秘密★启用前使用完毕前【考试时间：2022年3月22日下午15:00-17:00】

南充市高2022届高考适应性考试（二诊）
理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．复数 $z=(1+\sqrt{2}i)(\sqrt{2}-i)$，则 $|z|=$（　　）

A．4　　B．$2\sqrt{3}$　　C．3　　D．$2\sqrt{2}$

2．已知集合 $M=\{x|-2\le x<3\}$，$N=\{x|\ln x<1\}$，则 $M\cap C_R N=$（　　）

A．$[-2,0]$　　B．$[-2,e)$　　C．$[-2,e]$　　D．$(e,3]$

3．设 x，y 都是实数，则“$x>2$ 且 $y>3$”是“$x+y>5$ 且 $xy>6$”的（　　）条件

A．充分非必要　　B．必要非充分

C．充要　　D．既非充分也非必要

4．在 $Rt\triangle ABC$ 中，两直角边 $AB=6$，$AC=4$，点 E，F 分别是 AB，AC 的中点，则 $(\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{CE})\cdot\overrightarrow{BC}=$（　　）

A．-10　　B．-20　　C．10　　D．20

5．设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，满足 $a_1<0$，$S_9=S_{16}$，则（　　）

A．$d<0$　　B．S_n 的最小值为 S_{25}

C．$a_{13}=0$　　D．满足 $S_n>0$ 的最大自然数 n 的值为25

6．若双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一条渐近线被圆 $(x-2)^2+y^2=4$ 所截得的弦长为2，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

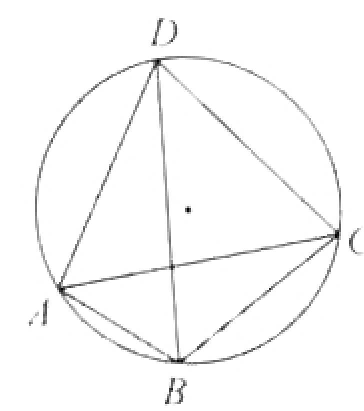
7. 我国数学家张益唐在“孪生素数”研究方面取得突破性进展，孪生素数也称为孪生质数，就是指两个相差2的素数，例如5和7。在大于3且不超过30的素数中，随机选取2个不同的数，恰好是一组孪生素数的概率为（　　）

A．$\frac{3}{56}$　　B．$\frac{3}{28}$　　C．$\frac{1}{7}$　　D．$\frac{3}{14}$

8. 已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左焦点为 F，过点 F 的直线 $x-y+\sqrt{2}=0$ 与椭圆 C 相交于不同的两点 A，B．若 P 为线段 AB 的中点，O 为坐标原点，直线 OP 的斜率为 $-\frac{1}{2}$，则椭圆 C 的方程为（　　）

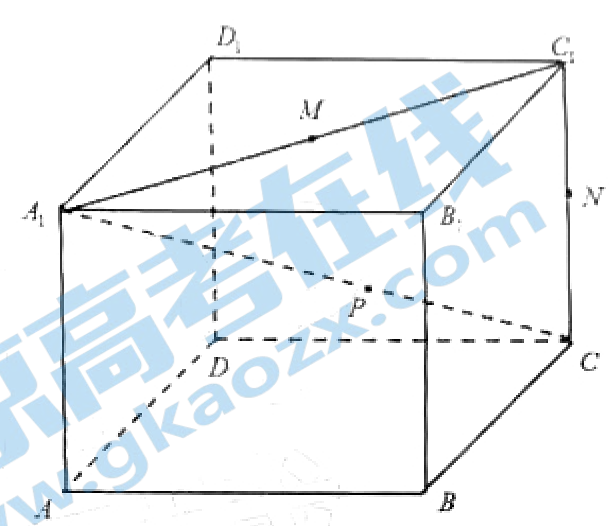
A．$\frac{x^2}{3}+y^2=1$　　B．$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$　　C．$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$　　D．$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{3}=1$

9. 托勒密是古希腊天文学家、地理学家、数学家，托勒密定理就是由其名字命名，该定理指出：圆的内接凸四边形两对对边乘积的和等于两条对角线的乘积.已知四边形 $ABCD$ 的四个顶点在同一个圆的圆周上，AC，BD 是其两条对角线，$BD=12$，且 $\triangle ACD$ 为正三角形，则四边形 $ABCD$ 的面积为（　　）



A．$9\sqrt{3}$　　B．$18\sqrt{3}$　　C．$24\sqrt{3}$　　D．$36\sqrt{3}$

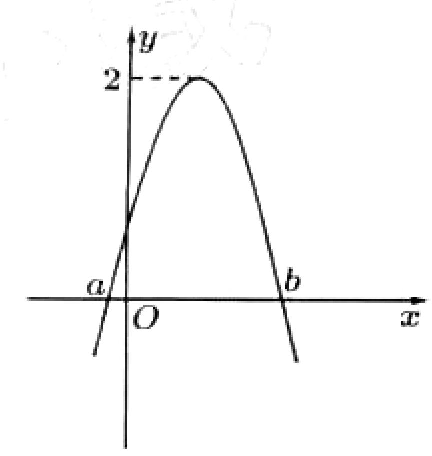
10. 如图，棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 为线段 A_1C 上的动点，点 M,N 分别为线段 A_1C_1,CC_1 的中点，则下列说法错误的是（　　）



A．$A_1P\perp BC_1$　　B．三棱锥 $P-B_1NM$ 的体积为定值

C．$\angle APD_1\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right]$　　D．$AP+D_1P$ 的最小值为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

11. 函数 $f(x)=A\sin(2x+\theta)$（$|\theta|\le\frac{\pi}{2}$，$A>0$）的部分图像如图所示，且 $f(a)=f(b)=0$，对不同的 x_1，$x_2\in[a,b]$，若 $f(x_1)=f(x_2)$，有 $f(x_1+x_2)=\sqrt{3}$，则（　　）



A．$f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{12},\frac{7\pi}{12}\right)$ 上单调递减　　B．$f(x)$ 关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称

C．$f(x)$ 关于点 $\left(\frac{\pi}{12},0\right)$ 对称　　D．$f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right)$ 上是单调递增

12. 已知函数 $f(x)=xe^x$，$g(x)=x\ln x$，若 $f(m)=g(n)=t$（$t>0$），则 $mn\cdot\ln t$ 的取值范围为（　　）

A．$(-\infty,\frac{1}{e})$　　B．$(\frac{1}{e^2},+\infty)$　　C．$(\frac{1}{e},+\infty)$　　D．$\left[-\frac{1}{e},+\infty\right)$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题纸上）.

13. 已知实数 x,y 满足 $\begin{cases}0\le x\le 2,\\ y\ge 0,\\ x+y\le 2,\end{cases}$ 则 $Z=x+3y$ 的最大值为________.

14. 已知 F 是抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，P 是 C 上一点，O 为坐标原点，若 $|PF|=5$，则 $|OP|=$________.

15. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $a_{1010}\cdot a_{1013}+a_{1011}\cdot a_{1012}=2e^2$，则 $\ln a_1+\ln a_2+\cdots\cdots+\ln a_{2022}=$________.

16. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $2\sqrt{3}$，E,F 为体对角线 BD_1 的三等分点，动点 P 在三角形 ACB_1 内，且三角形 PEF 的面积 $S_{\triangle PEF}=2$，则点 P 的轨迹长度为________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

17. 在① $b\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-C\right)=\sqrt{3}c\cos B$；② $2S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$；这两个条件中任选一个，补充在下面的问题中，并进行解答.

问题：在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且________.

（1）求角 B；

（2）在 $\triangle ABC$ 中，$b=2\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 周长的最大值.

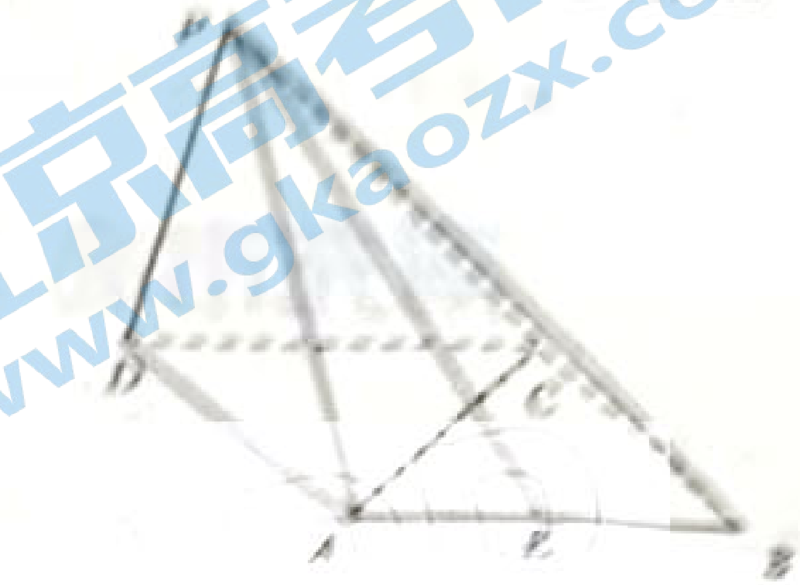
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

18. 某公司招聘员工，应聘者需进行笔试和面试. 笔试分为三个环节，每个环节都必须参与. 应聘者甲笔试部分每个环节通过的概率均为 $\dfrac{2}{3}$，笔试三个环节至少通过两个才能够参加面试，否则直接淘汰；应聘者甲面试通过的概率为 $\dfrac{3}{4}$. 若笔试，面试都通过，则可以成为该公司的正式员工，各个环节相互独立.

（1）求应聘者甲未能参与面试的概率；

（2）记应聘者甲本次应聘通过的环节数为 X，求 X 的分布列以及数学期望；

19. 如图所示，四边形 $ABCD$ 为菱形，$PA=PD$，二面角 $P-AD-C$ 为直二面角，点 E 是棱 AB 的中点。



（Ⅰ）求证：$PE\perp AC$；

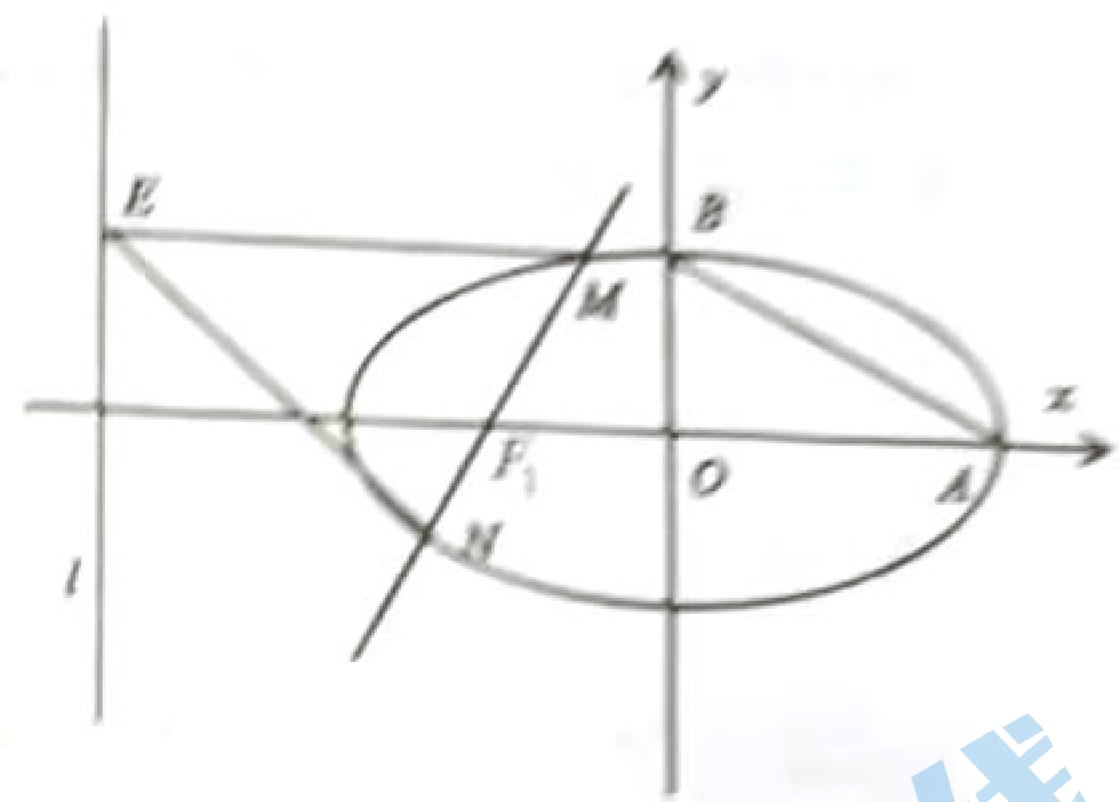
（Ⅱ）若 $PA=AB$，当二面角 $P-AC-B$ 的正切值为 -2 时，求直线 PE 与平面 $ABCD$ 所成的角。

20. 如图所示，椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的右顶点为 A，上顶点为 B，$O$ 为坐标原点，$S_{\triangle OAB}=\sqrt{3}$，椭圆离心率为 $\dfrac{1}{2}$，过椭圆左焦点 F_1 作不与 x 轴重合的直线，与椭圆 C 相交于 M、N 两点，直线 l 的方程为：$x=-2a$，过点 M 作 l 垂线，垂足为 E.

（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）①求证：线段 EN 过定点，并求定点的坐标；

②求 $\triangle OEN$ 面积的最大值.



21. 已知 $f(x)=a\ln x-x\cdot\ln x$ $(a>0)$

（1）求 $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 的切线方程；

（2）求证：$f(x)$ 仅有一个极值；

（3）若存在 a，使 $f(x)\le a+b$ 对任意 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立，求实数 b 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22. 已知圆 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+2\cos\theta\\ y=2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数）.

（1）以原点 O 为极点、x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，写出圆 C 的极坐标方程；

（2）已知直线 l 经过原点 O，倾斜角 $\alpha=\dfrac{\pi}{3}$，设 l 与圆 C 相交于 A,B 两点，求 O 到 A,B 两点的距离之积.

23. 已知函数 $y=f(x)=\left|x-\dfrac{1}{4}\right|+\left|x+\dfrac{7}{4}\right|$.

（1）若关于 x 的不等式 $f(x)<a$ 的有解，求实数 a 的取值范围；

（2）设 $|f(x)|$ … $m>0$，$n>0$，且 $m+2n=2$．求证：$\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}\le 2\sqrt{\ }$…

南充市高2022届高考适应性考试（二诊）

理科数学参考答案及评分细则

一．选择题： 本题共 12 小题， 每小题 5 分， 共 60 分．

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	B	A	C	C	D	B	B	D	C	A	D

二.填空题：本题共 4 小题， 每小题 5 分， 共 20 分．

13. 6　　14. $4\sqrt{2}$　　15. 2022　　16. π

三. 解答题

17. （1）选择①：条件即 $b\sin C=\sqrt{3}c\cos B$，

由正弦定理可知，$\sin B\sin C=\sqrt{3}\sin C\cos B$，……2 分

在 $\triangle ABC$ 中，$B,C\in(0,\pi)$，所以 $\sin B\neq 0,\sin C\neq 0$，

所以 $\sin B=\sqrt{3}\cos B$，且 $\cos B\neq 0$，即 $\tan B=\sqrt{3}$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$；……5 分

选择②：条件即 $2\times\frac{1}{2}ac\sin B=\sqrt{3}ca\cos B$，

即 $\sin B=\sqrt{3}\cos B$，……2 分

在 $\triangle ABC$ 中，$B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B\neq 0$，则 $\cos B\neq 0$，

所以 $\tan B=\sqrt{3}$，所以 $B=\frac{\pi}{3}$ ……5 分

（2）由（1）知，$B=\frac{\pi}{3}$，$b=2\sqrt{3}$

由余弦定理知：$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}$ ……7 分

所以 $12=a^2+c^2-ac=(a+c)^2-3ac$ 得

$(a+c)^2-12=3ac\leq 3(\frac{a+c}{2})^2$ ……10 分

所以 $(a+c)\leq 4\sqrt{3}$，当且仅当 $a=c$ 时，等号成立……11

所以求$\triangle ABC$周长的最大值为$6\sqrt{3}$……12分

18. （1）设应聘者甲未能参与面试为事件A，则

$P(A)=1-C_3^0(1-\frac{2}{3})^3(\frac{2}{3})^0-C_3^1(1-\frac{2}{3})^2(\frac{2}{3})^1=\frac{20}{27}$……4分

（2）X的可能取值为0，1，2，3，4.

$P(X=0)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$，……6分

$P(X=1)=C_3^1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$，……7分

$P(X=2)=C_3^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times(1-\frac{3}{4})=\frac{1}{9}$，……8分

$P(X=3)=\left(\frac{2}{3}\right)^3\times(1-\frac{3}{4})+C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{11}{27}$，……9分

$P(X=4)=C_3^3\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{3}{4}=\frac{2}{9}$，……10分

则X的分布列为

X	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{11}{27}$	$\frac{2}{9}$

……11分

故$E(X)=0\times\frac{1}{27}+1\times\frac{2}{9}+2\times\frac{1}{9}+3\times\frac{11}{27}+4\times\frac{2}{9}=\frac{23}{9}$……12分

19.（Ⅰ）如图所示，设点F是棱AD的中点，连接PF,EF,BD，

由$PA=PD$及点F是棱AD的中点，可得$PF\perp AD$，

又二面角$P-AD-C$为直二面角，故$PF\perp$平面$ABCD$，……2分

又因为$AC\subset$平面$ABCD$，所以$PF\perp AC$，

又因为四边形$ABCD$为菱形，所以$BD\perp AC$，

而EF是$\triangle ABD$的中位线，所以$EF//BD$，可得$EF\perp AC$，

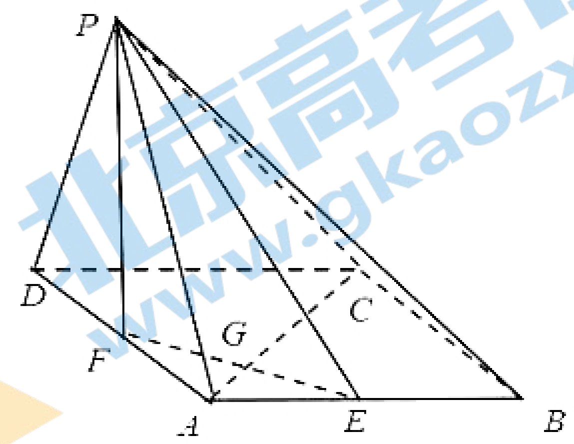
又由$PF\cap EF=F$，且$PF\subset$平面PEF，$EF\subset$平面PEF，

所以$AC\perp$平面PEF，……4分

又因为 $PE \subset$ 平面 PEF，

所以 $PE \perp AC$． ……………………………………………………………………………………6 分

（Ⅱ）解法一：设点 G 是 AC 与 EF 的交点，



由（Ⅰ）可知 $AC \perp$ 平面 PEF，

又 PG,EG 均在平面 PEF 内，从而有 $PG \perp AC, EG \perp AC$，

故 $\angle PGE$ 为二面角 $P-AC-B$ 的平面角，

因为 $PA = AB$，所以 $\triangle PAD$ 为等边三角形．

不妨设菱形 $ABCD$ 的边长为 $2a, GE = b$．

则在 $Rt\triangle PFG$ 中，$PF = \sqrt{3}a, FG = b$，

于是 $PG = \sqrt{(\sqrt{3}a)^2 + b^2}$

在 $Rt\triangle PFE$ 中，$PE = \sqrt{(\sqrt{3}a)^2 + (2b)^2}$，

故 $\cos\angle PGE = -\cos\angle PGF = \dfrac{-b}{\sqrt{3a^2+b^2}} = -\dfrac{\sqrt{5}}{5}$， ……………………………………………………9 分

整理得 $3a^2 = 4b^2$，$\dfrac{b}{a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

因为 $PF \perp$ 平面 $ABCD$，所以 $\angle PEF$ 为直线 PE 与平面 $ABCD$ 所成的角．

则 $\tan\angle PEF = \dfrac{PF}{EF} = \dfrac{\sqrt{3}a}{2b} = 1$， ……………………………………………………………………11 分

所以直线 PE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° ……………………………………………………………12 分

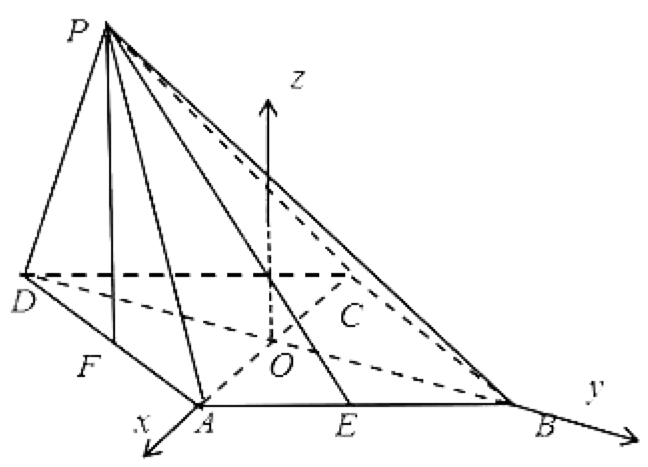
解法二：设点 O 是 AC 与 BD 的交点，

以 OA 所在直线为 x 轴 OB 所在直线为 y 轴，

过点 O 垂直平面 ABC 的直线为 z 轴，建立空间直角坐标系．

设 $OA = 2, OB = 2b$，则 $A(2,0,0), C(-2,0,0)$，$P(1,-b,\sqrt{3+3b^2})$，

则 $\overrightarrow{CA} = (4,0,0), \overrightarrow{AP} = (-1,-b,\sqrt{3+3b^2})$，



设平面 PAC 的法向量为 $\vec{m} = (x,y,z)$，

则 $\begin{cases} \vec{m}\cdot\overrightarrow{AP} = 0 \\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{CA} = 0 \end{cases}$，即 $\begin{cases} -x - by + \sqrt{3+3b^2}z = 0 \\ 4x = 0 \end{cases}$，

取 $z = 1$，$\vec{m} = \left(0, \dfrac{\sqrt{3+3b^2}}{b}, 1\right)$， ……………………………………………………………8 分

又因为平面 ABC 的一个法向量为 $\vec{n}=(0,0,1)$，由二面角的 $P-AC-B$ 正切值为 -2，

则 $|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle|=\left|\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}||\vec{n}|}\right|=\left|\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{3+3b^2}{b^2}+1}}\right|=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

解得 $b=\sqrt{3}$， ……………………………………………………………………………………9 分

则 $P(1,-\sqrt{3},2\sqrt{3}),E(1,\sqrt{3},0)$，$\overrightarrow{PE}=(0,2\sqrt{3},-2\sqrt{3})$，

则 $|\cos\langle\overrightarrow{PE},\vec{n}\rangle|=\left|\dfrac{\overrightarrow{PE}\cdot\vec{n}}{|\overrightarrow{PE}||\vec{n}|}\right|=\left|\dfrac{-2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$， ……………………………………………………11 分

所以直线 PE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45°． ……………………………………………………12 分

20.（1）由题意可得：

$\begin{cases}\dfrac{1}{2}ab=\sqrt{3}\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{2}\end{cases}$，所以 $a=2$，$b=\sqrt{3}$．

故椭圆的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$． ……………………………………………………3 分

（2）证明：①由题意知，$F(-1,0)$，设直线 MN 方程：$x=my-1$.

$M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$，$E(-4,y_1)$，

联立方程 $\begin{cases}x=my-1\\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1\end{cases}$，

得 $(3m^2+4)y^2-6my-9=0$，

所以 $\begin{cases}\Delta>0\\ y_1+y_2=\dfrac{6m}{3m^2+4}\\ y_1y_2=\dfrac{-9}{3m^2+4}\end{cases}$，……………………………………………………5 分

所以 $-2my_1y_2=3(y_1+y_2)$，

又 $k_{EN}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2+4}$，

所以直线 EN 方程为：$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2+4}(x+4)$，

令 $y=0$，

则 $x=-4-\frac{y_1(x_2+4)}{y_2-y_1}=-4-\frac{my_1y_2+3y_1}{y_2-y_1}=-4+\frac{\frac{3}{2}(y_1-y_2)}{y_2-y_1}=-4+\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}$.

综上：直线 EN 过定点 $P(-\frac{5}{2},0)$. ....7 分

②由（1）中 $\Delta=144\left(m^2+1\right)>0$，所以 $m\in R$，

又 $|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{12\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}$，

所以

$S_{\triangle OEN}=\frac{1}{2}|OP||y_1-y_2|=\frac{5}{4}\cdot\frac{12\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}=\frac{15\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}=\frac{15\sqrt{m^2+1}}{3(m^2+1)+1}$，..8 分

令 $t=\sqrt{m^2+1}$，$t\geqslant 1$，则 $f(t)=\frac{15}{3t+\frac{1}{t}}$，

令 $g(t)=3t+\frac{1}{t}$, $g'(t)=3-\frac{1}{t^2}=\frac{3t^2-1}{t^2}$，..9 分

当 $t\geq 1$ 时，$g'(t)\geq 0$，

故 $g(t)=3t+\frac{1}{t}$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，

则 $f(t)=\frac{15}{3t+\frac{1}{t}}$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减，..10 分

即 $S_{\triangle OEN}=\frac{15t}{3t^2+1}=\frac{15}{3t+\frac{1}{t}}$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $t=1$ 时，$(S_{\triangle OEN})_{max}=\frac{15}{4}$. ....12 分

21.解：(1)当 $a>0$ 时，$f'(x)=\frac{a}{x}-\ln x-1\ (x>0)$

得 $f'(1)=a-1$，又 $f(1)=0$.

所以 $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 的切线方程为：$y=(a-1)\cdot(x-1)$.

即 $(a-1)x-y+1-a=0$；..3 分

（2）$f'(x)=\frac{a}{x}-\ln x-1\ (x>0)$

令 $f'(x)=\dfrac{a}{x}-\ln x-1=p(x)$，

由于 $a>0$，得 $p'(x)=-\dfrac{a}{x^2}-\dfrac{1}{x}<0$.

所以 $f'(x)$ 于 $(0,+\infty)$ 单调递减……………………………………………………………………5 分

又 $f'(\dfrac{1}{e})=ae-\left(\ln\dfrac{1}{e}+1\right)=ae>0$， $f'(a+1)=\dfrac{a}{a+1}-[\ln(a+1)+1]<0$，

所以存在唯一 $x_0\in(\dfrac{1}{e},a+1)$，使得 $f'(x_0)=0$.

所以 $f(x)$ 于 $(0,x_0)$ 单调递增，$(x_0,+\infty)$ 单调递减.

$f(x)_{极大值}=f(x_0)$，无极小值.

所以 $f(x)$ 仅有一个极值……………………………………………7 分

（3）任意 $x\in(0,+\infty)$，$f(x)\le a+b$，则 $a+b\ge[f(x)]_{\max}$.

由（2）知 $[f(x)]_{\max}=f(x_0)=a\ln x_0-x_0\cdot\ln x_0$.

又 $f'(x_0)=\dfrac{a}{x_0}-\ln x_0-1=0$，则 $a=x_0\cdot\ln x_0+x_0$ ……………………………………………8 分

若存在 a，使 $f(x)\le a-b$，即 $a\ln x_0-x_0\cdot\ln x_0\le a-b$，

得 $b\ge a\ln x_0-x_0\cdot\ln x_0-a=(x_0\ln x_0+x_0)\cdot\ln x_0-x_0\ln x_0-(x_0\ln x_0+x_0)=h(x_0)$

转化为 $b\ge h(x_0)_{\min}$……………………………………………………………………………………9 分

$h(x_0)=x_0(\ln x_0)^2-x_0\ln x_0-x_0\quad(x_0>0)$

$h'(x_0)=(\ln x_0)^2+\ln x_0-2=(\ln x_0+2)\cdot(\ln x_0-1)$

当 $h'(x_0)>0$ 时，$\ln x_0<-2$ 或 $\ln x_0>1$，$x_0\in(0,\dfrac{1}{e^2})\cup(e,-\infty)$；

当 $h'(x_0)<0$ 时，$-2<\ln x_0<1$，$x_0\in(\dfrac{1}{e^2},e)$；

所以 $h(x_0)$ 于 $\left(0,\dfrac{1}{e^2}\right)$ 单调递增，$(\dfrac{1}{e^2},e)$ 单调递减，$(e,+\infty)$ 单调递增…………10 分

当 $x_0\in(0,\dfrac{1}{e^2})$ 时，$h(x_0)=x_0(\ln x_0)^2-x_0\ln x_0-x_0=x_0(\ln x_0)^2-(\ln x_0+1)x_0$

由于 $(\ln x_0+1)<-1$，则 $-x_0\cdot(\ln x_0+1)>0$，又 $x_0(\ln x_0)^2>0$.

$h(x_0)=x_0\left(\ln x_0\right)^2-(\ln x_0+1)x_0>0$

当 $x_0\in(\frac{1}{e^2},+\infty)$ 时，$[h(x_0)]_{\min}=h(e)=-e$

综上：当 $x_0\in(0,+\infty)$ 时，$[h(x_0)]_{\min}=h(e)=-e$

得 $b\geq -e$.

故 $b\in[-e,+\infty)$ ......12 分

22.（1）由 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+2\cos\theta\\ y=2sin\theta\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x-\sqrt{3}=2\cos\theta\\ y=2sin\theta\end{cases}$，

两式平方后相加得 $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2=4$，......3 分

$\therefore$ 曲线 C 是以 $\left(\sqrt{3},0\right)$ 为圆心，半径等于 2 圆，

令 $x=\rho\cos\theta, y=sin\theta$，

代入并整理得 $\rho^2-2\sqrt{3}\rho\cos\theta-1=0$，

即曲线 C 的极坐标方程是 $\rho^2-2\sqrt{3}\rho\cos\theta-1=0$ ......5 分

（2）直线的参数方程是 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$（$t$ 是参数），......6 分

因为点 A,B 都在直线 l 上，所以可设它们对应的参数为 t_1 和 t_2，

圆化为直角坐标系的方程 $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+y^2=4$，

以直线 l 的参数方程代入圆的方程整理得到 $t^2-\sqrt{3}t-1=0$①，......8 分

因为 t_1 和 t_2 是方程①的解，从而 $\begin{cases}\Delta>0\\ t_1+t_2=\sqrt{3}\\ t_1t_2=-1\end{cases}$，......9 分

$\therefore |OA||OB|=|t_1t_2|=|-1|=1$ ......10 分

23.（1）若关于 x 的不等式 $f(x)\leq a$ 的解集不是空集，

只需 $a\geq f(x)_{\min}$ 即可......2 分

其中 $f(x)=\left|x-\dfrac{1}{4}\right|+\left|x+\dfrac{7}{4}\right|\geq\left|x-\dfrac{1}{4}-\left(x+\dfrac{7}{4}\right)\right|=2$,

当且仅当$-\frac{7}{4}\le x\le\frac{1}{4}$时，等号成立……………………………………………………4 分

所以实数 a 的取值范围为$[2,+\infty)$……………………………………………………5 分

（2）由（1）知$[f(x)]_{\min}=t=2$.

由柯西不等式得：

$\left(\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}\right)^2\le\left[\left(\sqrt{m+1}\right)^2+\left(\sqrt{2n+1}\right)^2\right]\left(1^2+1^2\right)=2(m+2n+2)$……………………7 分

当且仅当$\sqrt{m+1}-\sqrt{2n+1}=0$，

即$m=1$，$n=\frac{1}{2}$时等号成立……………………………………………………8 分

因为$m>0$，$n>0$，且$m+2n=2$

所以$\left(\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}\right)^2\le 8$……………………………………………………9 分

即$\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}\le 2\sqrt{2}$

故$\sqrt{m+1}+\sqrt{2n+1}\le 2\sqrt{t}$，证毕……………………………………………………10 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 〃 精益求精、专业严谨 〃 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。