四川省2019级高中毕业班诊断性检测

理科数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，仅将答题卡交回。

一、选择题：本题共12个小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x|\frac{1}{8}<2^x<16\}$，$B=\{x|x^2+5x>0\}$.则 $A\cap B$

A．$(-5,4)$　　B．$(0,4)$　　C．$(-3,0)$　　D．$(-5,0)$

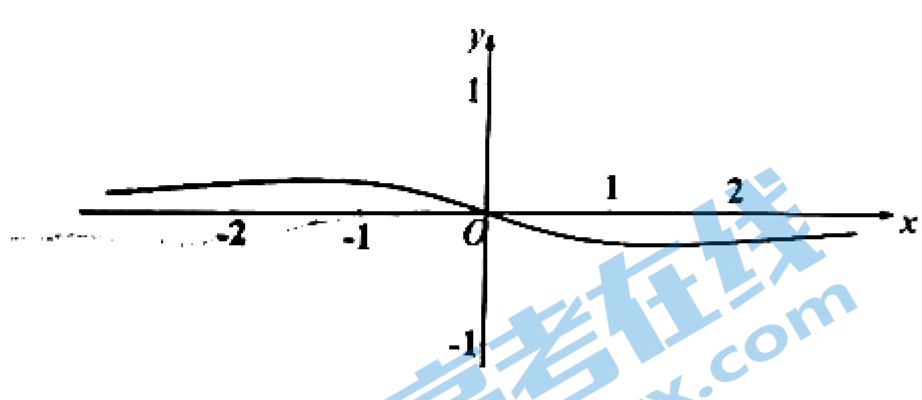
2．复数 Z 满足 $(1+i)z=2i$（i为虚数单位），则复数 z 在复平面内对应的点位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

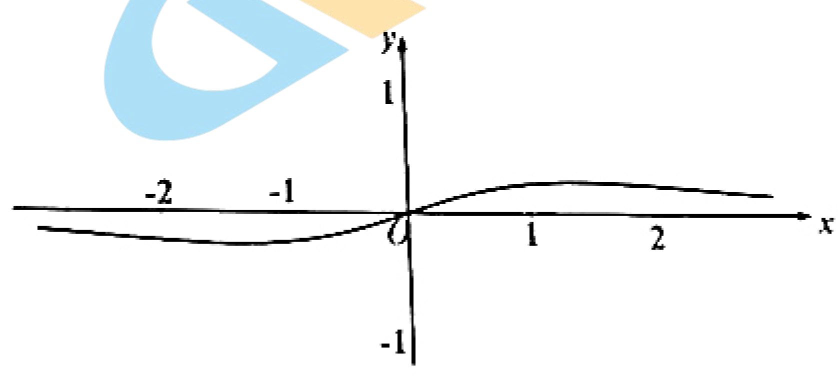
3．青少年视力是社会普遍关心的问题，视力情况可借助视力表测量，通常用小数记录法和五分记录法记录视力数据.小数记录法的数据 E 和五分记录法的数据 F 满足 $E=10^{F-5}$，已知某同学视力的小数记录法记录的数据为0.9，则其视力的五分记录法的数据约为（$\lg 3=0.4771$）

A．4.6　　B．4.7　　C．4.8　　D．4.9

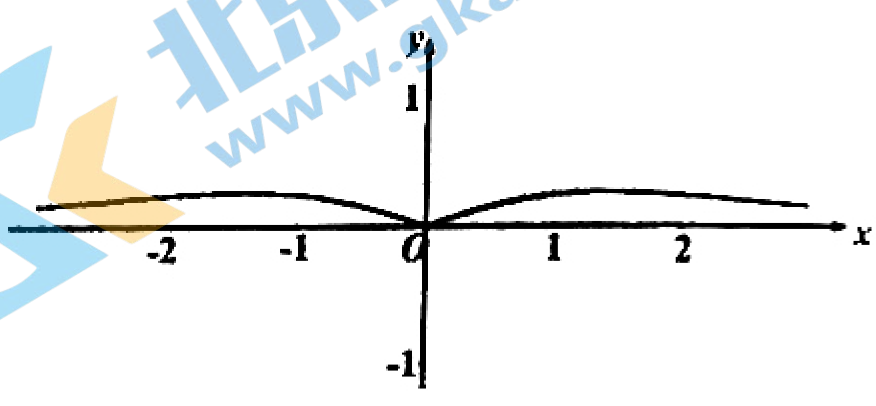
4．函数 $y=\dfrac{\lg(\sqrt{x^2+1}-x)}{2^x+2^{-x}}$ 的大致图象是



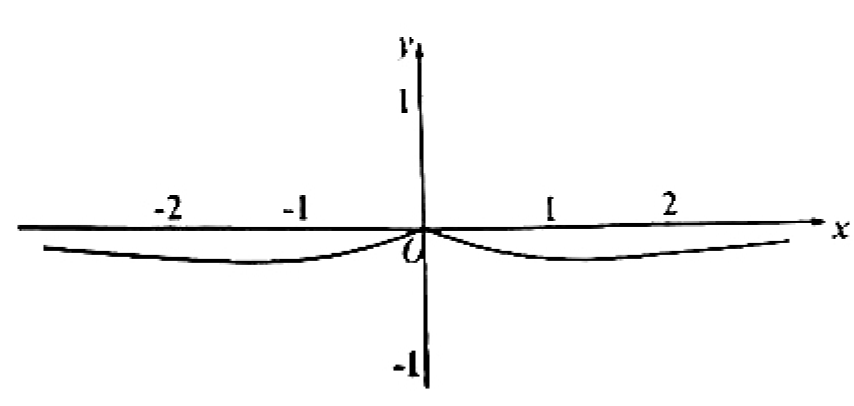
A



B



C



D

5. 设 x，y 满足 $\begin{cases} x-y+2\geqslant 0, \\ x+y\leqslant 0, \\ y\geqslant -1. \end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最大值是

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 3

6. 已知非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\sqrt{3}|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，且 $\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

7. 已知 S_n 是各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_2\cdot a_4=81$，$S_3=13$，则 $a_6=$

A. 21　　B. 81　　C. 243　　D. 729

8. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{m}=1$ 的离心率为 2，则双曲线 C 与双曲线 $E:\frac{y^2}{12}-\frac{x^2}{4}=1$ 有

A. 相等的离心率　　B. 相同的焦点

C. 相等的焦距　　D. 不同的渐近线

9. 有下列三个命题

①已知一组数据 x_1，x_2，$x_3\ldots x_{10}$ 的方差为 3，则 x_1+2，x_2+2，$x_3+2\ldots x_{10}+2$ 的方差也为 3；

②对具有线性相关关系的变量 x，y，其线性回归方程为 $\hat{y}=0.3x-m$，若样本点的中心点坐标为 $(m,2.8)$，则定数 m 的值为 4；

③已知随机变量 X 服从二项分布 $X\sim B(10,p)$，若 $E(2x-1)=9$，则 $p=\frac{1}{2}$．

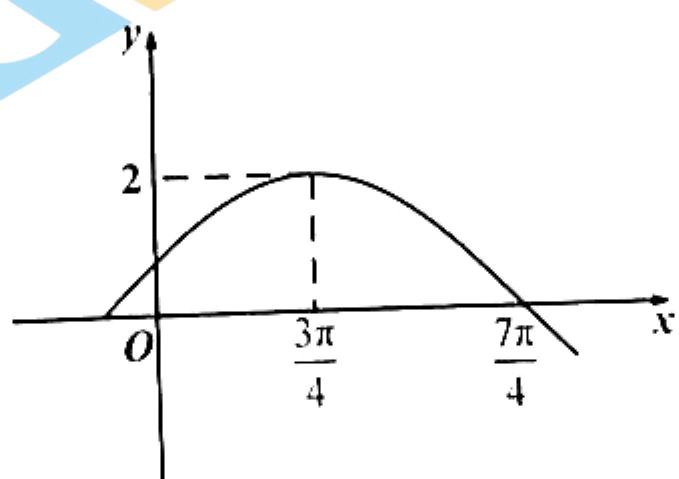
其中真命题的是

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

10. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $3a_5=7a_{11}$，且 $a_1>0$.则使 $S_n<0$ 的 n 的最小值为

A. 30　　B. 31　　C. 32　　D. 33

11. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\ \omega>0,\ 0<\varphi<\pi)$，其部分图象如图所示，则下列关于 $f(x)$ 的结论错误的是



A. $f(x)$ 在区间 $[\frac{11\pi}{4},\frac{19\pi}{4}]$ 上单调递增

B. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{5\pi}{4}$ 对称

C. $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{4},0)$ 对称

D. $f(x)$ 的图象可由函数 $y=2\sin(x+\frac{\pi}{8})$ 图象上所有点的纵坐标不变，横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍得到

12. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，且 $f(x-1)=f(x)-1$，当 $x\in[-1,0)$ 时，$f(x)=-x(x+1)+1$，若存在 $x\in[k,+\infty)$，使 $f(x)=\frac{29}{9}$，则 k 的最大值为

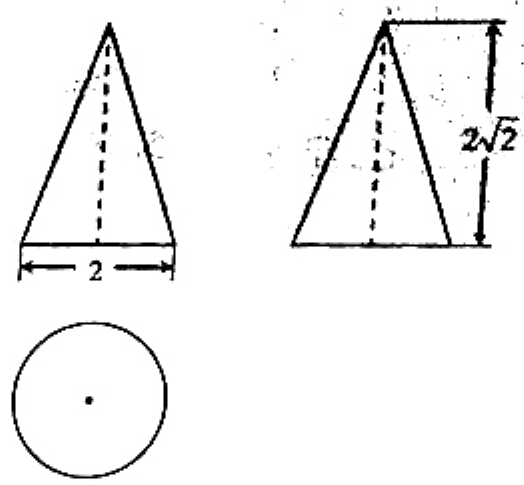
A. 1　　B. 2　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{5}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 曲线 $ye^x=x(2-x)+1$ 在点 $(0,1)$ 出处的切线方程为________.

14. $(1+\frac{1}{x^2})(1+x)^6$ 展开式中 x^2 的系数为________.

15. 某几何体三视图如图所示，则在该几何体内的球的最大体积为________.



16. 已知在直角坐标平面内，两定点 $F(0,1)$，$M(1,-1)$，动点 Q 满足以 FQ 为直径的圆与 x 轴相切.直线 FQ 与动点 Q 的轨迹 E 交于另一点 P，当 $\angle PMQ=90°$ 时，直线 PQ 的斜率为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17. （12 分）

已知 a,b,c 分别是△ABC 的内角 A,B,C 的对边，从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立.

①$b-\frac{\sqrt{2}}{2}c=a\cos C$；②$S_{\triangle ABC}=2$；③$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}=4$.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

18. （12 分）

某汽车品牌 4S 店为了解车主对其售后服务的满意度做了一次随机调查，按 40 岁以下和 40 岁以上（含 40 岁）两个年龄段各抽取了 m 个车主，调查显示 40 岁以下车主满意的占其车主数的 $\frac{3}{5}$，40 岁以上车主满意的占其车主数的 $\frac{4}{5}$，且经以下 2×2 列联表计算可得 K^2 的观测值 $k\approx4.762$

	40 岁以下车主数	40 岁以上车主数	合计
满意			
不满意			
合计			

（1）根据已知条件，求 m 的值，完成上述表格并判断是否有 95%的把握认为车主对该 4S 店的售后服务评价与车主年龄有关？

（2）为了进一步征集车主对 4S 店售后服务的意见，4S 店又采用分层抽样的方法从上述表示不满意的车主中抽取了 6 名，再从这 6 名中抽取 3 人进行面对面交流，求事件“至多抽到两名 40 岁以下车主”的概率.

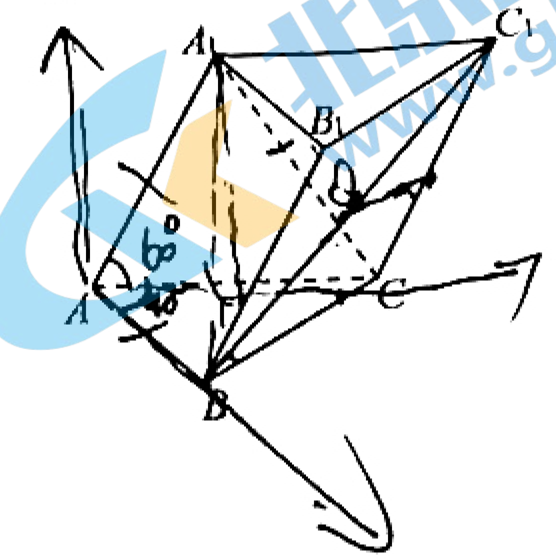
附表

$P(K^2\geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

（12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=AB=AA_1$，$\angle A_1AC=60^\circ$，$\angle BAC=90^\circ$，平面 $A_1C_1C\perp$ 平面 ABC．



（1）求证：$BC_1\perp CA_1$；

（2）求二面角 $A-CA_1-B$ 的余弦值．

（12 分）

已知函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{2}+\cos x$．

求证：

（1）$2xf'(x)>1-2x^2$；

（2）当 $x\in(0,\pi)$ 时，$f(x)$ 有且仅有 2 个零点．

1．（12 分）

已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率 $e=\dfrac{1}{2}$，且过点 $C(1,\dfrac{3}{2})$．

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）设 C 点关于 y 轴的对称点为 D，点 M 在直线 OD 上，过点 M 的直线 l 与 E 交于 A、B 两点，线段 AB 的中点为 N，若 $|AB|=2|CN|$，求点 M 的坐标．

）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho=2(\cos\theta+\sin\theta)$．

（1）求 C_1 和 C_2 的直角坐标方程；

（2）设 C_1 与 C_2 交于 P、Q 两点，求 $|OP|\cdot|OQ|$ 的值．

[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x-a|+|x+\dfrac{1}{a}|$．

（1）若 $a=1$，求不等式 $f(x)\leqslant 4$ 的解集；

（2）若存在 x_0，使得 $f(x_0)\leqslant 2$ 成立，求 a 的取值范围．

四川省2019级高中毕业班诊断性检测

理科数学参考答案及评分意见

一、选择题：本题共12个小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．B	2．A	3．D	4．A	5．D	6．A
7．C	8．C	9．B	10．B	11．D	12．D

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．$x-y+1=0$　　14．30　　15．$\dfrac{\sqrt{2}\pi}{3}$　　16．$\dfrac{1}{2}$

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共60分。

17．解：由①②$\Rightarrow$③……………………………………………………1分

由$b-\dfrac{\sqrt{2}}{2}c=a\cos C$可得$\sin B-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin C=\sin A\cos C$，……………………3分

即$\sin(A+C)-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin C=\sin A\cos C$，即$\cos A\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin C$……………………5分

即$\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，而$0<A<\pi$，所以$A=\dfrac{\pi}{4}$……………………………………7分

由$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=2$可得$bc=4\sqrt{2}$……………………………………10分

所以$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}=bc\cos A=4$……………………………………………12分

由①③$\Rightarrow$②……………………………………………………………1分

由$b-\dfrac{\sqrt{2}}{2}c=a\cos C$可得$\sin B-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin C=\sin A\cos C$，……………………3分

即$\sin(A+C)-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin C=\sin A\cos C$，即$\cos A\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin C$……………………5分

即$\cos A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，而$0<A<\pi$，所以$A=\dfrac{\pi}{4}$……………………………………7分

由$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}=4$可得$bc\cos A=4$，则$bc=4\sqrt{2}$……………………………10分

所以$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=2$……………………………………………12分

由②③$\Rightarrow$①……………………………………………………………1分

由$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}=4$可得$bc\cos A=4$……………………………………………3分

由$S_{\triangle ABC}=2$可得$\dfrac{1}{2}bc\sin A=2$，即$bc\sin A=4$……………………………………5分

所以 $\tan A=1$，又 $\cos A>0$，$0<A<\pi$，所以 $A=\frac{\pi}{4}$，即 $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……………………7 分

所以 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\sin A\cos C+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin C$ ……………………9 分

所以 $b=a\cos C-\frac{\sqrt{2}}{2}c$ ……………………………………………………………………11 分

即 $b-\frac{\sqrt{2}}{2}c=a\cos C$ ……………………………………………………………………12 分

18．解：（1）由题设 $K^2=\dfrac{2m(\frac{3}{25}m^2-\frac{8}{25}m^2)^2}{\frac{7}{5}m\cdot\frac{3}{5}m\cdot m\cdot m}=4.762$

得 $m=50$ ……………………………………………………………………………………3 分

完成 2×2 列联表如下：

	40 岁以下车主数	40 岁以上车主数	合计
满意	30	40	70
不满意	20	10	30
合计	50	50	100

……………………………………………………………………………………………………5 分

而，4.762>3.841

所以有 95%的把握认为车主对该 4S 店的售后服务评价与车主年龄有关……………………6 分

（2）由（1）知，表示不满意的车主 40 岁以下有 20 人，40 岁以上有 10 人．按分层抽样抽取 6 人，应从 40 岁以下的 20 人中抽取 $20\times\frac{1}{5}=4$ 人．从 40 岁以上的 10 人中抽取 $10\times\frac{1}{5}=2$ 人……………………………………………………………………………………9 分

设 A 表示事件“至少抽到两名 40 岁以下车主”

则 $P(A)=\dfrac{C_4^2\cdot C_2^1+C_4^3\cdot C_2^0}{C_6^3}=\dfrac{4}{5}$ ……………………………………12 分

19．解：（1）连 AC_1 与 A_1C 交于点 D ……………………………………………1 分

由已知平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 ABC

平面 $AA_1C_1C\cap$ 平面 $ABC=AC$

$BA\perp AC$，又 $BA\subset$ 平面 ABC，

$\therefore BA\perp$ 平面 AA_1C_1C ……………………………………………………………3 分

而 $CA_1\subset$ 平面 AA_1C_1C

$\therefore BA\perp CA_1$ ……………………………………………………………………………4 分

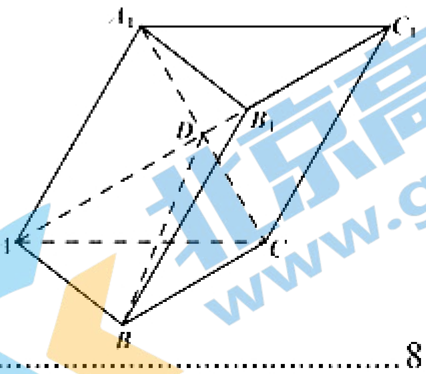
又由已知四边形 AA_1C_1C 为菱形

$\therefore CA_1\perp AC_1$ ……………………………………………………………………………4 分

则 $CA_1\perp$ 平面 ABC_1 ……………………………………………………………………5 分

又 $BC_1\subset$ 平面 ABC_1

故 $BC_1\perp CA_1$ ……………………………………………………………………………6 分



（2）**方法一**：如图连接 DB，由（1）知

$A_1C\perp$ 平面 ABC_1

$\therefore A_1C\perp AD$，$A_1C\perp BD$

且 $AD\subset$ 平面 ACA_1，$BD\subset$ 平面 BCA_1

$\therefore \angle ADB$ 是二面角 $A-CA_1-B$ 的平面角……………………8 分

不妨设 $AC=AB=2$，在 $\triangle ADB$ 中易得

$AD=\sqrt{3}$，$BD=\sqrt{7}$

$\therefore$ 由余弦定理得……………………11 分

故二面角 $A-CA_1-B$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$……………………12 分

方法二：过 A 作 $AP\perp$ 平面 ABC

$\because$ 平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 ABC

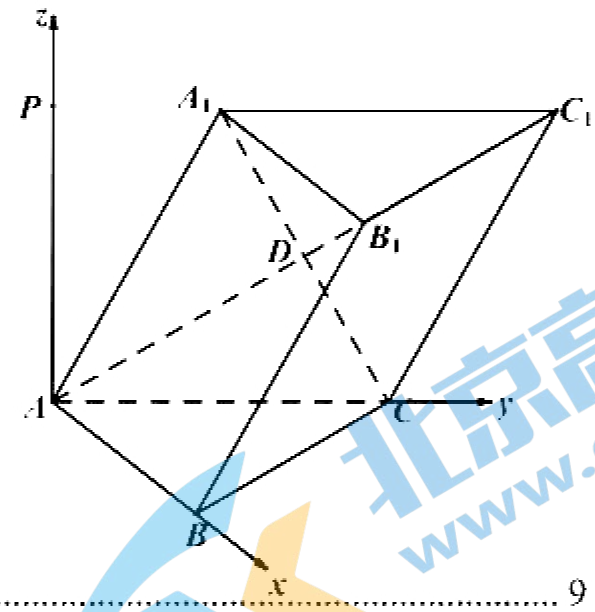
有 $AP\subset$ 平面 AA_1C_1C，且 $AP\perp AB$，$AP\perp AC$，又 $AB\perp AC$

以 AB、AC、AP 分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系……………………7 分

不妨设 $AC=AB=2$

$\therefore B(2,0,0)$，$C(0,2,0)$，$A(0,1,\sqrt{3})$

则 $\overrightarrow{BC}=(-2,2,0)$，$\overrightarrow{BA_1}=(-2,1,\sqrt{3})$……………………8 分



设平面 BCA_1 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$

$\therefore \overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{BC},\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{BA_1}$

则 $\begin{cases}-2x+2y=0\\-2x+y+3z=0\end{cases}$，得 $\begin{cases}x=1\\y=1\\z=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}$

$\therefore \overrightarrow{n_1}=(1,1,\dfrac{\sqrt{3}}{3})$……………………9 分

又 $AB\perp$ 平面 AA_1C

$\therefore$ 平面 AA_1C 的一个法向量为 $\overrightarrow{n_2}=\overrightarrow{AB}=(2,0,0)$……………………10 分

$\therefore \cos<\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}>=\dfrac{\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}}{|\overrightarrow{n_1}||\overrightarrow{n_2}|}=\dfrac{2}{\sqrt{\frac{7}{3}}\times 2}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$……………………11 分

故二面角 $A-CA_1-B$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{21}}{7}$……………………12 分

20.解：(1)由 $f(x)=\dfrac{\ln x}{2}+\cos x$ 知 $f'(x)=\dfrac{1}{2x}-\sin x$ ……………………1 分

欲证 $2xf'(x)>1-2x^2$，即证 $f'(x)>\dfrac{1}{2x}-x$，即证 $\sin x<x$ ……………………3 分

记 $g(x)=x-\sin x$，则 $g'(x)=1-\cos x$

当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$g'(x)\geq 0$，$g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

所以，当 $x\in(0,+\infty)$ 时，$g(x)>g(0)=0$，即 $x>\sin x$

所以，$2xf'(x)>1-2x^2$ ……………………4 分

(2)记 $\varphi(x)=f'(x)$，则 $\varphi'(x)=-\dfrac{1}{2x^2}-\cos x$

当 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$ 时，$\varphi'(x)<0$，$f'(x)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 上单调递减

$f'(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{\pi}-1<0$，$f'(\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{3}{\pi}-\dfrac{1}{2}>0$

则 $\exists\alpha\in(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2})$，使得 $f'(\alpha)=0$

故 $x\in(0,\alpha)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(0,\alpha)$ 上单调递增；$x\in(\alpha,\dfrac{\pi}{2})$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 在 $(\alpha,\dfrac{\pi}{2})$ 上单调递减.

$f(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\pi}{2}>0, f(\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}>0$，$f(e^{-4})=-2+\cos e^{-4}<0$

故 $\exists x_1\in(e^{-4},\dfrac{\pi}{6})$ 使得 $f(x_1)=0$ ……………………7 分

当 $x\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 时，$\varphi''(x)=\dfrac{1}{x^3}+\sin x>0$，$\varphi'(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{2},\pi)$ 上单调递增

而 $\varphi'(\dfrac{\pi}{2})<0,\varphi'(\pi)>0$，故 $\exists\beta\in(\dfrac{\pi}{2},\pi)$，使得 $\varphi'(\beta)=0$

即 $\varphi(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{2},\beta)$ 上递减，在 (β,π) 上递增

$\varphi(\dfrac{\pi}{2})<0,\varphi(\pi)>0$，$\varphi(\beta)<0$

故 $\exists\gamma\in(\beta,\pi)$，使得 $\varphi(\gamma)=0$

即 $f(x)$ 在 $(\dfrac{\pi}{2},\gamma)$ 上递减，在 (γ,π) 上递增

而 $f(\dfrac{\pi}{2})>0, f(\gamma)<f(\pi)<0$

故 $\exists x_2\in(\dfrac{\pi}{2},\gamma)$ 使得 $f(x_2)=0$ ……………………11 分

所以，当 $x\in(0,\pi)$ 时，$f(x)$ 有且仅有 2 个零点 ……………………12 分

21．解：（1）由已知 $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}=\frac{1}{2}$，得 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$ …① ……………………………………………………1 分

又 $\frac{1}{a^2}+\frac{3}{4b^2}=1$ …② ……………………………………………………………………………………2 分

由①②解得 $a^2=4$，$b^2=3$ ……………………………………………………………………3 分

故椭圆 E 的方程为：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ ……………………………………………………………………4 分

（2）由题设及 $|AB|=2|CN|$

得 $AC\perp BC$ …………………………………………………………………………………………………5 分

设过点 M 的直线 l 的方程为 $y=kx+m$（斜率存在），将其带入 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 并整理得

$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$

当 $\Delta=(8km)^2-4(3+4k^2)(4m^2-12)>0$ 时

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$

$\therefore x_1+x_2=-\frac{8km}{3+4k^2}$，$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$ ……………………………………………………7 分

继而可得

$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2m=\frac{6m}{3+4k^2}$

$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2=\frac{3m^2-12k^2}{3+4k^2}$

又 $\overrightarrow{CA}=(x_1-1,y_1-\frac{3}{2})$，$\overrightarrow{CB}=(x_2-1,y_2-\frac{3}{2})$

$\therefore \overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=(x_1-1)(x_2-1)+(y_1-\frac{3}{2})(y_2-\frac{3}{2})$

$=x_1x_2-(x_1+x_2)+y_1y_2-\frac{3}{2}(y_1+y_2)+\frac{13}{4}$

$=\frac{7m^2-12k^2+8km-9m-12}{3+4k^2}+\frac{13}{4}$

$=0$

整理得 $k^2+7m^2+8km-9m-\frac{9}{4}=0$ …(*) ……………………………………………………9 分

设 $M(t,-\frac{3}{2}t)$，将其带入 $y=kx+m$ 得 $m=-kt-\frac{3}{2}t$

又将 $m=-kt-\frac{3}{2}t$ 代入*式整理得

$(7t^2-8t+1)k^2+(21t^2-3t)k+\frac{9}{4}(7t^2+6t-1)=0$

即：$(t-1)(7t-1)k^2+3t(7t-1)k+\frac{9}{4}(t+1)(7t-1)=0$ ……………………………………10 分

对任意 k 恒成立的充要条件为

$7t-1=0$，即 $t=\dfrac{1}{7}$ …………………………………………11 分

$\therefore -\dfrac{3}{2}t=-\dfrac{3}{14}$

故点 M 的坐标为 $(\dfrac{1}{7},-\dfrac{3}{14})$ …………………………………………12 分

22．解：（1）C_1 的直角坐标方程为 $x-y-1=0$ …………………………………………2 分

由 $\rho=2(\cos\theta+\sin\theta)$

得 $\rho^2=2(\rho\cos\theta+\rho\sin\theta)$

$\therefore x^2+y^2=2x+2y$

即 C_2 的直角坐标方程为

$(x-1)^2+(y-1)^2=2$ …………………………………………5 分

（2）将 $y=x-1$ 代入 $x^2+y^2=2x+2y$ 整理得

$2x^2-6x+3=0$

设 $P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$

$\therefore x_1+x_2=3$，$x_1x_2=\dfrac{3}{2}$ …………………………………………7 分

而 $|OP||OQ|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2}$

$=\sqrt{2x_1+2y_1}\cdot\sqrt{2x_2+2y_2}$

$=2\sqrt{2x_1-1}\sqrt{2x_2-1}$

$=2\sqrt{4x_1x_2-2(x_1+x_2)+1}$

$=2$ …………………………………………10 分

23．解：（1）当 $a=1$ 时

$f(x)\le 4 \Leftrightarrow |x-1|+|x+1|\le 4 \Leftrightarrow \begin{cases}x<-1\\1-x-x-1\le 4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\le x\le 1\\1-x+x+1\le 4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x>1\\x-1+x+1\le 4\end{cases}$

$\Leftrightarrow -2\le x<-1$ 或 $-1\le x\le 1$ 或 $1<x\le 2$

$\Leftrightarrow -2\le x\le 2$ …………………………………………4 分

$\therefore f(x)\le 4$ 的解集为 $\{x|-2\le x\le 2\}$ …………………………………………5 分

（2）存在 x_0 使得 $f(x_0)\le 2$ 成立，等价于 $f(x)_{\min}\le 2$ …………………………………………6 分

而 $f(x)=|x-a|+|x+\dfrac{1}{a}|\ge|(x-a)-(x+\dfrac{1}{a})|=|a+\dfrac{1}{a}|$

当且仅当$(x-a)(x+\frac{1}{a})\le 0$时成立

$\therefore f(x)_{min}=|a+\frac{1}{a}|$ .... 8 分

则$|a+\frac{1}{a}|\le 2$

而$|a+\frac{1}{a}|=|a|+\frac{1}{|a|}\ge 2$

即$2\le|a+\frac{1}{a}|\le 2$

$\therefore |a+\frac{1}{a}|=2$ 得 $a=1$ 或 $a=-1$ .... 9 分

则 a 的取值范围为$\{-1,1\}$ .... 10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 " 精益求精、专业严谨 " 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。