# 2023届高三10月月考试题

## 一、选择题（共10小题；共40分）

1. 设集合 $P=\{3,\log_2 a\}$，$Q=\{a,b\}$，若 $P\cap Q=\{0\}$，则 $P\cup Q=$（　　）

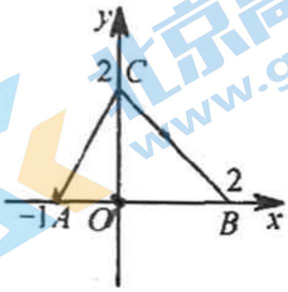
A. $\{3,0\}$　　B. $\{3,0,2\}$　　C. $\{3,1,0\}$　　D. $\{3,0,1,2\}$

2. 点 $P$ 从 $(1,0)$ 出发，沿单位圆 $x^2+y^2=1$ 逆时针方向运动 $\frac{2\pi}{3}$ 弧长到达 $Q$ 点，则 $Q$ 的坐标为（　　）

A. $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$

3. 如图，函数 $f(x)$ 的图象为折线 $ACB$，则不等式 $f(x)\geq\log_2(x+1)$ 的解集是（　　）




A. $\{x|-1<x\leq0\}$　　B. $\{x|-1\leq x\leq1\}$

C. $\{x|-1<x\leq1\}$　　D. $\{x|-1<x\leq2\}$

4. 已知 $x,y\in\mathbb{R}$，且 $x>y>0$，则（　　）

A. $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}>0$　　B. $\sin x-\sin y>0$

C. $\left(\frac{1}{2}\right)^x-\left(\frac{1}{2}\right)^y<0$　　D. $\ln x+\ln y>0$

5. “$m^3>\sqrt{m}$”是“关于 $x$ 的方程 $\sin x=m$ 无解”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $a=\left(\frac{1}{3}\right)^{0.3}$，$b=\log_{\frac{1}{3}}0.3$，$c=a^b$，则 $a$，$b$，$c$ 的大小关系为（　　）

A. $b>c>a$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $a>b>c$

7. 某时钟的秒针端点 $A$ 到中心点 $O$ 的距离为 5 cm，秒针绕点 $O$ 匀速旋转，当时间 $t=0$（单位：s）时，点 $A$ 与钟面上标 12 的点 $B$ 重合，当 $t\in[0,60]$，$A$，$B$ 两点间的距离为 $d$（单位：cm），则 $d$ 等于（　　）

A. $5\sin\frac{t}{2}$　　B. $10\sin\frac{t}{2}$　　C. $5\sin\frac{\pi t}{30}$　　D. $10\sin\frac{\pi t}{60}$

8. 若不等式 $[(1-a)n-a]\lg a<0$ 对于任意正整数 $n$ 恒成立，则实数 $a$ 的取值范围是（　　）

A. $\{a \mid a>1\}$

B. $\left\{a \mid 0<a<\frac{1}{2}\right\}$

C. $\left\{a \mid 0<a<\frac{1}{2}\text{ 或 }a>1\right\}$

D. $\left\{a \mid 0<a<\frac{1}{3}\text{ 或 }a>1\right\}$

9. 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，其导函数为 $f'(x)$，若 $f'(x)<f(x)$，且 $f(x+1)=f(3-x)$，$f(2015)=2$，则不等式 $f(x)<2e^{x-1}$ 的解集为（　　）

A. $(1,+\infty)$　　B. $(e,+\infty)$　　C. $(-\infty,0)$　　D. $\left(-\infty,\frac{1}{e}\right)$

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，且 $f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y)$，$f(1)=1$，则 $\sum_{k=1}^{22}f(k)=$（　　）

A. $-3$　　B. $-2$　　C. 0　　D. 1

二、填空题（共 5 小题，共 25 分）

11. 设函数 $f(x)=\sqrt{1-\lg x}$ 的定义域为_______.

12. 若 $P(\cos\theta,\sin\theta)$ 与 $Q\left(\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right),\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\right)$ 关于 $y$ 轴对称，写出一个符合题意的 $\theta$ 值：_______.

13. 设函数 $f(x)=e^x+ae^{-x}$（$a$ 为常数）

（1）若 $f(x)$ 为奇函数，则 $a=$_______;

（2）若 $f(x)$ 是 R 上的增函数，则 $a$ 的取值范围是_______.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases}-ax+1, & x<a\\(x-2)^2, & x\geq a\end{cases}$. 若 $f(x)$ 存在最小值，则 $a$ 的一个取值为_______，$a$ 的最大值为_______.

15. 设函数 $f(x)=\begin{cases}a(x+1), & x<0\\2^{x-a}+2^{a-x}, & x\geq 0\end{cases}$ 给出下列四个结论：

①对 $\forall a>0$，$\exists t\in R$，使得 $f(x)=t$ 无解；

②对 $\forall t>0$，$\exists a\in R$，使得 $f(x)=t$ 有两解；

③当 $a<0$ 时，$\forall t>0$，使得 $f(x)=t$ 有解；

④当 $a>2$ 时，$\exists t\in R$，使得 $f(x)=t$ 有三解.

其中，所有正确结论的序号是_______.

三、解答题（共 6 小题；共 85 分）

16. 已知集合 $A=\{x|\ x^2+4x=0\}$，$B=\{x|\ x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$，其中 $a\in R$，如果 $A\cup B=A$，求实数 $a$ 的取值范围.

17.（1）化简 $f(\alpha)=\frac{\sin(2\pi-\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos\left(-\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\tan(\pi+\alpha)}$，并求 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

（2）若 $\tan\alpha=2$，求 $4\sin^2\alpha-3\sin\alpha\cos\alpha-5\cos^2\alpha$ 的值.

（3）已知 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos\left(\beta+\frac{3\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{10}}{10}$，$\alpha,\beta\in\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$，求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值

18. 第二届中国国际进口博览会于 2019 年 11 月 5 日至 10 日在上海国家会展中心举行，来自 151 个国家和地区的 3617 家企业参展，规模和品质均超过首届．更多新产品、新技术、新服务“全球首发，中国首展”，专（业）精（品）尖（端）特（色）产品精华荟萃．某跨国公司带来了高端空调模型参展，通过展会调研，中国甲企业计划在 2020 年与该跨国公司合资生产此款空调．生产此款空调预计全年需投入固定成本 260 万元，每生产 $x$ 千台空调，需另投入资金 $R(x)$ 万元，且 $R(x)=\begin{cases}10x^2+ax, & 0<x<40,\\ \frac{901x^2-9450x+10000}{x}, & x\geq 40,\end{cases}$ 经测算生产 10 千台空调需另投入的资金为 4000 万元．由调研知，每台空调售价为 0.9 万元时，当年内生产的空调当年能全部销售完.

（1）求 2020 年的企业年利润 $W(x)$（万元）关于年产量 $x$（千台）的函数关系式.

（2）2020 年产量为多少（千台）时，企业所获年利润最大?最大年利润是多少?

注：利润 = 销售额 − 成本

19. 已知函数 $f(x)=\ln x+ax^2+(a+2)x$，$a\in\mathbf{R}$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $a<0$，证明：$f(x)\le -\frac{2}{a}-2$.

20. 已知函数 $f(x)=x\sin x+a\cos x+x$，$a\in\mathbf{R}$.

（1）当 $a=-1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）当 $a=2$ 时，求 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值；

（3）当 $a>2$ 时，若方程 $f(x)-3=0$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有唯一解，求 $a$ 的取值范围.

21. 定义 $R_p$ 数列 $\{a_n\}$：对 $p\in\mathbf{R}$，满足：

① $a_1+p\ge 0$，$a_2+p=0$；

② $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$a_{4n-1}<a_{4n}$；

③ $\forall m,n\in\mathbf{N}^*$，$a_{m+n}\in\{a_m+a_n+p,a_m+a_n+p+1\}$.

（1）对前 4 项 2，$-2$，0，1 的数列，可以是 $R_2$ 数列吗?说明理由；

（2）若 $\{a_n\}$ 是 $R_0$ 数列，求 $a_5$ 的值；

（3）是否存在 $p\in\mathbf{R}$，使得存在 $R_p$ 数列 $\{a_n\}$，对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，满足 $S_n\ge S_{10}$?若存在，求出所有这样的 $p$；若不存在，说明理由.

# 关于我们

**北京高考在线**创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承〃精益求精、专业严谨〃的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。