

眉山市高中 2021 届第三次诊断性考试

数 学(理工类)

(考试时间:120分钟 试卷满分:150分)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $\frac{2-3i}{2i}$ =

- A. $-\frac{3}{2}-i$ B. $-\frac{3}{2}+i$ C. $\frac{3}{2}-i$ D. $\frac{3}{2}+i$

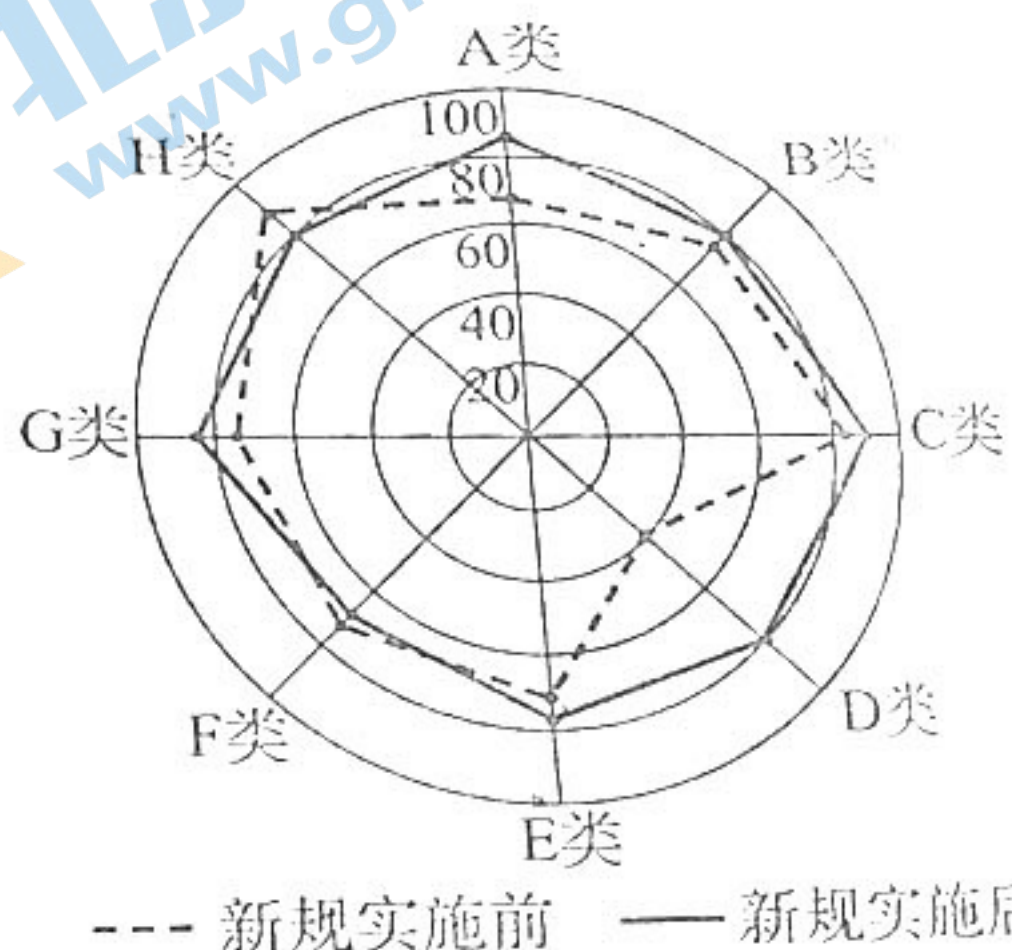
2. 某校高三(1)班有 50 名学生,春季运动会上,有 15 名学生参加了田赛项目,有 20 名学生参加了径赛项目,已知田赛和径赛都参加的有 8 名同学,则该班学生中田赛和径赛都没有参加的人数为

- A. 27 B. 23 C. 15 D. 7

3. 在 $\triangle ABC$ 中,“ $A < B$ ”是“ $\sin A < \sin B$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件

4. 某部门为了解某平台“直播带货”商品销售反馈情况,随机抽取了 A, B, C, D, E, F, G, H 这 8 类商品,收集了这几类商品分别在新规实施前后的消费者评价得分,绘制成右图所示的雷达图. 根据统计图判断,下面的叙述一定不正确的是



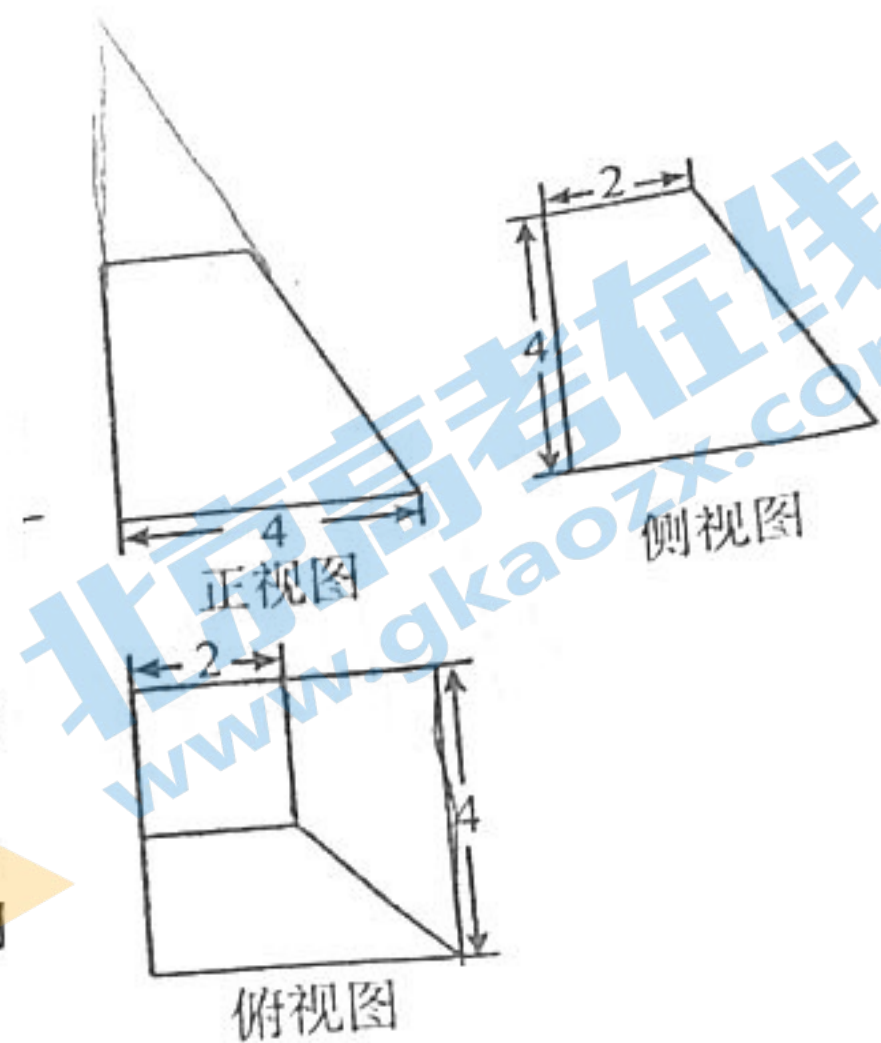
- A. 新规实施后, D 类商品的评价得分提升幅度最大
B. 新规实施后, H, F 类商品的评价得分低于新规实施前
C. 这 8 类商品评价得分的平均分高于新规实施前的平均分
D. 有 7 类商品的评价得分高于新规实施前

5. 直线 l 经过圆 $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ 的圆心 C , 且倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$, 则直线 l 的方程为

- A. $\sqrt{3}x - y + \sqrt{3} + 1 = 0$ B. $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} - 1 = 0$
C. $\sqrt{3}x - 3y + \sqrt{3} + 3 = 0$ D. $\sqrt{3}x - 3y - \sqrt{3} - 3 = 0$

6. 某四棱台的三视图如右图所示, 则该几何体的表面积为

- A. $44+12\sqrt{3}$
 B. $40+12\sqrt{5}$
 C. $40+12\sqrt{3}$
 D. $44+12\sqrt{5}$

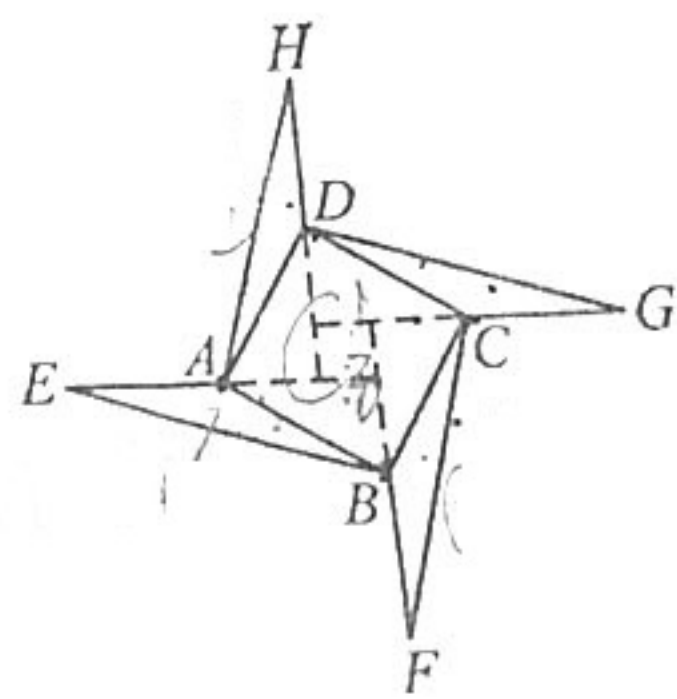


7. 已知函数 $f(x) = \sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right)$, 若将 $f(x)$ 的图象上各点的横坐标伸长到原来的 2 倍, 然后向右平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位长度, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 且函数 $g(x)$ 的图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小值是

- A. $\frac{\pi}{3}$
 B. $\frac{\pi}{6}$
 C. $\frac{\pi}{12}$
 D. $\frac{\pi}{24}$

8. 如图是在“赵爽弦图”的基础上创作出的一个“数学风车”, 图中正方形 $ABCD$ 内部为“赵爽弦图”(由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成). 现给图中 $\triangle ABE, \triangle BCF, \triangle CDG, \triangle DAH$ 这 4 个三角形和“赵爽弦图” $ABCD$ 涂色, 且相邻区域(即图中有公共点的区域)不同色, 已知有 4 种不同的颜色可供选择, 则不同的涂色方法种数是

- A. 48
 B. 54
 C. 72
 D. 108



9. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$), 给出以下条件:

- ①实轴长为 3; ②过点 $\left(\frac{16}{3}, -5\right)$; ③渐近线方程为 $3x \pm 4y = 0$; ④离心率为 $\frac{5}{4}$.

上述条件中, 使双曲线 C 的方程为 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ 的所有条件是

- A. ②
 B. ①③
 C. ②③
 D. ②③④

10. 2021 年 3 月 20 日, “沉睡三千年, 一醒惊天下”的三星堆遗址向世人展示了其重大考古新发现——6 个三星堆文化“祭祀坑”现已出土 500 余件重要文物. 为推测文物年代, 考古学者通常用碳 14 测年法推算, 碳 14 测年法是根据碳 14 的衰变程度来计算出样品的大概年代的一种测量方法. 2021 年, 考古专家对某次考古的文物样本上提取的遗存材料进行碳 14 年代测定, 检测出碳 14 的残留量约为初始量的 68%, 已知碳 14 的半衰期(放射性物质质量衰减一半所用的时间)是 5730 年. 以此推算出该文物大致年代是(参考数据: $\log_{10} \frac{1}{\sqrt{0.5}} 10 \approx -19034.7$, $\log_{5730} \sqrt{0.5} 68 \approx -34881$)

- A. 公元前 1400 年到公元前 1300 年
 B. 公元前 1300 年到公元前 1200 年
 C. 公元前 1200 年到公元前 1100 年
 D. 公元前 1100 年到公元前 1000 年

11. 阿波罗尼奥斯是与阿基米德、欧几里得齐名的古希腊数学家, 以他姓名命名的阿氏圆是指平面内到两定点的距离的比值为常数 λ ($\lambda > 0, \lambda \neq 1$) 的动点的轨迹. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\sin A = 2\sin B, a\cos B + b\cos A = 3$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值为

- A. 3
 B. $3\sqrt{3}$
 C. 6
 D. $6\sqrt{3}$

12. 若函数 $f(x) = x^2 e^x - \frac{1}{2}ax - a \ln x$ 有 2 个零点, 则实数 a 的取值范围是

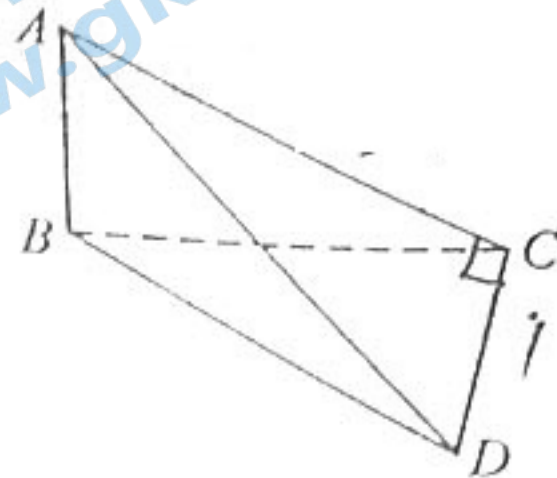
- A. $(0, 2e)$
 B. $(0, 2e)$
 C. $(e, +\infty)$
 D. $(2e, +\infty)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $a=(t,1), b=(1,2)$ ，且 $|a-b|=\sqrt{2}$ ，则实数 $t=$ _____.

14. 计算 $\frac{\cos 20^\circ - \sqrt{3} \sin 20^\circ}{\sin 10^\circ} =$ _____.

15. 中国古代数学家刘徽所注释的《九章算术》中，称四个面均为直角三角形的四面体为“鳖臑”. 如图所示的鳖臑 $ABCD$ 中， $AB \perp$ 面 BCD ， $CD \perp BC$ ，若 $CD=1, AC=\sqrt{5}$ ，且顶点 A, B, C, D 均在球 O 上，则球 O 的表面积为_____.



16. 已知 F 是抛物线 $C: y^2=2px (p>0)$ 的焦点， A 是 C 的准线上一点，面积为 $4\sqrt{3}$ 的等边 $\triangle AFB$ 的顶点 B 恰在抛物线 C 上，若直线 BF 与抛物线 C 的另一个公共点为 D ，则 $|BD|=$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生依据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $a_n \cdot S_n = (S_n - 1)^2$.

(1) 证明：数列 $\left\{\frac{1}{S_n - 1}\right\}$ 为等差数列；

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. (本小题满分 12 分)

某城市为改善保障性租赁住房的品质，对保障性租赁住房进行调研，随机抽取了 200 名保障性租赁住房的租赁人进行问卷调查，并对租赁房屋的品质进行满意度测评，收集整理得到如下 2×2 列联表：

	30 岁及以下	30 岁以上	小计
满意	60		110
不满意		30	
小计			

(1) 完成上述列联表；通过计算判断是否有 90% 的把握认为租赁人对保障性租赁住房品质的满意程度与年龄段(“30 岁及以下”和“30 岁以上”)有关系？

(2) 现从满意度评分为“不满意”的人中按照表中年龄段分层抽取了 6 名租赁人进行座谈. 若从这 6 人中随机抽取 3 人给予一定的租赁优惠，记“所抽取的 3 人中年龄在 30 岁及以下”的人数为 ξ ，求 ξ 的分布列和数学期望.

附表及公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (本小题满分 12 分)

如图 1 是由正方形 ACC_1A_1 和长方形 BCC_1B_1 组成的平面图形, 且 $AC=2BC=4$, D, E 分别是 A_1C_1, BC 的中点. 将其沿 CC_1 折起, 使得二面角 $A-CC_1-B$ 的平面角大小为 60° , 如图 2. 在图 2 中,

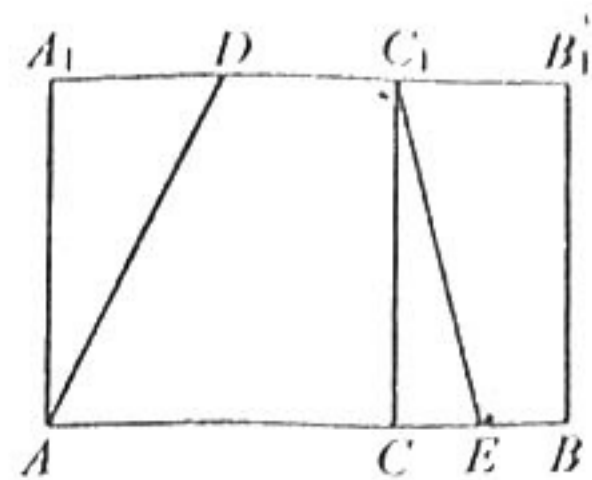


图1

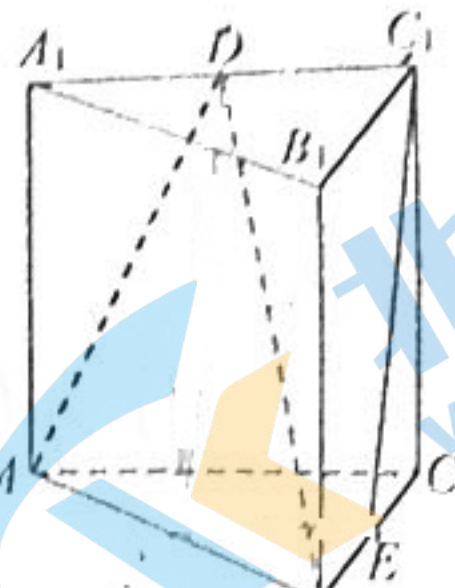


图2

- (1) 判断直线 C_1E 与平面 ABD 的位置关系, 并证明你的结论;
- (2) 求直线 BC 与平面 ABD 所成角的正弦值.

20. (本小题满分 12 分)

已知 O 为坐标原点, A, B 分别为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点和上顶点, $\triangle AOB$ 的

面积为 1. 设 M, N 是椭圆 C 上的两个动点, 且 $OM \perp ON$, 当 $|OM| = |ON|$ 时, $|MN| = \frac{4\sqrt{5}}{5}$.

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 过 O 作线段 MN 的垂线, 垂足为 H , 求 $\vec{HA} \cdot \vec{HB}$ 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = e^x - \cos x + ax^2 - x$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;
- (2) 若 $f(x) \geq (a-1)x$, 求 a 的值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程](10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知射线 $l: y = \sqrt{3}x (x \geq 0)$, 曲线 $C_1: \begin{cases} x = \frac{4t}{t^2+1}, \\ y = \frac{4}{t^2+1} \end{cases} (t \text{ 为参数}).$ 以原

点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho = 8\sin\theta$.

- (1) 写出射线 l 的极坐标方程以及曲线 C_1 的普通方程;
- (2) 设射线 l 与 C_1 交于点 M , 与 C_2 交于 O, N , 求 $|MN|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲](10 分)

已知 $f(x) = \left| x + \frac{3}{2} \right| + |1 - 2x|$.

- (1) 解不等式 $f(x) \leq \frac{7}{2} - x$;
- (2) 令 $f(x)$ 的最小值为 M , 正数 a, b 满足 $a + 2b = M$, 求证: $a^2b^2 + \frac{2}{ab} \geq \frac{17}{4}$.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯