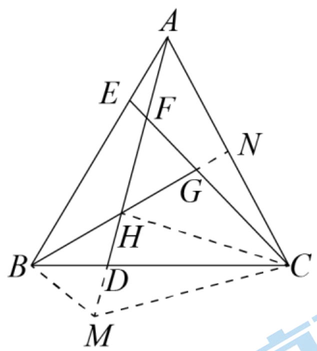
$\therefore$当 B、H、N 三点共线时，BH 有最小值，

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，N 是 AC 的中点，

$\therefore BN \perp AC$，$CN = \dfrac{1}{2}AC = 1$，

$\therefore BN = \sqrt{BC^2 - CN^2} = \sqrt{3}$，

$\therefore BH_{最小} = \sqrt{3} - 1$.



【点睛】本题主要考查了等边三角形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，圆外一点到圆上一点的最值问题，勾股定理等等，正确作出辅助线构造全等三角形是解题的关键.

28.【答案】（1）①Q_3；②$-\dfrac{\sqrt{2}}{2} \le b \le 3$

（2）$r \ge 2\sqrt{2} + 2$

【解析】

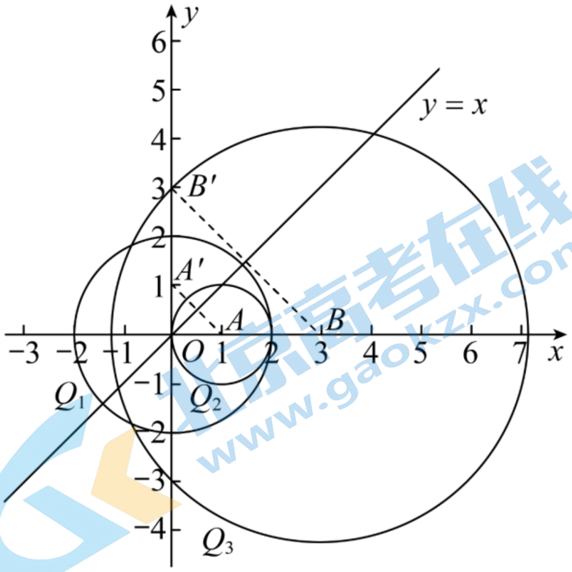
【分析】（1）①根据定义新图形的规律，分别求出对称点的坐标，直线的图形性质，图形结合即可求解；

②分当$b>0$时和$b<0$两种情况，结合图形即可求解；

（2）根据题意，只要找到r的最小值即可求解.

【小问 1 详解】

解：①如图所示，



$\because$点$A(1,0)$，点$B(3,0)$，AB关于$y=x$的对称图形为$A'B'$，$\odot B$半径为$3\sqrt{2}$，

$\therefore$根据轴对称性得：$A'(0,1)$，$B'(0,3)$，即点A',B'在y的正半轴上，

$\therefore$ $A'B'$在$\odot B$的内部，

$\therefore$ Q_3为线段AB关于直线$y=x$的“弱相关图形”；

故答案为：Q_3.

②如图所示，若$\odot O$是线段OA关于直线$l: y=x+b$的“弱相关图形”，

$\because$ $y=x+b$与$y=x$平行，

$\therefore$ $y=x+b$与坐标轴的夹角为45°，由点O关于$y=x+b$对称，

则$OO'\perp l$，则O'在直线$y=-x$上，

当$b<0$时，点O离对称轴直线$l: y=x+b$较远，如图，当O'在$\odot O$上时，

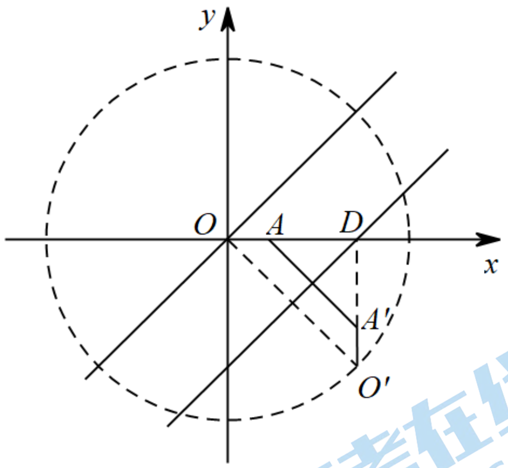
设l与x轴交于点D，

依题意，$OO'=5$，$\triangle DOO'$是等腰直角三角形，

$\therefore OD=DO'=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 5=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore D$的坐标为$\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2},0\right)$，代入$y=x+b$

解得：$b=-\frac{5\sqrt{2}}{2}$，



当$b>0$时，点 A 离对称轴直线 $y=x+b$ 较远，如图，当 A' 在$\odot O$ 上时，

同理可得 $DA=DA'$，

连接 OA'，在 Rt△DOA' 中，设 $DO=x$，则 $D'O=x$，$A'O'=AO=1$，

$\because A'O^2=DO^2+A'D^2$

$\therefore 5^2=x^2+(x+1)^2$

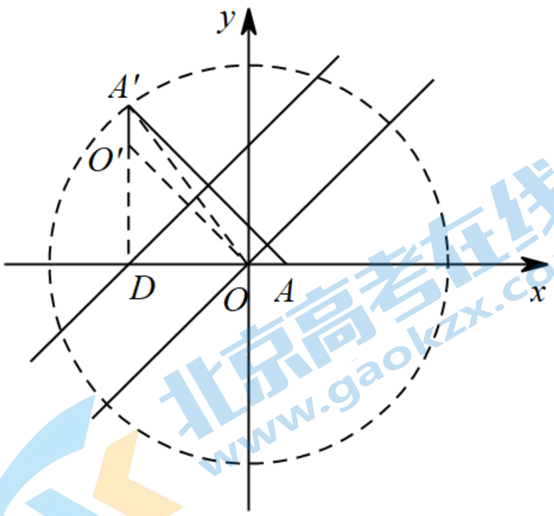
解得：$x_1=3, x_2=-4$（舍去）

$\therefore DO=3$

$\therefore D(-3,0)$，

代入 $y=x+b$

解得：$b=3$，



综上所述，$-\frac{\sqrt{2}}{2}\le b\le 3$；

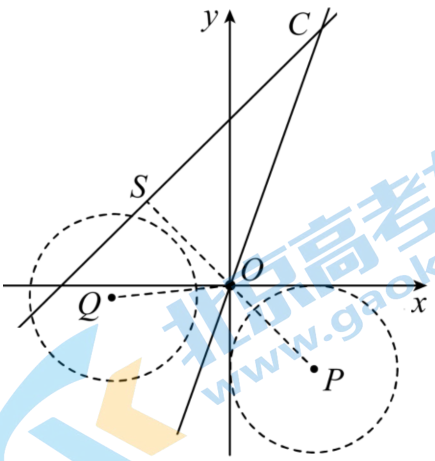
【小问 2 详解】

解：$\because C(a-2,a+2)$

$\therefore a+2=a-2+4$

即 C 在直线 $y=x+4$ 上，

如图所示，过点 O 作 $OS\perp y=x+4$ 于点 S，



由 $y=x+4$，令 $x=0$，$y=4$，

令 $y=0$，$x=4$，

$\therefore OS=\frac{4\times 4}{4\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，

依题意，点 C 在直线 $y=x+4$ 上运动，过点 C 的直线为对称轴，将 $\odot Q$ 与 $\odot P$ 对称，

$\because$ 半径 r 的 $\odot O$ 是圆 P 关于 l 的“弱相关图形”，

$\therefore r\ge OP+2$，

$\therefore$ 当 $\odot O$ 与坐标轴相切时，r 取得最小值，

此时点 $P(2,-2)$，则 $OP=2\sqrt{2}$，

又 $\because$ 点 C 在直线 $y=x+4$ 上运动，

CO 不能与 $y=x$ 平行，

$\therefore Q$ 点只能接近点 S，

$\therefore \odot Q$ 的最外端一点与 O 的距离小于 $OP+2$，

$\therefore$ 即 r 的最小值为 $OP+2$，

即 $r\ge 2\sqrt{2}+2$.

【点睛】本题考查了平面直角坐标系中图形的轴对称，圆与直线的关系，掌握对称的性质，几何图形变换的规律，结合点坐标，线段长度关系是解题的关键.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。