考新 版高

2023—2024 学年度上学期高三年级一调考试

数　学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。共 4 页,总分 150 分,考试时间 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题　共 60 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 集合 $\{x\mid -3<2x-1\leqslant 3,x\in\mathbf{Z}\}=$

A. $(-1,2]$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

2. 已知 $\frac{2}{3}<m<1$,则复数 $m(3+\mathrm{i})-(2-\mathrm{i})$ 在复平面内对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 若非零向量 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 满足 $\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$,且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\cdot\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $\triangle ABC$ 为

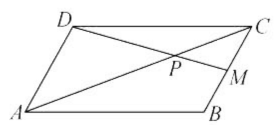
A. 三边均不相等的三角形　　B. 直角三角形

C. 底边和腰不相等的等腰三角形　　D. 等边三角形

4. “$a>b$”的一个充分条件是

A. $e^{a-b}>2$　　B. $\ln\frac{a}{b}>0$　　C. $a^a>b^b$　　D. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

5. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,M 为 BC 中点,AC 与 MD 相交于点 P,若 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$,则 $x+y=$



A. 1　　B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{5}{3}$　　D. 2

6. 已知 α 为第三象限角,$\sin(2\,019\pi-\alpha)=-\frac{\sqrt{5}}{3}$,则 $\sin 2\alpha+\cos^2\alpha+1=$

A. $\frac{4\sqrt{5}+13}{9}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{5}}{4}$　　D. $-\frac{13}{9}$

7. 已知 $f(x)=x^2+|x+1|$,不等式 $f(x)\geqslant(m+2)x-1$ 恒成立,则实数 m 的取值范围是

A. $[-3-2\sqrt{2},0]$　　B. $[-3-2\sqrt{2},3+2\sqrt{2}]$

C. $[-2\sqrt{2}-1,2\sqrt{2}-1]$　　D. $[-4,2\sqrt{2}-1]$

8. 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_5=\frac{3\pi}{8}$,设函数 $f(x)=\left(4\cos^2\frac{x}{2}-2\right)\sin x+\cos 2x+2$,记 $y_n=f(a_n)$,则数列 $\{y_n\}$ 的前 9 项和为

A. 0　　B. 10　　C. 16　　D. 18

衡中同卷

班级

姓名

得分

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 已知复数 $z,z_1,z_2,\overline{z}$ 是 z 的共轭复数,则下列说法正确的是

A. $z\cdot\overline{z}=|z|^2$　　B. 若 $|z|=1$,则 $z=\pm1$

C. $|z_1\cdot z_2|=|z_1||z_2|$　　D. 若 $|z-1|=1$,则 $|z+1|$ 的最小值为 1

10. 已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心,$AB=2$,$AC=4$,$\angle CAB=120^\circ$,P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点,则下列结论正确的是

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\mathbf{0}$　　B. $\overrightarrow{AC}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 方向上的投影向量等于 $\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB}=\frac{4}{3}$　　D. $\overrightarrow{AP}\cdot(\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP})$ 的最小值为 $-\frac{3}{2}$

11. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 的图象的一条对称轴为直线 $x=\frac{2\pi}{3}$,$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{3}$,且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递减,则下列说法正确的是

A. 点 $\left(-\frac{7\pi}{12},0\right)$ 是 $f(x)$ 的一个对称中心　　B. $\omega=\frac{14}{5}$

C. $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{5\pi}{12},0\right)$ 上单调递增　　D. $f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-1$

12. 若 $a>1,b>1$,且 $ab=e^2$,则

A. $2e\leqslant a+b<e^2+1$　　B. $0<\ln a\cdot\ln b\leqslant 1$

C. $2\sqrt{2}-1\leqslant\ln a+\log_a b<2$　　D. $a^{\ln b}$ 的最大值为 e

第Ⅱ卷(非选择题　共 90 分)

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(-2,4)$,$\boldsymbol{b}=(-3,1)$,若 $\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直,则实数 $\lambda=$________.

14. 已知 $x,y,z\in\mathbf{R}$,$x^2+y^2+z^2=2$,则 $x+2y+2z$ 的最大值为________.

15. 已知关于 x 的方程 $ax^2-2|x|+a=0$ 有 4 个不同的实数解,则实数 a 的取值范围是________.

16. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,若 $2a_nS_n=1+a_n^2$,$b_n=\log_2\frac{S_{n+2}}{S_n}$,数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n,则下列结论正确的是________.

①$a_n<a_{n+1}$;②$\{S_n^2\}$ 是等差数列;③$S_n\leqslant e^{\sqrt{n}-1}$;④满足 $T_n\geqslant 3$ 的 n 的最小正整数为 10.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n,且满足 $a_1+a_3+a_5=15$,$S_7=49$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

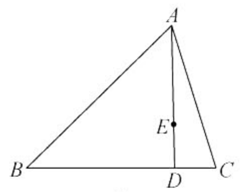
(2)若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_n\cdot 3^n$,求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

衡中同卷

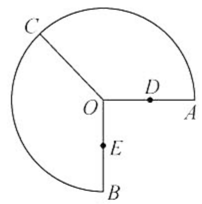
18. (12分)

(1)如图①,在$\triangle ABC$中,AD为BC边上的高,$\overrightarrow{AE}=2\overrightarrow{ED}$,$\angle BAC=\frac{\pi}{3}$,$AB=3$,$AC=2$,求$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CE}$的值;

(2)如图②,半径为1,圆心角为$\frac{3\pi}{2}$的圆弧AB上有一点C,若D,E分别为线段OA,OB的中点,当C在圆弧AB上运动时,求$\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{DE}$的取值范围.



①



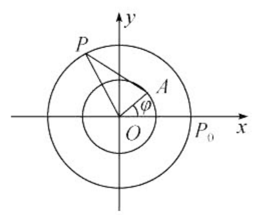
②

19. (12分)

如图,在平面直角坐标系xOy中,角φ的终边与单位圆的交点为A,圆C:$x^2+y^2=3$与x轴正半轴的交点是P_0.若圆C上一动点从P_0开始,以π rad/s的角速度逆时针做圆周运动,t秒后到达点P.设$f(t)=|AP|^2$.

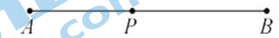
(1)若$\varphi=\frac{\pi}{3}$且$t\in(0,2)$,求函数$f(t)$的单调递增区间;

(2)若$f\left(\frac{1}{3}\right)=2$,$\frac{\pi}{3}<\varphi<\frac{5\pi}{6}$,求$f\left(\frac{5}{6}\right)$.



20. (12分)

某城市受空气污染影响严重,现欲在该城市中心P的两侧建造A,B两个空气净化站(如图,A,P,B三点共线),A,B两站对该城市的净化度分别为a,$1-a$,其中$a\in(0,1)$.已知对该城市总净化效果为A,B两站对该城市的净化效果之和,且每站净化效果与净化度成正比,与中心P到净化站之间的距离成反比.现已知$AB=1$,且当$AP=\frac{3}{4}$时,A站对该城市的净化效果为$\frac{2a}{3}$,B站对该城市的净化效果为$1-a$.



(1)设$AP=x$,$x\in(0,1)$,求A,B两站对该城市的总净化效果y;

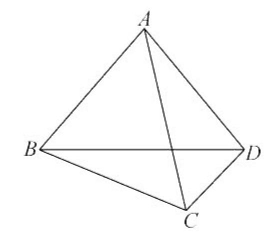
(2)无论A,B两站建在何处,若要求A,B两站对该城市的总净化效果至少达到$\frac{2}{3}$,求a的取值范围.

21. (12分)

如图,已知在平面四边形$ABCD$中,$AB\perp AD$,$BC\perp CD$.在$\triangle ABC$中,内角A,B,C的对边分别为a,b,c,且________.在①$b\cos\left(\frac{\pi}{2}-C\right)=\sqrt{3}c\cos B$;②$2S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$;③$\tan A+\tan C+\sqrt{3}=\sqrt{3}\tan A\tan C$这三个条件中任选一个,补充在上面的横线中,并回答下列问题.

(1)求B;

(2)若$BD=2$,求$\triangle ACD$周长的取值范围.



22. (12分)

已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=0$,且$\frac{a_{n-1}+a_n+2}{a_na_{n+1}+a_{n+1}}=-2$.数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{1}{a_n+1}$,$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$.

(1)判断数列$\{b_n\}$是否为等差数列,并求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设数列$\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$的前$n$项和为$T_n$,证明:$T_n<\frac{7}{4}$.