高三一轮中期调研考试

数学

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

4.本试卷主要考试内容：集合与常用逻辑用语、函数与导数、不等式、三角函数与解三角形、平面向量、复数、数列、立体几何、解析几何.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.设集合 $U=\{1,2,3,4,5\},M=\{1,2\},N=\{2,3\}$，则 $\complement_U(M\cup N)=$（　　）

A. $\{4,5\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{2,3\}$　　D. $\{1,3,4,5\}$

2. $\dfrac{2+4\mathrm{i}}{1-2\mathrm{i}}=$（　　）

A. $\dfrac{6}{5}-\dfrac{8}{5}\mathrm{i}$　　B. $2+\dfrac{8}{5}\mathrm{i}$

C. $-2-\dfrac{8}{5}\mathrm{i}$　　D. $-\dfrac{6}{5}+\dfrac{8}{5}\mathrm{i}$

3.已知单位向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $(\vec{a}+2\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=-\dfrac{4}{5}$，则 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{1}{5}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

4.已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n,a_1+a_3+a_5=1,a_2+a_4+a_6=2$，则 $S_{12}-S_6=$（　　）

A.18　　B.54　　C.128　　D.192

5.已知 O 为坐标原点，A,B,F 分别是椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点、上顶点和右焦点点 P 在椭圆 C 上，且 $PF\perp OF$，若 $AB\,/\!/\,OP$，则椭圆 C 的离心率为（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B.1　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

6.设$\alpha\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right],\beta\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$，且$\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\cos\beta$，则（　　）

A.$\alpha+\beta=\frac{\pi}{4}$　　B.$\alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$

C.$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$　　D.$\alpha-\beta=-\frac{\pi}{4}$

7.把某种物体放在空气中冷却，若该物体原来的温度是$\theta_1{}^\circ\mathrm{C}$，空气的温度是$\theta_0{}^\circ\mathrm{C}$，则$t$min 后该物体的温度$\theta^\circ\mathrm{C}$可由公式$\theta=\theta_0+\left(\theta_1-\theta_0\right)\mathrm{e}^{-\frac{t}{4}}$求得.若将温度分别为$100^\circ\mathrm{C}$和$60^\circ\mathrm{C}$的两块物体放入温度是$20^\circ\mathrm{C}$的空气中冷却，要使得这两块物体的温度之差不超过$10^\circ\mathrm{C}$，至少要经过（　　）（取：$\ln2=0.69$）

A. 2.76min　　B. 4.14min　　C. 5.52min　　D. 6.9min

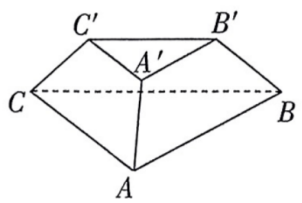
8.已知$a=\ln\frac{9}{8},b=\frac{1}{9},c=\mathrm{e}^{-\frac{20}{9}}$，则（　　）

A.$a>b>c$　　B.$a>c>b$

C.$c>a>b$　　D.$c>b>a$

二、多选题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9.如图，在三棱台$ABC-A'B'C'$中，上底面是边长为$\sqrt{2}$的等边三角形，下底面是边长为$2\sqrt{2}$的等边三角形，侧棱长都为 1，则（　　）



A.$CC'\perp AA'$

B.$CC'\perp AB$

C.直线CC'与平面ABC所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{4}$

D.三棱台$ABC-A'B'C'$的高为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

10.若函数$y=\left|\sin x\right|-t$在$\left(0,+\infty\right)$上的零点从小到大排列后构成等差数列，则t的取值可以为（　　）

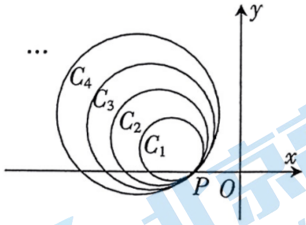
A.0　　B.1　　C.$\frac{1}{2}$　　D.$\frac{\sqrt{2}}{2}$

11.已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $(y+1)f(x)=xf(y+1)$，则（　　）

A. $f(0)=0$　　B. $f(1)=0$

C. $f(x)$ 是奇函数　　D. $f(x)$ 没有极值

12.如图，有一组圆 $C_k\left(k\in\mathbf{N}_+\right)$ 都内切于点 $P(-2,0)$，圆 $C_1:(x+3)^2+(y-1)^2=2$，设直线 $x+y+2=0$ 与圆 C_k 在第二象限的交点为 A_k，若 $\left|A_kA_{k+1}\right|=\sqrt{2}$，则下列结论正确的是（　　）



A.圆 C_k 的圆心都在直线 $x+y+2=0$ 上

B.圆 C_{99} 的方程为 $(x+52)^2+(y-50)^2=5000$

C.若圆 C_k 与 y 轴有交点，则 $k\ldots 8$

D.设直线 $x=-2$ 与圆 C_k 在第二象限的交点为 B_k，则 $\left|B_kB_{k+1}\right|=1$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13.函数 $y=\sin x+1$ 的图象可由函数 $y=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)+1$ 的图象至少向右平移个单位长度得到__________.

14.已知函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, x\ldots 0,\\ 0, x<0,\end{cases}$ 则满足 $f(x-1)<f(2x)$ 的 x 的取值范围是__________.

15.已知抛物线 $C:y=x^2$ 与直线 $y=a$ 交于 A,B 两点，点 D 在抛物线 C 上，且 $\triangle ABD$ 为直角三角形，则 $\triangle ABD$ 面积的最小值为__________.

16.如图，这是某同学绘制的素描作品，图中的几何体由两个完全相同的正六棱柱垂直贯穿构成，若该正六棱柱的底面边长为 2，高为 8，则该几何体的体积为__________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

在△ABC中，D为BC上一点，$CD=\sqrt{7}, BD=4\sqrt{7}$，且$\angle BAD=90^{\circ}$.

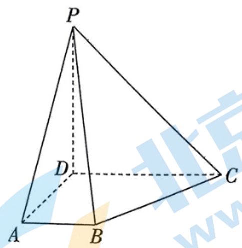
（1）若$AD=2\sqrt{3}$，求AC；

（2）若$\angle CAD=30^{\circ}$，求$\dfrac{AB}{AC}$.

18.（12 分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PD\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为直角梯形，

$PD=CD=AD=2AB, AB \parallel CD, AD\perp CD$.



（1）在棱PD上是否存在点E，使得$AE \parallel$平面PBC？若存在，请指出点E的位置并证明；若不存在，请说明理由.

（2）求平面PBC与平面PAB的夹角的大小.

19.（12 分）

在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1, 2a_{n+1}-a_n=n+2$.

（1）证明：数列$\{a_{n+1}-a_n-1\}$为常数列.

（2）若$b_n=\dfrac{a_n}{4^{n-1}}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和T_n.

20.（12 分）

已知函数$f(x)=x^2-ax-2\sqrt{x}+b$，曲线$y=f(x)$在点$(4, f(4))$处的切线斜率为$\dfrac{13}{2}$.

（1）求a的值；

（2）当$x\in[0,b](b>0)$时，$f(x)$的值域为$[0,b]$，求b的值.

21.（12 分）

已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F(\sqrt{7},0)$，渐近线方程为$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$.

（1）求双曲线C的方程.

（2）已知双曲线C的左、右顶点分别为A,B，直线$y=kx+m$与双曲线C的左、右支分别交于点M,N（异于点A,B）.设直线AM,BN的斜率分别为k_1,k_2，若点$(m,\sqrt{3}k)$在双曲线C上，证明k_1k_2为定值，并求出该定值.

22.（12 分）

已知函数 $f\left(x\right)=a\sin x-\left(a+1\right)x$.

（1）当 $a=-\dfrac{1}{2}$ 时，证明：$f\left(x\right)$ 只有一个零点.

（2）若 $x\in\left(0,\pi\right),f\left(x\right)+x\cos x>0$，求 a 的取值范围.