

2023-2024 学年度第一学期期中练习题

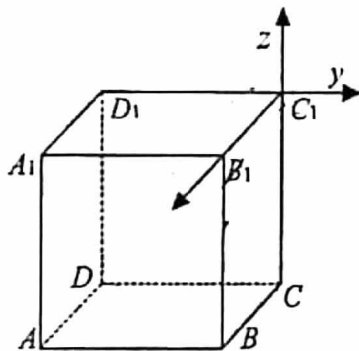
年级：高二 科目：数学

考试时间 120 分钟，满分 150 分

一、选择题（共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项）

1. 在如图所示的空间直角坐标系中， $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是单位正方体，其中顶点 A 的坐标是()

- A. $(-1, -1, -1)$ B. $(-1, 1, -1)$ C. $(1, -1, 1)$ D. $(1, -1, -1)$



2. 已知两个向量 $a = (2, -1, 3)$ ， $b = (4, m, n)$ ，且 $a \parallel b$ ，则 $m+n$ 的值为()

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

3. 已知 O 为空间任意一点，若 $\overrightarrow{OP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{8}\overrightarrow{OB} + t\overrightarrow{OC}$ ，若 A, B, C, P

四点共面，则 $t = ()$

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

4. 已知圆 C 经过两点 $A(0, 2)$ ， $B(4, 6)$ ，且圆心 C 在直线 $l: 2x - y - 3 = 0$ 上，则圆 C 的方程为()

- A. $x^2 + y^2 - 6x - 6y - 16 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0$
C. $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 8 = 0$ D. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 56 = 0$

5. 两圆 $x^2 + y^2 - 6x + 16y - 48 = 0$ 与 $x^2 + y^2 + 4x - 8y - 44 = 0$ 的公切线条数为()

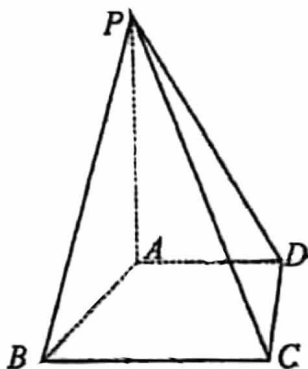
- A. 1 条 B. 2 条 C. 3 条 D. 4 条

6. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的虚轴长为 2, 焦距为 $2\sqrt{3}$, 则双曲线的渐近线方程为()

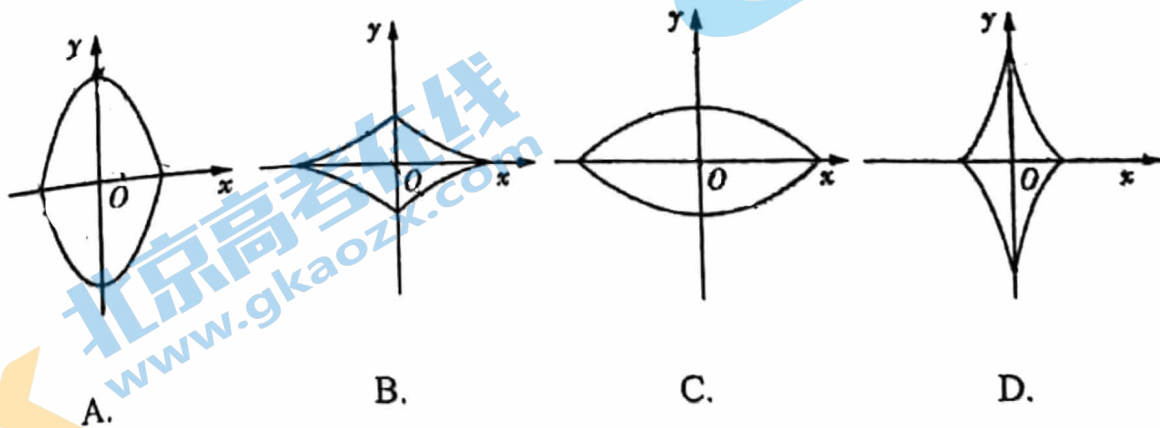
- A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{1}{2}x$

7. 如图, 在底面是直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $BC \parallel AD$, $\angle BAD = 90^\circ$, $PA = AB = BC = 2$, $AD = 1$, 则点 D 到平面 PBC 的距离为()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4



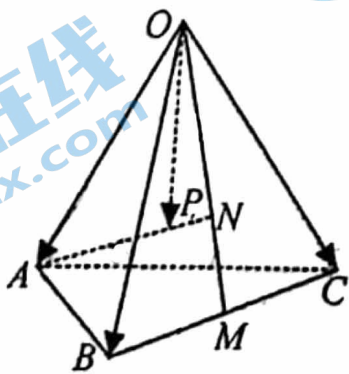
8. 方程 $|x| + \sqrt{|y|} = 2$ 所表示曲线的大致形状为()



9. 过点 $P(0,2)$ 作直线 $x+my-4=0$ 的垂线, 垂足为 Q , 则 Q 到直线 $x+2y-14=0$ 的距离最小值为()
- A. $2\sqrt{5}$ B. $\sqrt{5}$ C. 0 D. 2
10. 已知抛物线 $C:x^2=8y$ 的焦点为 F , C 的准线与对称轴交于 D , 过 D 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 且 $\overline{AB}=2\overline{BD}$, 若 FB 为 $\angle DFA$ 的平分线, 则 $|AF|+|BF|$ 等于()
- A. $\frac{8}{3}$ B. 8 C. 10 D. $\frac{32}{3}$

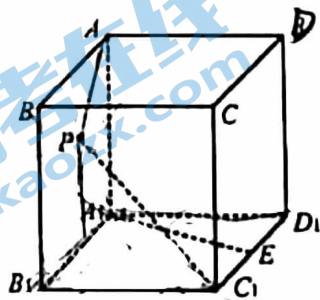
二、填空题 (共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $AB=2$, $AA_1=3$, $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \theta$, 若 $AC_1=5$, 则 $\cos \theta =$ _____.
12. 椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦点为 F_1, F_2 , P 为椭圆上一点, 若 $|PF_1|=5$, 则 $\cos \angle F_1PF_2 =$ _____.
13. 如图, M 是四面体 $OABC$ 的棱 BC 的中点, 点 N 在线段 OM 上, 点 P 在线段 AN 上, 且 $MN = \frac{1}{2}ON$, $AP = \frac{3}{4}AN$, 用向量 $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OC}$ 表示 \overrightarrow{OP} , 则 $\overrightarrow{OP} =$ _____.



14. 已知点 $A(3, -1)$, $B(5, -2)$, 点 P 在直线 $x+y=0$ 上, 若使 $PA+PB$ 取最小值, 则点 P 坐标是_____.

15. 如图, 棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧面 ABB_1A_1 (含边界) 内有一动点 P , 则下列结论中正确的是_____.



①若 $\overrightarrow{B_1P} = m\overrightarrow{B_1B} + n\overrightarrow{B_1A_1}$, $m+n=1$, 则 $\overrightarrow{B_1P} \cdot \overrightarrow{B_1D_1} = 0$;

②若 $\overrightarrow{A_1P} = \lambda\overrightarrow{A_1B}$ ($0 < \lambda < 1$), 则 $\overrightarrow{C_1P} \cdot \overrightarrow{B_1D} = 0$;

③若 $\overrightarrow{B_1P} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{A_1E} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{A_1C_1} + \overrightarrow{A_1D_1})$, 则 $\overrightarrow{B_1P} \cdot \overrightarrow{A_1E} = -\frac{2}{3}$;

④若 $\overrightarrow{A_1E} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{A_1C_1} + \overrightarrow{A_1D_1})$, 则存在非零向量 $\overrightarrow{B_1P}$ 使 $\overrightarrow{B_1P} \cdot \overrightarrow{A_1E} = -1$.

三、解答题 (共 6 题, 满分 85 分)

16. (13 分) 已知 $\triangle ABC$ 顶点 $A(3, 0)$, $B(-1, -3)$, $C(1, 1)$, 边 AB 上的高为 CE , 且垂足为 E .

(I) 求边 BC 上中线 AD 所在的直线方程;

(II) 求点 E 的坐标.

17. (13 分) 已知直线 $l: 4x+3y+10=0$, 半径为 2 的圆 C 与 l 相切, 圆心 C 在 x 轴上且在直线 l 的上方.

(1) 求圆 C 的方程;

(II) 设过点 $P(1,1)$ 的直线 l 被圆 C 截得的弦长等于 $2\sqrt{3}$, 求直线 l 的方程;

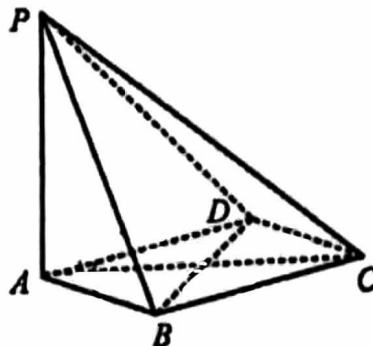
(III) 过点 $M(1,0)$ 的直线与圆 C 交于 A, B 两点(A 在 x 轴上方), 问在 x 轴正半轴上是否存在点 N , 使得 x 轴平分 $\angle ANB$? 若存在, 请求出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

18. (14分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是菱形, $AB=2$, $\angle BAD=60^\circ$.

(I) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;

(II) 若 $PA=AB$, 求 PB 与 AC 所成角的余弦值;

(III) 当平面 PBC 与平面 PDC 垂直时, 求 PA 的长.



19. (15分) 已知点 $A(\sqrt{2},1)$ 是离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上的一点.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 点 P 在椭圆上, 点 A 关于坐标原点的对称点为 B , 直线 AP 和 BP 的斜率都存在且不为 0, 试问直线 AP 和 BP 的斜率之积是否为定值? 若是, 求此定值; 若不是, 请说明理由.

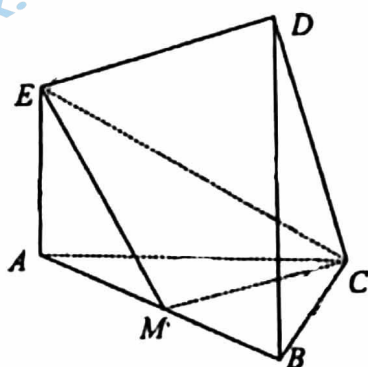
20. (15分) 在如图所示的多面体中, $EA \perp$ 平面 ABC , $DB \perp$ 平面 ABC ,

$AC \perp BC$, 且 $AC = BC = BD = 2AE = 2$, M 是 AB 的中点.

(I) 求证: $CM \perp EM$;

(II) 求平面 EMC 与平面 BCD 所成的锐二面角的余弦值;

(III) 在棱 DC 上是否存在一点 N , 使得直线 MN 与平面 EMC 所成的角为 60° , 若存在, 指出点 N 的位置; 若不存在, 请说明理由.



21. (15分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(1, 0)$, M 点的坐标

为 $(0, b)$, O 为坐标原点, $\triangle OMF$ 是等腰直角三角形.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 经过点 $N(0, 2)$ 作直线 AB 交椭圆 C 于 A, B 两点, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值;

(III) 是否存在直线 l 交椭圆于 P, Q 两点, 使点 F 为 $\triangle PMQ$ 的垂心? 若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.

北京高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023年10-11月北京各区各年级期中试题 & 答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

