

2019 北京昌平高二（上）期末

数 学

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡收回。

第一部分(选择题共 50 分)

一、选择题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 在空间直角坐标系中，已知点 A (1, 0, 1), B (3, 2, 1)，则线段 AB 的中点坐标是

- A. (1, 1, 0)      B. (2, 1, 1)      C. (2, 2, 0)      D. (4, 2, 2)

2. 若  $a < b < 0$ ，则下列不等式中不正确的是

- A.  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$       B.  $|a| > |b|$       C.  $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a}$       D.  $a^2 > b^2$

3. 在等差数列  $\{a_n\}$  中， $a_1=5, a_4 + a_7=0$ ，则数列  $\{a_n\}$  中为正数的项的个数为

- A. 4      B. 5      C. 6      D. 7

4. 已知函数  $f(x) = x + \frac{1}{x-1} - 1 (x > 1)$ ，则  $f(x)$  有

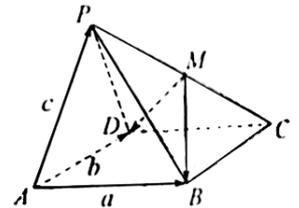
- A. 最小值 2      B. 最大值 2      C. 最小值 0      D. 最大值 0

5. 已知椭圆  $kx^2 + 5y^2 = 5$  的一个焦点坐标是  $F(2, 0)$ ，则实数  $k$  的值为

- A.  $\sqrt{5}$       B.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{5}{3}$       D. 1

6. 在四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 为平行四边形，若  $\overrightarrow{AB}=a, \overrightarrow{AD}=b, \overrightarrow{AP}=c$ ，M 为 PC 中点，则  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} =$

- A.  $c$       B.  $-\frac{1}{2}a + b - \frac{1}{2}c$   
C.  $-c$       D.  $-a + \frac{1}{2}b + c$



7. “ $m > 0, n > 0$ ”是“方程  $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{n} = 1$  表示椭圆”的

- A. 充分而不必要条件      B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件      D. 既不充分也不必要条件

8. 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中， $AB=BC=2, AA_1=2\sqrt{3}$ ，则异面直线  $AD_1$  与  $DB_1$  所成角的余弦值为

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{\sqrt{5}}{6}$       C.  $\frac{1}{5}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. 已知点 A 在直线  $y=4$  上，动点 P 满足  $\overrightarrow{AP}$  平行于  $y$  轴，且  $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OP}$ ，则点 P 的轨迹是

- A. 圆      B. 椭圆      C. 双曲线      D. 抛物线

10. 已知直线  $y=2$  与双曲线  $\Gamma: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$  的渐近线交于 M, N 两点，任取双曲线  $\Gamma$  上的一点 P，若  $\overrightarrow{OP} = \lambda \overrightarrow{OM} + \mu \overrightarrow{ON}$  ( $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ )，则

- A.  $\lambda + \mu = -\frac{1}{4}$       B.  $\lambda - \mu = -\frac{1}{4}$       C.  $\lambda \mu = -\frac{1}{4}$       D.  $\frac{\lambda}{\mu} = -\frac{1}{4}$

二、填空题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分。

11. 已知命题  $P: \forall x \geq 0, \sin x \leq 1$ , 则  $\neg P$ : \_\_\_\_\_。

12. 已知向量  $a = (1, -2.5)$ ,  $b = (-1, x, 3)$ . 若  $a \perp b$ , 则实数  $x =$  \_\_\_\_\_。

13. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\sqrt{2}$ , 则该双曲线的渐近线方程为 \_\_\_\_\_ 若  $(2, 0)$  是它的一个焦点, 则  $a =$  \_\_\_\_\_。

14. 设  $a = (x_1, y_1, z_1)$ ,  $b = (x_2, y_2, z_2)$ , 能说明 “ $a \parallel b \Rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$ ” 是假命题的一组向量为  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_。

15. 已知等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 下表给出了  $S_n$  的部分数据:

n	1	2	3	4	...
$S_n$		-1	$\frac{7}{2}$	$\frac{13}{4}$	...

则数列  $\{a_n\}$  的公比  $q =$  \_\_\_\_\_, 首项  $a_1 =$  \_\_\_\_\_。

16. 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = 5n - 8$ , 则  $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2n+3} =$  \_\_\_\_\_ 若  $\frac{a_m a_n}{mn} > 9 (m, n \in \mathbb{N}^*)$ , 则  $m+n$  的最小值为 \_\_\_\_\_。

三、解答题共 5 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

17. (本小题满分 14 分)

已知  $f(x) = (x-a)(x-2)$

(I) 当  $a=1$  时, 求不等式  $f(x) > 0$  的解集;

(II) 解关于  $x$  的不等式  $f(x) < 0$

18. (本小题满分 14 分)

在等差数列  $\{a_n\}$  和等比数列  $\{b_n\}$  中,  $a_1 = b_1 = 2, a_2 = b_2, a_4 = b_3$

(I) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;

(II) 设  $c_n = a_n + b_n$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

(19) (本小题满分 14 分)

已知抛物线  $C$  的顶点为坐标原点, 过焦点  $F(2, 0)$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  交于不同的两点  $A, B$ .

(I) 求抛物线  $C$  的方程及准线方程;

(II) 求线段  $AB$  长的最小值.

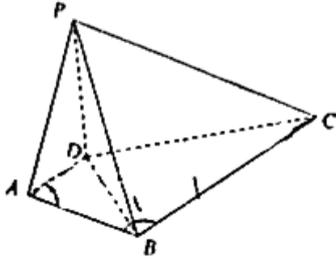
20. (本小题满分 14 分)

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 平面  $PAD \perp$  平面  $ABCD$ ,  $PD \perp AD$ ,  $PA=2AD$ ,  $AD \parallel BC$ ,  $DB=DC$ ,  $AD=2$ ,  $BC=6$ ,  $\angle ABC=60^\circ$

(I) 求证:  $PD \perp BC$ ;

(II) 求二面角  $D-PA-B$  的余弦值;

(III) 求证:  $AB \perp$  平面  $PCD$



21. (本小题满分 14 分)

已知椭圆  $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的一个焦点为  $(\sqrt{2}, 0)$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ . 设椭圆  $M$  的长轴和短轴的一个端点分别为  $A, B$ , 以原点  $O$  为圆心, 线段  $AB$  的长为半径作圆  $O$ .

(I) 求椭圆  $M$  和圆的方程;

(II) 设点  $P$  为圆  $O$  上任意一点, 过点  $P$  分别作两条直线  $L_1, L_2$  与椭圆  $M$  相切,

求证:  $L_1 \perp L_2$ .



长按识别关注