2021 年江西省高三教学质量监测卷

文科数学

说明：1. 全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟.

2. 全卷分为试题卷和答题卡，答案要求写在答题卡上，不得在试题卷上作答，否则不给分.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

$x<-2$ $-1<x<3$ $-2\le x\le 2$

1. 设集合 $A=\{x|x^2>4\}$，$B=\{x|(x+1)(x-3)<0\}$，则 $(\complement_{R}A)\cap B=$

$x>2$

A. $\{x|-1<x<3\}$　　B. $\{x|-1<x\leq 2\}$

C. $\{x|-2\leq x<3\}$　　D. $\{x|-2\leq x<-1\}$

2. 设 i 为虚数单位，复数 $(1+2i)z=1-i$，则 z 的共轭复数 $\bar{z}$ 在复平面中对应的点在 ~~A~~B

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 已知 $a\in\mathbf{R}$，则“$a<0$”是“$a^2>a$”的 A

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

$a_1\cdot q^5=4$ $a_4=1$ $a_5=2$ $a_6=4$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，$a_6=4$，$a_3=\frac{1}{2}$，则公比 $q=$ C

$a_1\cdot q^2=\frac{1}{2}$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. -2　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$

$c>b$

5. 设 $a=\ln 2$，$b=(\sqrt{3})^{0.1}$，$c=(\sqrt{2})^{0.1}$，则下列关系中正确的是 B

~~A.~~ $b>a>c$　　B. $c>b>a$　　C. $c>a>b$　　~~D.~~ $b>c>a$

6. 某医院某科室有 5 名医护人员，其中有医生 2 名，护士 3 名. 现要抽调 2 人前往新冠肺炎疫情高风险地区进行支援，则抽调的 2 人中恰好为 1 名医生和 1 名护士的概率是 C

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

$a_{13}=0$

7. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1>0$，$S_9=S_{16}$，当 $S_n=0$ 时，则 $n=$ D

A. 13　　B. 12　　C. 24　　D. 25

8. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{b}|=2\sqrt{2}|\boldsymbol{a}|$，且 $\boldsymbol{a}\perp(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，则向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角 $\theta=$ D

A. $\frac{3\pi}{4}$　　B. $\frac{2\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

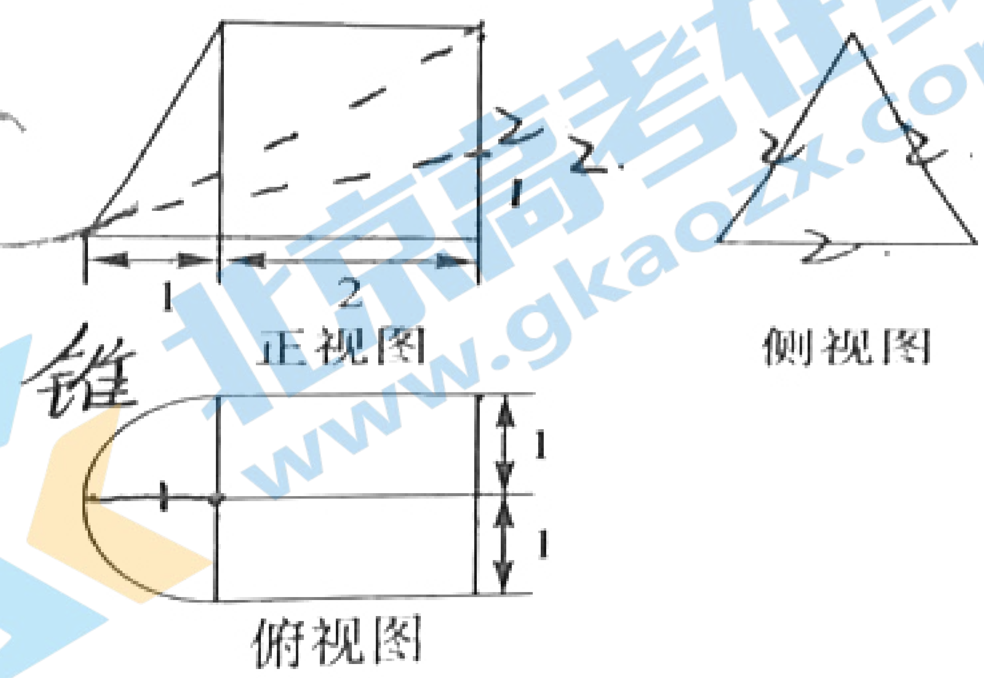
$(0,0)$　　OA，OB 夹角 120°

9. 已知直线 $l: x-2ky+1=0$ 与 $\odot O: x^2+y^2=1$ 相交于 A,B 两点，且 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\frac{1}{2}$，则 $k=$ B

A. 1　　B. ± 1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 如图是某几何体的三视图，其侧视图为等边三角形，则该几何体(含表面)内任意两点间的最大距离为

BD



A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{10}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $\sqrt{13}$

1-0=1

11. 函数 $f(x)=\dfrac{\cos x-x^2}{e^x}$ 的图象大致为 BB

~~A~~　　B　　~~C~~　　~~D~~

12. 设 F_1,F_2 为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两个焦点，点 P 是双曲线 C 上一点，若右焦点 $F_2(2,0)$，$|PF_1|+|PF_2|=4a$，且一条渐近线与圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 相切，则 $\triangle PF_1F_2$ 的最小内角的余弦值为

cos　　A

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$　　D. $\dfrac{4\sqrt{3}}{11}$

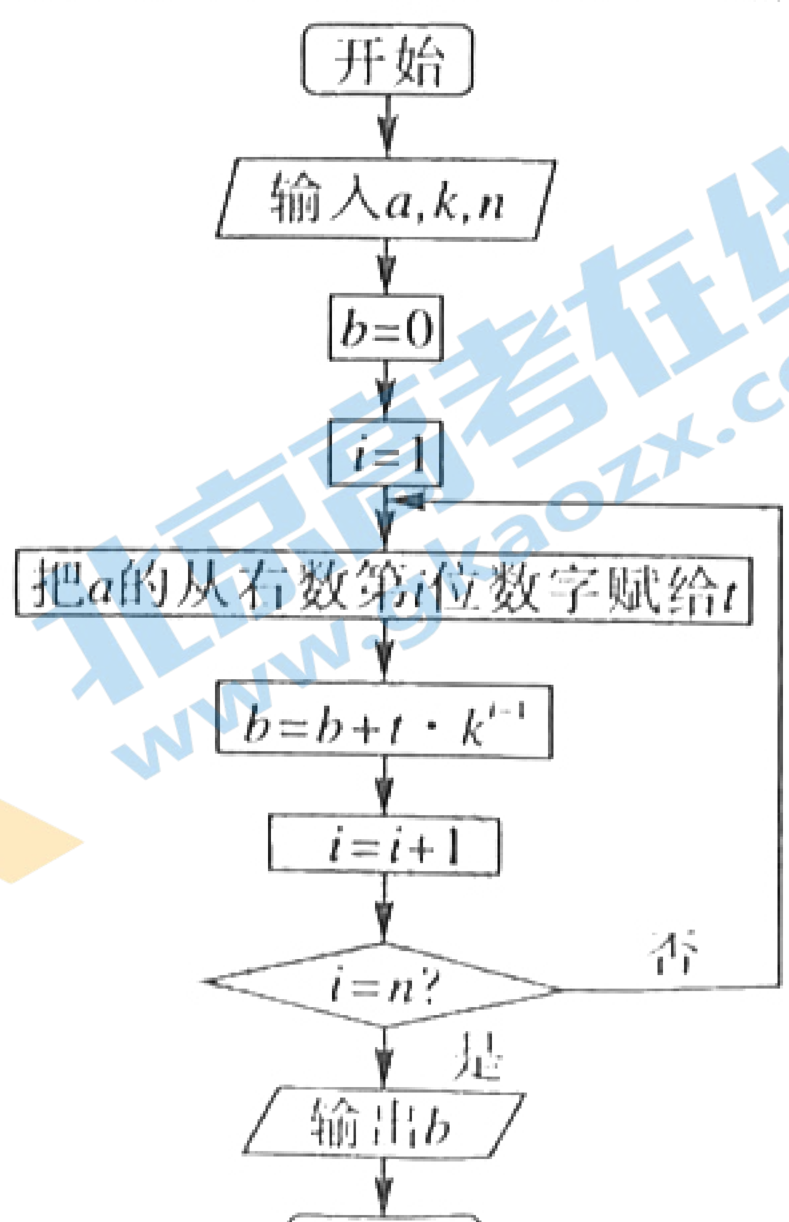
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

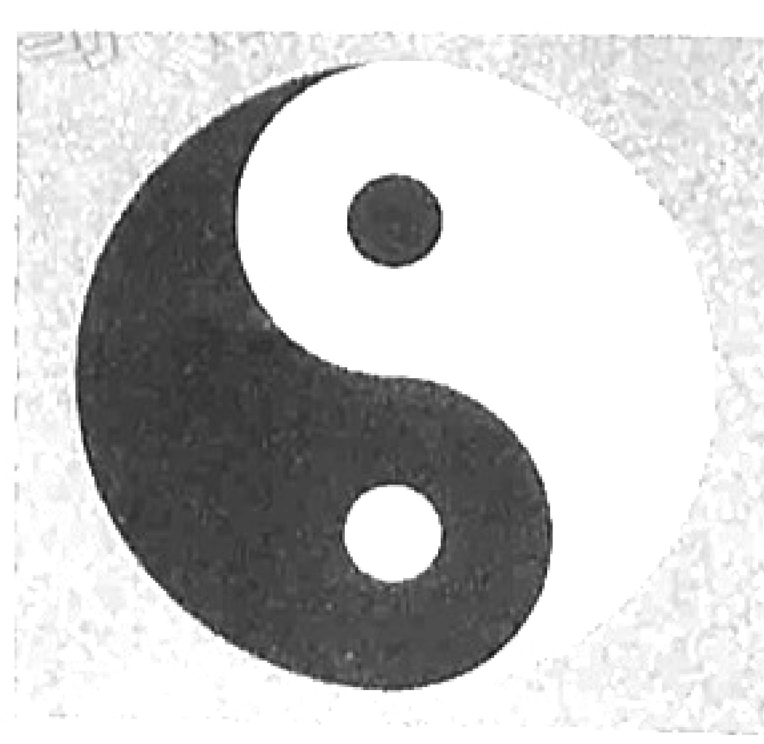
13. 已知函数 $f(x)=x^2-2\ln x$，则 $f(x)$ 在 $[1,e]$ 上的最大值是 e^2-2.

14. 已知 x,y 满足 $\begin{cases} y\geqslant x, \\ x+y\leqslant 2, \\ x\geqslant a, \end{cases}$ 且 $z=2x+y$ 的最大值是最小值的 2 倍，则满足条件的可行域的面积是 2 .

$y\geqslant a$

15. 中国的太极图是由黑白两个鱼形图案拼成的一个完整的圆形，喻示着阴阳相互转化又相互对立的基本道理，是反映我国传统哲学中辩证思想的一种象征性符号. 若阴表示数字 1，阳表示数字 0，这蕴含了二进制的思想. 图中的程序框图的算法思路就源于我国古代的哲学辩证思想. 执行该程序框图，若输入 $a=10\ 101\ 011$，$k=2$，$n=8$，则输出的 $b=$______.





16. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\begin{cases}\dfrac{a_{n-1}}{2}, a_{n-1}\text{是偶数},\\ 3a_{n-1}-1, a_{n-1}\text{是奇数},\end{cases}$ 若 $a_1=26$，则数列$\{a_n\}$的前 17 项的和是__________.

517

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共 60 分.

17.(12 分)

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a,b,c 且 $\cos B=\dfrac{1}{2}$.

$60°$

(1)若 $b=5$，$a+c=6$，求△ABC 的面积；

$\frac{1}{2}ac\sin B$

$(a+c)^2=36$

(2)若 $\sin A-\sin C=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求角 A 的大小.

$a^2+c^2+2ac=36$,

$a^2+c^2=36-2ac$

18.(12 分)

某公司对某产品作市场调研，获得了该产品的定价 x(单位：万元/吨)和一天销售量 y(单位：吨)的一组数据，制作了如下的数据统计表，并作出了散点图.

$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	$\sum_{i=1}^{10} x_i^2$	$\sum_{i=1}^{10} z_i^2$	$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i$	$\sum_{i=1}^{10} z_i y_i$
0.33	10	3	0.164	100	68	350

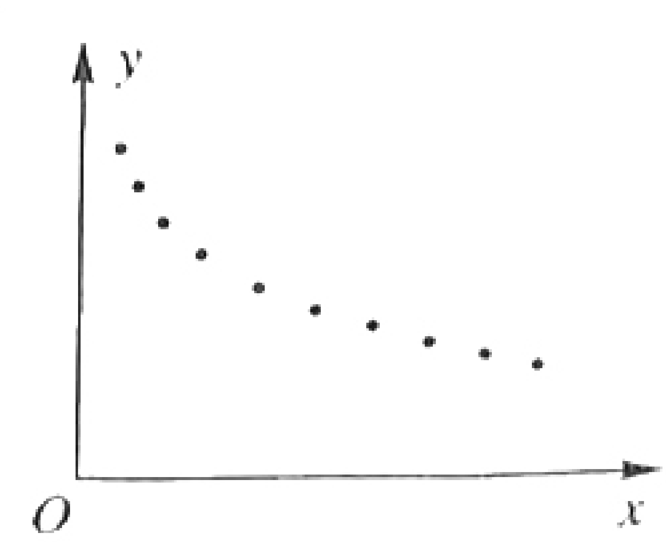
表中 $z=\dfrac{1}{x}$，$\sqrt{0.2}\approx 0.45$，$\sqrt{4.8}\approx 2.19$.

(1)根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+k\cdot x^{-1}$ 哪一个更适合作为 y 关于 x 的回归方程；(给出判断即可，不必说明理由)

(2)根据(1)的判断结果，试建立 y 关于 x 的回归方程；

(3)若生产 1 吨该产品的成本为 0.20 万元，依据(2)的回归方程，预计定价为多少时，该产品一天的利润最大，并求此时的月利润.(每月按 30 天计算，计算结果保留两位小数)

(参考公式：回归方程 $y=bx+a$，其中 $b=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$，$a=\bar{y}-b\bar{x}$)



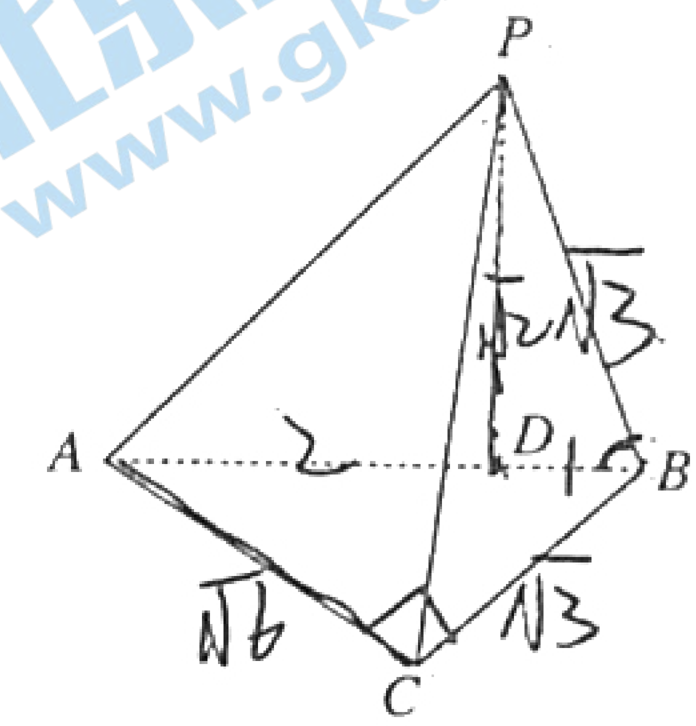
19. (12 分)

如图,在三棱锥 $P\text{-}ABC$ 中,点 D 为线段 AB 上的一点,且 $AD=2DB$,$PD\perp AC$,

$AB=\sqrt{3}BC=\sqrt{3}PB=3$,$\cos\angle PBD=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(1)求证:$PD\perp$ 平面 ABC;

(2)若 $\angle ACB=90°$,求点 B 到平面 PAC 的距离.



20. (12 分)

$e=\frac{c}{a}$

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$,且椭圆过点 $P(\sqrt{3},\frac{1}{2})$.

(1)求椭圆 C 的方程;

(2)过点 $P(\sqrt{3},\frac{1}{2})$ 分别作两直线 PA,PB 交椭圆 C 于不同的两点 A,B,若直线 PA,PB 关于直线 $x=\sqrt{3}$ 对称,求直线 AB 的斜率.

21. (12 分)

已知函数 $f(x)=ae^x-\ln x+\ln a$.

(1)当函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线斜率为 2 时,求实数 a 的值;

(2)当 $x>1$ 时,$f(x)>0$ 恒成立,求实数 a 的取值范围.

(二)选考题:共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做,则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

在直角坐标系 xOy 中,以坐标原点为极点,x 轴正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho=5\cos\theta(\rho>0)$,点 A 为曲线 C_1 上的一动点,点 B 在射线 OA 上,且满足 $|OA|\cdot|OB|=15$.

(1)求点 B 的轨迹 C_2 的直角坐标方程;

(2)若 C_2 与 x 轴交于点 D,过点 D 且倾斜角为 $\frac{2\pi}{3}$ 的直线 l 与 C_1 相交于 M,N 两点,求 $||DM|-|DN||$ 的值.

23. [选修 4-5:不等式选讲](10 分)

设 $a>0$,$b>0$,且 $a+b=2ab$.

(1)若不等式 $|x+1|+2|x|\leq a+b$ 恒成立,求实数 x 的取值范围;

(2)当实数 a,b 满足什么条件时,$a-b+\frac{3b}{a}$ 取得最小值,并求出最小值.

2021年江西省高三教学质量检测卷

文科数学参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.

1. B

【解析】$\because \complement_{R}A=\{x\mid -2\le x\le 2\}$，$B=\{x\mid -1<x<3\}$，$\therefore (\complement_{R}A)\cap B=\{x\mid -1<x\le 2\}$.

2.B

【解析】$\because z=\dfrac{1-i}{1+2i}=\dfrac{(1-i)(1-2i)}{(1-2i)(1+2i)}=\dfrac{-1-3i}{1+4}=-\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$，$\therefore z$的共轭复数为$-\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$，

$\therefore$ 对应点为$(-\dfrac{1}{5},\dfrac{3}{5})$，在第二象限.

3.A

【解析】$\because$ 当“$a<0$”成立时，$a^2-a=a(a-1)>0$，$\therefore$“$a^2>a$”成立，即

“$a<0$”$\Rightarrow$“$a^2>a$”为真命题.而当“$a^2>a$” 成立时，$a^2-a=a(a-1)>0$，即$a>1$或

$a<0$，$\therefore a<0$不一定成立，即“$a<0$”是“$a^2>a$”的充分不必要条件.

4.C

【解析】$\because a_6=a_3\cdot q^3$，$\therefore 4=\dfrac{1}{2}\cdot q^3$，$\therefore q=2$.

5.D

【解析】$\because a=\ln 2<\ln e=1$，$b=(\sqrt{3})^{0.1}>(\sqrt{2})^{0.1}=c>(\sqrt{2})^{0}=1$，$\therefore b>c>a$.

6.C

【解析】5名医护人员抽调2人的情况由列举法得出10种不同结果，其中恰好为1名医生和1名护士的不同结果有6种，故所求概率为$\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$.

7.D

【解析】

$\because S_9=S_{16}$，$\therefore a_{10}+a_{11}+a_{12}+\cdots+a_{16}=0$.$\therefore a_{13}=0$，$S_{25}=\dfrac{25(a_1+a_{25})}{2}=25a_{13}=0$，$\therefore n=25$.

8. D

【解析】∵ $\vec{a}\perp(2\vec{a}-\vec{b})$, ∴ $\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=0$, ∴ $2(\vec{a})^2=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\theta$,

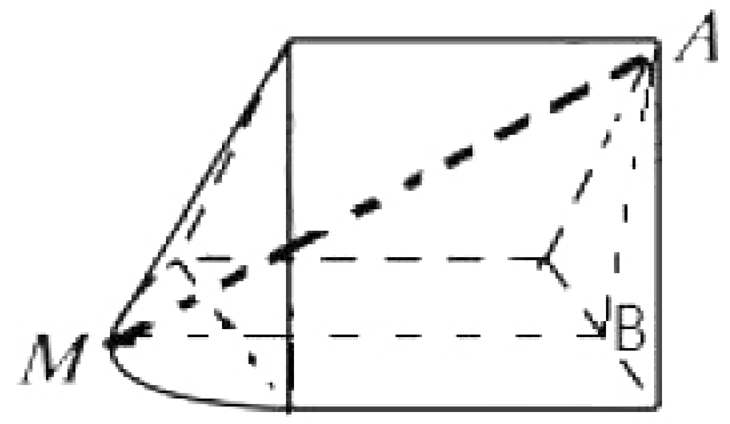
∴ $\cos\theta=\dfrac{2|\vec{a}|^2}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. ∵ $0\le\theta\le\pi$, ∴ $\theta=\dfrac{\pi}{4}$.

9. D

【解析】∵ ⊙O 的半径为 1，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-\dfrac{1}{2}$，得 $\cos\angle AOB=-\dfrac{1}{2}$，$\angle AOB=\dfrac{2}{3}\pi$，∴圆心到直线 AB 的距离为 $\dfrac{1}{2}$，则 $\dfrac{1}{\sqrt{1+4k^2}}=\dfrac{1}{2}$， $k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

10. C

【解析】由三视图可知，该几何体由一个半圆锥和一个三棱柱组合而成，如图所示，其中半圆锥的底面半径为 1，三棱柱的侧面是边长为 2 的正方形，底面是边长为 2 的正三角形，则该几何体（含表面）内任意两点间的最大距离为 MA，故 $MA=\sqrt{(1+2)^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$.



11.B

【解析】由 $f(-x)=\dfrac{\cos x-x^2}{e^{-x}}\ne f(x)$ 知，$f(x)$的图象不关于 y 轴对称，排除选项 A，C. 又∵当$x\to+\infty$时，$f(x)<0$，排除选项 D.

12.C

【解析】在双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$中，$c=2$，且 $bx-ay=0$ 是一条双曲线的渐近线.又∵ $bx-ay=0$ 与圆$(x-2)^2+y^2=1$ 相切，∴圆心(2，0)到直线 $bx-ay=0$ 的距离 $d=1$，则 $\dfrac{|2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$，即 $\dfrac{|2b|}{c}=1$，$b=1$，从而 $a=\sqrt{c^2-b^2}=\sqrt{3}$.∵ $|PF_1|+|PF_2|=4a=4\sqrt{3}$ ，

不妨设点 P 是双曲线右支上的一点，由双曲线的定义可知，$|PF_1|-|PF_2|=2a=2\sqrt{3}$ ，

∴ $|F_1F_2|=2c=4$，$|PF_1|=3a=3\sqrt{3}$，$|PF_2|=a=\sqrt{3}$，则△PF_1F_2的最小内角为$\angle PF_1F_2$，

由余弦定理可得，$|PF_2|^2=|F_1F_2|^2+|PF_1|^2-2|F_1F_2||PF_1|\cos\angle PF_1F_2$，

$\therefore \cos\angle PF_1F_2=\frac{5}{9}\sqrt{3}$.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. e^2-2

【解析】由题意可知，$x\in[1,\ e]$，

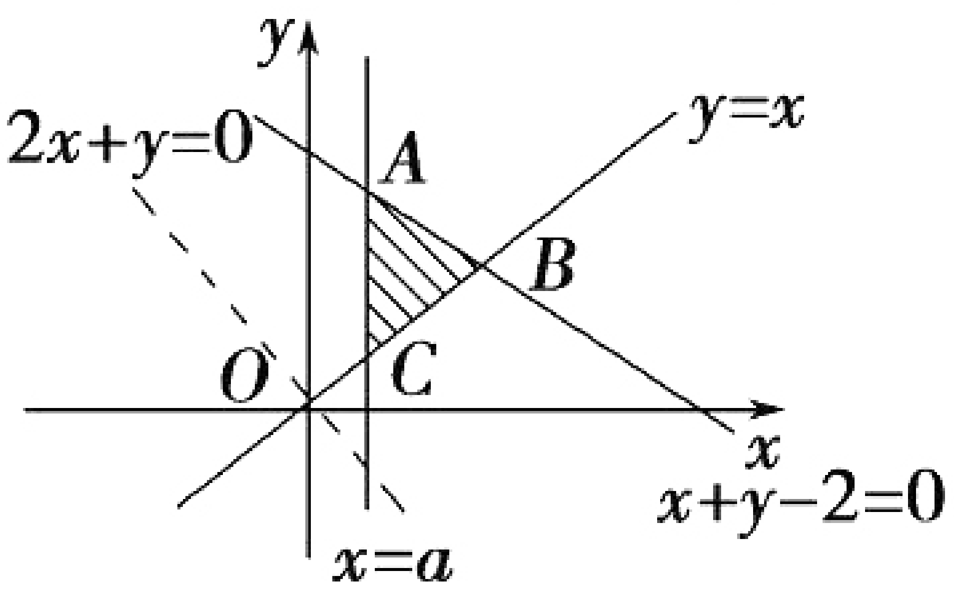
$\because f(x)=x^2-2\ln x$，$\therefore f'(x)=2x-\frac{2}{x}=\frac{2x^2-2}{x}=\frac{2(x-1)(x+1)}{x}$.

当 $x\in[1,\ e]$ 时，$f'(x)\geq 0$，

$\therefore$ 函数 $f(x)$ 在区间 $[1,\ e]$ 上单调递增，则 $f(x)_{\max}=f(e)=e^2-2$.

14. $\frac{1}{4}$

【解析】先画出 x，y 满足 $\begin{cases}y\geq x,\\ x+y\leq 2,\\ x\geq a\end{cases}$ 的可行域如图所示.由 $\begin{cases}y=x,\\ x+y=2,\end{cases}$ 得 $B(1,\ 1)$.



由 $\begin{cases}x=a,\\ y=x,\end{cases}$ 得 $C(a,\ a)$，平移直线 $2x+y=0$，当直线过点 $C(a,\ a)$ 时，目标函数 $z=2x+y$ 有最小值，且 $z_{\min}=3a$；当直线过点 $B(1,\ 1)$ 时，目标函数 $z=2x+y$ 有最大值，且 $z_{\max}=3$.
依题意，得 $3=2\times 3a$，则 $a=\frac{1}{2}$，得 $A(\frac{1}{2},\frac{3}{2})$，可行域的面积为

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|y_A-y_C|\cdot|x_B-x_C|=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

15. 43

【解析】按照程序框图执行，b 依次为 0，1，3，3，11，11，43，43.当 $b=43$ 时，$i=7+1=8$，跳出循环，故输出 $b=43$.

16.306

【解析】$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=\begin{cases}\frac{a_{n-1}}{2},\ a_{n-1}\text{是偶数},\\ 3a_{n-1}-1,\ a_{n-1}\text{是奇数},\end{cases}$ $a_1=26$，$\therefore a_2=\frac{1}{2}a_1=13$，

$a_3=3a_2-1=3\times13-1=38$，$a_4=\frac{1}{2}a_3=19$，$a_5=3a_4-1=56$，$a_6=\frac{1}{2}a_5=28$，$a_7=\frac{1}{2}a_6=14$，

$a_8=\frac{1}{2}a_7=7$，$a_9=3a_8-1=20$，$a_{10}=\frac{1}{2}a_9=10$，$a_{11}=\frac{1}{2}a_{10}=5$，$a_{12}=3a_{11}-1=14$，

$a_{13}=\frac{1}{2}a_{12}=7$，$a_{14}=3a_{13}-1=20$，$a_{15}=\frac{1}{2}a_{14}=10$，$a_{16}=\frac{1}{2}a_{15}=5$，

$a_{17}=3a_{16}-1=14$，$\cdots$.

可得此数列从第 7 项开始为周期数列，周期为 5.

则数列$\{a_n\}$的前 17 项的和为

$(a_1+a_2+\cdots+a_6)+2(a_7+a_8+\cdots+a_{11})+a_{17}$

$=(26+13+38+19+56+28)+2\times(14+7+20+10+5)+14$

$=180+2\times56+14=306$.故答案为 306.

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17～21 题为必考题，每个试题考生必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.（12 分）

解:（1）由余弦定理，得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=(a+c)^2-3ac$，

$\therefore 25=36-3ac$，$ac=\frac{11}{3}$，……………………………………………………**4 分**

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{11\sqrt{3}}{12}$. ……………………………………………**6 分**

（2）$\because \cos B=\frac{1}{2}$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$，$A+C=\frac{2\pi}{3}$，

$\therefore \sin A-\sin C=\sin A-\sin(\frac{2\pi}{3}-A)=\sin A-(\sin\frac{2\pi}{3}\cos A-\cos\frac{2\pi}{3}\sin A)=\frac{1}{2}\sin A-\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A$

$=\sin(A-\frac{\pi}{3})=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\because 0<A<\frac{2\pi}{3}$，$\therefore A=\frac{7\pi}{12}$. ……………………………………………………**12 分**

18.（12 分）

解:（1）根据散点图知$y=c+k\cdot x^{-1}$更适合作为y关于x的回归方程. ………………**2 分**

（2）令$z=\frac{1}{x}$，则$y=c+k\cdot z$，

则 $k=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{10} z_i y_i-10\overline{z}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{10} z_i^2-10\overline{z}^2}=\dfrac{350-10\times10\times3}{100-10\times3^2}=5,$ ……………………………………5 分

$c=\overline{y}-k\cdot\overline{z}=-5, y=-5+\dfrac{5}{x}$，∴$y$ 关于 x 的回归方程为 $y=-5+\dfrac{5}{x}$. ……………7 分

(3) 一天利润为 $T=y\cdot(x-0.20)=\left(\dfrac{5}{x}-5\right)(x-0.2)=6-5\left(x+\dfrac{0.2}{x}\right)\le 6-10\sqrt{0.2}\approx 1.5.$

（当且仅当 $x=\dfrac{0.2}{x}$ 即 $x=0.45$ 时取等号）……………………………………10 分

∴每月的利润为 $30\times1.5=45.00$（万元）. ……………………………………11 分

∴预计定价为 0.45 万元/吨时，该产品一天的利润最大，此时的月利润为 45.00 万元.12 分

19.（12 分）

(1) 证明：由已知可得 $AB=3$，$BC=\sqrt{3}$，$PB=\sqrt{3}$，$BD=1$，$AD=2$.

在△PBD 中，由余弦定理得 $PD=\sqrt{2}$，……………………………………2 分

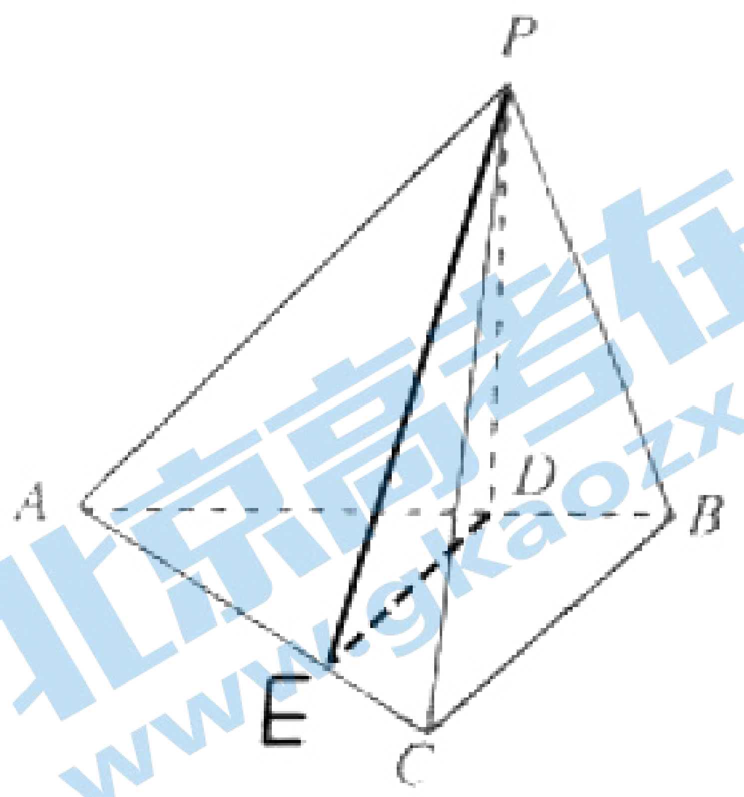
$\therefore PD^2+BD^2=PB^2$，……………………………………………………3 分

$\therefore PD\perp BD, \therefore PD\perp AB.$

又 $\because PD\perp AC$，$AB\cap AC=A, \therefore PD\perp$ 平面 ABC. ……………………6 分

(2) 解：$\because \angle ACB=90^\circ, \therefore AC=\sqrt{6}$. ……………………………………7 分

过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E，连接 PE，$\therefore PE\perp AC$，



$\therefore DE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$PE=\dfrac{\sqrt{30}}{3}$，$\therefore S_{\Delta PAC}=\sqrt{5}$，$S_{\Delta ABC}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. ……………………………10 分

设点B到平面PAC的距离为d，

由$V_{B-PAC}=V_{P-ABC}$，$\therefore \dfrac{1}{3}S_{\Delta PAC}\times d=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}\times PD$，$\therefore d=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.

故点B到平面PAC的距离为$\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$.……………………………………………………12 分

20.（12 分）

解：（1）由题可知$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\\ \dfrac{3}{a^2}+\dfrac{1}{4b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$ $\therefore \begin{cases}a=2,\\ b=1,\end{cases}$ ∴椭圆的方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$.…………4 分

(2)由题意知直线 PA，PB 的斜率存在，可设直线 PA 的方程为 $y-\dfrac{1}{2}=k_1(x-\sqrt{3})$，

联立方程组可得$\begin{cases}y-\dfrac{1}{2}=k_1(x-\sqrt{3}),\\ x^2+4y^2=4,\end{cases}$

化简，得$(1+4k_1^2)x^2+4k_1(1-2\sqrt{3}k_1)x+12k_1^2-4\sqrt{3}k_1-3=0$. ………………………6 分

设$A(x_A，y_A)$，$\therefore x_P\cdot x_A=\sqrt{3}x_A=\dfrac{12k_1^2-4\sqrt{3}k_1-3}{4k_1^2+1}$，$\therefore x_A=\dfrac{4\sqrt{3}k_1^2-4k_1-\sqrt{3}}{4k_1^2+1}$.

∵直线 PA，PB 关于直线 $x=\sqrt{3}$ 对称，$\therefore k_1+k_{PB}=0$，$\therefore k_{PB}=-k_1$. ……………………8 分

设直线 PB 的方程为 $y-\dfrac{1}{2}=-k_1(x-\sqrt{3})$，同理可得 $x_B=\dfrac{4\sqrt{3}k_1^2+4k_1-\sqrt{3}}{4k_1^2+1}$. ………9 分

$\therefore x_A+x_B=\dfrac{8\sqrt{3}k_1^2-2\sqrt{3}}{4k_1^2+1}$，$x_A-x_B=\dfrac{-8k_1}{4k_1^2+1}$，

$\therefore y_A-y_B=k_1(x_A+x_B)-2\sqrt{3}k_1=-\dfrac{4\sqrt{3}k_1}{4k_1^2+1}$，

$\therefore k_{AB}=\dfrac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，∴直线 AB 的斜率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. ………………………………………12 分

21.（12 分）

解：（1）$\because f(x)=ae^x-\ln x+\ln a(x>0，a>0)$,$\therefore f'(x)=ae^x-\dfrac{1}{x}$ ………2 分

$\because f'(2)=2,\therefore ae^2-\dfrac{1}{2}=2,\therefore a=\dfrac{5}{2e^2}$. ………………………………………………………………5 分

（2）$\because f(x)=ae^x-\ln x+\ln a$，$f(x)>0$对任意$x>1$恒成立，

$\therefore f'(x)=ae^x-\dfrac{1}{x}$，$f''(x)=ae^x+\dfrac{1}{x^2}>0$，$\therefore f'(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增.

又 $f'(1)=ae-1$，………………………………………………………………………7 分

①若 $a\geq\dfrac{1}{e}$，则 $f'(1)\geq 0$，$\therefore f'(x)>0$ 恒成立，

$\therefore f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，$f(1)=ae+\ln a$.

令 $g(a)=ea+\ln a\ (a>0)$，$g'(a)=e+\dfrac{1}{a}>0$，$\therefore g(a)$ 为单调递增函数，

$\therefore f(1)=ae+\ln a=g(a)\geq g(\dfrac{1}{e})=1-1=0$，$f(x)>0$ 恒成立，符合题意. ……9 分

②若 $0<a<\dfrac{1}{e}$，则 $f'(1)<0$，当 $x>\sqrt{\dfrac{1}{ae}}$ 时，

$$\because f'(x)>ae^{\sqrt{\frac{1}{ae}}}-\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{ae}}}=ae^{\frac{1}{\sqrt{ae}}}-\sqrt{ae}>a\cdot e\frac{1}{\sqrt{ae}}-\sqrt{ae}=0,$$

$\therefore \exists x_0\in\left(1,\sqrt{\dfrac{1}{ae}}\right)$使得 $f'(x_0)=0$，则 $f(x)$ 在 $(1,\ x_0)$ 上单调递减.

又 $f(1)=ae+\ln a=g(a)<g(\dfrac{1}{e})=1-1=0$，$\therefore f(x_0)<0$，不符合题意，舍去. …11 分

综上所述，$a\geq\dfrac{1}{e}$.…………………………………………………………………12 分

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答.如果多做，则按所做第一题计分.

22.（10 分）

解：（1）设点 B 的极坐标为 $(\rho,\ \theta)(\rho>0)$，点 A 的极坐标为 $(\rho_1,\ \theta)(\rho_1>0)$，

由题设知 $|OA|=\rho_1=5\cos\theta,|OB|=\rho$，$\therefore 5\rho\cos\theta=15$，…………………………3 分

即 C_2 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=3(\rho>0)$，$\therefore C_2$ 的直角坐标方程为 $x=3$. …………5 分

（2）$\because$交点 $D(3,0)$，$\therefore$直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 3-\dfrac{1}{2}t, \\ y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），

曲线 C_1 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-5x=0(x\neq 0)$，

代入，得 $t^2-\dfrac{1}{2}t-6=0$，$\Delta=\dfrac{1}{4}+24>0$. ……………………………………………………8 分

设方程的两根为 t_1，t_2，则 t_1，t_2 分别是点 M，N 对应的参数，且 $t_1 \cdot t_2<0$，

$\therefore ||DM|-|DN||=|t_1+t_2|=\dfrac{1}{2}$. ……………………………………………………………10 分

23.（10 分）

解：（1）由 $a>0$，$b>0$，$a+b=2ab$，得

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=2$，$a+b=\dfrac{1}{2}(a+b)\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)\geq\dfrac{1}{2}\times 4=2$.

当且仅当 $a=b=1$ 时"="成立. ……………………………………………………………2 分

不等式 $|x+1|+2|x|\leq a+b$ 恒成立，即为 $|x+1|+2|x|\leq 2$.

当 $x<-1$ 时，不等式可化为 $-x-1-2x\leq 2$，解得 $x\geq -1$，此时 $x\in\varnothing$；

当 $-1\leq x\leq 0$ 时，不等式可化为 $x+1-2x\leq 2$，解得 $x\geq -1$，此时 $-1\leq x\leq 0$；

当 $x>0$ 时，不等式可化为 $x+1+2x\leq 2$，得 $x\leq\dfrac{1}{3}$，此时 $0<x\leq\dfrac{1}{3}$. ………………4 分

综上，实数 x 的取值范围是 $\left\{x\,\middle|\,-1\leq x\leq\dfrac{1}{3}\right\}$. ……………………………………………5 分

（2）由 $a>0$，$b>0$，$a+b=2ab\Rightarrow b=\dfrac{a}{2a-1}$，代入得

$a-b+\dfrac{3b}{a}=a-\dfrac{a}{2a-1}+\dfrac{3}{2a-1}=\dfrac{2a^2-2a+3}{2a-1}=a-\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{4a-2}=\dfrac{1}{4}(4a-2)+\dfrac{5}{4a-2}$.

……………………………………………………………………………………………………8 分

当 $4a-2>0$，即 $a>\dfrac{1}{2}$ 时，$a-b+\dfrac{3b}{a}=\dfrac{1}{4}(4a-2)+\dfrac{5}{4a-2}\geq\sqrt{5}$，

当且仅当 $a=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，$b=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{5}}{10}$ 时，$a-b+\dfrac{3b}{a}$ 有最小值 $\sqrt{5}$. ………………10分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。