学校＿＿＿＿＿＿ 班级＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

丰台区 2018—2019 学年度第一学期期末练习

高三数学（文科）

2019.01

考生须知	1.考生要认真填写考场号和座位序号。 2.本试卷共6页，分为两个部分。第一部分为选择题，8个小题（共40分）；第二部分为非选择题，12个小题（共110分）。 3.试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。 4.考试结束后，考生应将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1．已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid -2<x<2\}$，那么 $A\cap B=$

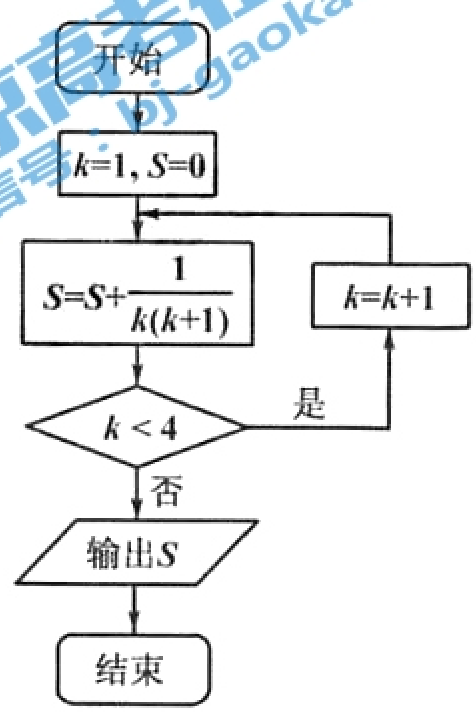
（A）$\{0,1\}$　　（B）$\{-1,0,1\}$

（C）$\{-1,0,1,2\}$　　（D）$\{x\mid -2<x<2\}$

2．复数 $z=(1+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})$ 在复平面内对应的点位于

（A）第一象限　　（B）第二象限　　（C）第三象限　　（D）第四象限

3．执行如图所示的程序框图，输出的 S 的值为



（A）$\frac{3}{4}$

（B）$\frac{4}{5}$

（C）$\frac{5}{6}$

（D）$\frac{6}{7}$

4．若 x,y 满足 $\begin{cases}x+y\leqslant 1,\\ x-y\leqslant 1,\\ 2x-y+1\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $x-2y$ 的最大值是

（A）-2　　（B）$-\frac{1}{2}$　　（C）1　　（D）4

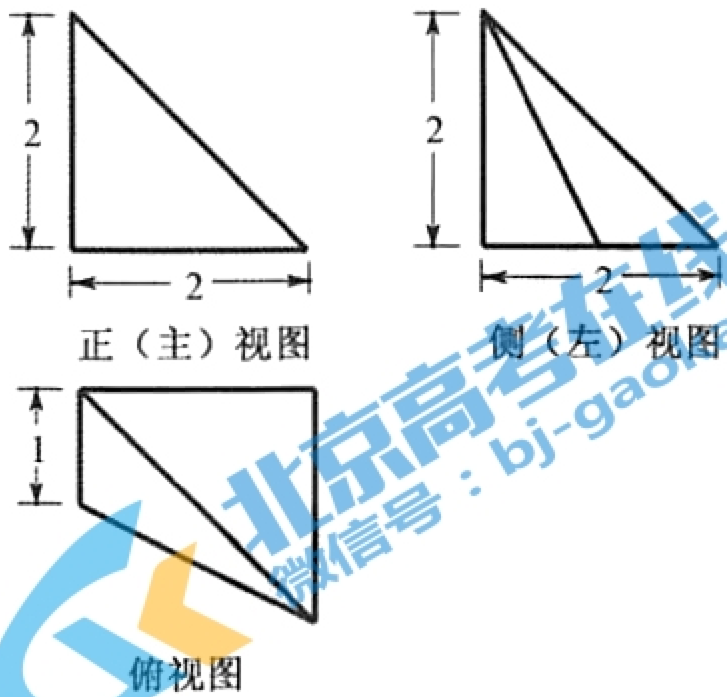
5．某四棱锥的三视图如图所示，则该四棱锥的棱中，最长的棱的长度为

（A）2

（B）$\sqrt{5}$

（C）$2\sqrt{2}$

（D）$2\sqrt{3}$



6．设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是非零向量，则“$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$”是“$\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

7．已知抛物线 $y^2=8x$ 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的一个焦点重合，且椭圆截抛物线的准线所得线段长为 6，那么该椭圆的离心率为

（A）2　　（B）$\frac{2}{3}$

（C）$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　（D）$\frac{1}{2}$

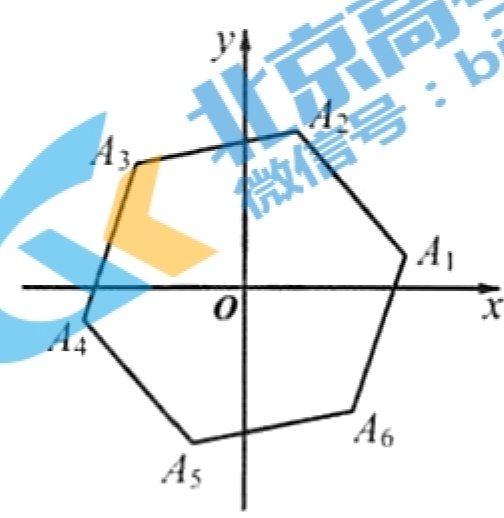
8．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，O 是正六边形 $A_1A_2\cdots A_6$ 的中心，若 $A_1(\frac{\sqrt{15}}{4},\frac{1}{4})$，则点 A_3 的纵坐标为

（A）$\frac{-\sqrt{15}+\sqrt{3}}{8}$

（B）$\frac{\sqrt{15}-\sqrt{3}}{8}$

（C）$\frac{3\sqrt{5}-1}{8}$

（D）$\frac{3\sqrt{5}+1}{8}$



第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 已知函数 $f(x)=\log_3(x+a)$ 的图象过点 $(2,1)$，那么 $a=$____.

10. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c. 若 $a>b$，且 $\sqrt{2}a=2b\sin A$，则 $B=$____.

11. 能够说明“设 a,b 是任意非零实数. 若 $\dfrac{b}{a}>1$，则 $b>a$”是假命题的一组整数 a,b 的值依次为____.

12. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{3}=1\ (a>0)$ 的一个焦点是 $F(2,0)$，那么双曲线 C 的渐近线方程为____.

13. 已知两点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，动点 Q 满足 $\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{BQ}=0$. 若 P 为直线 $x-y+2=0$ 上一动点，则 $|PQ|$ 的最小值为____.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x|x|+2x, & x\geqslant a,\\ x, & x<a.\end{cases}$

① 若 $a=0$，则函数 $f(x)$ 的零点有____个；

② 若 $f(x)\leqslant f(1)$ 对任意的实数 x 都成立，则实数 a 的取值范围是____.

三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

15．（本小题 13 分）

已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos 2x$．

（Ⅰ）求 $f(\frac{\pi}{6})$ 的值；

（Ⅱ）求证：当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，$f(x)\geqslant -1$．

16．（本小题 13 分）

已知等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_2=b_3=4$，$a_6=b_5=16$．

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求和：$b_1+b_3+b_5+\cdots+b_{2n-1}$．

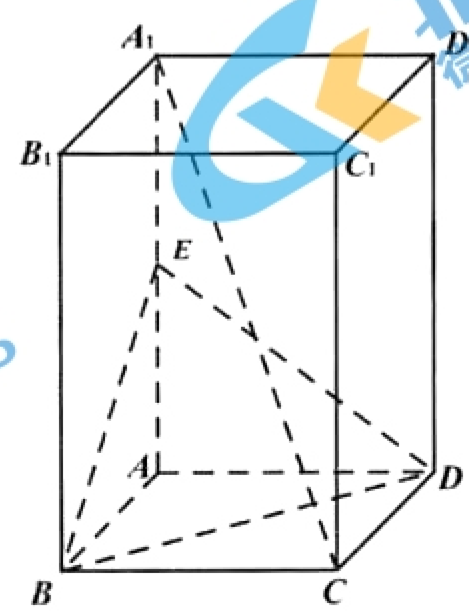
17．（本小题 14 分）

如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 为正方形，侧棱 $AA_1\perp$ 底面 $ABCD$，E 为棱 AA_1 的中点，$AB=2$，$AA_1=3$．

（Ⅰ）求证：A_1C// 平面 BDE；

（Ⅱ）求证：$BD\perp A_1C$；

（Ⅲ）求三棱锥 $A-BDE$ 的体积．



密　封　线　内　不　要　答　题

密 封 线 内 不 要 答 题

18.（本小题 13 分）

2018 年 11 月 5 日上午，首届中国国际进口博览会拉开大幕，这是中国也是世界上首次以进口为主题的国家级博览会. 本次博览会包括企业产品展、国家贸易投资展. 其中企业产品展分为 7 个展区，每个展区统计了备受关注百分比，如下表：

展区类型	智能及高端装备	消费电子及家电	汽车	服装服饰及日用消费品	食品及农产品	医疗器械及医药保健	服务贸易
展区的企业数（家）	400	60	70	650	1670	300	450
备受关注百分比	25%	20%	10%	23%	18%	8%	24%

备受关注百分比指：一个展区中受到所有相关人士关注（简称备受关注）的企业数与该展区的企业数的比值.

（Ⅰ）从企业产品展 7 个展区的企业中随机选取 1 家，求这家企业是选自“智能及高端装备”展区备受关注的企业的概率；

（Ⅱ）某电视台采用分层抽样的方法，在“消费电子及家电”展区备受关注的企业和“医疗器械及医药保健”展区备受关注的企业中抽取 6 家进行了采访，若从受访企业中随机抽取 2 家进行产品展示，求恰有 1 家来自于“医疗器械及医药保健”展区的概率.

19.（本小题 14 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右焦点为 $F(1,0)$，离心率为 $\dfrac{1}{2}$，直线 $l:y=k(x-4)\ (k\neq 0)$ 与椭圆 C 交于不同两点 M,N.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）求证：直线 MF 的倾斜角与直线 NF 的倾斜角互补.

20．（本小题13分）

已知函数 $f(x)=x-\sin x$．

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{2},f(\frac{\pi}{2}))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求证：当 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$ 时，$0<f(x)<\frac{1}{6}x^3$．

（考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效）

丰台区 2018~2019 学年度第一学期期末练习

高三数学（文科）参考答案及评分参考 2019．01

一、选择题（共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	B	D	D	A	D	C

二、填空题（共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。有两空的小题，第一空 3 分，第二空 2 分）

9．1　　10．$\frac{\pi}{4}$　　11．满足 $b<a<0$ 且 $a,b\in\mathbf{Z}$ 即可

12．$y=\pm\sqrt{3}x$　　13．$\sqrt{2}-1$　　14．2；$\left[-1-\sqrt{2},1\right]$

三、解答题（共 6 小题，共 80 分）

15．（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

所以 $f(\frac{\pi}{6})=2\sin\frac{\pi}{6}=1$． ………………6 分

（Ⅱ）证明：因为 $0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$，

所以 $-\frac{\pi}{6}\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{5\pi}{6}$．

当 $2x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}$ 时，

即 $x=0$ 时，$f(x)$ 取得最小值 -1．

所以当 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 时，$f(x)\geqslant -1$． ………………13 分

16．（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $\begin{cases}a_2=a_1+d=4,\\ a_6=a_1+5d=16,\end{cases}$ ………………2 分

所以 $\begin{cases}a_1=1,\\ d=3.\end{cases}$ ………………4 分

从而 $a_n=3n-2$． ………………6 分

（Ⅱ）因为 $\begin{cases}b_3=b_1q^2=4,\\ b_5=b_1q^4=16,\end{cases}$ ………………8 分

所以 $\begin{cases} b_1 = 1, \\ q^2 = 4. \end{cases}$ ……………… 10 分

所以 $b_{2n-1} = b_1 \cdot q^{2n-2} = (q^2)^{n-1} = 4^{n-1}$， ……………… 11 分

所以 $b_1 + b_3 + b_5 + \cdots b_{2n-1} = \dfrac{1-4^n}{1-4} = \dfrac{4^n - 1}{3}$. ……………… 13 分

17.（共 14 分）

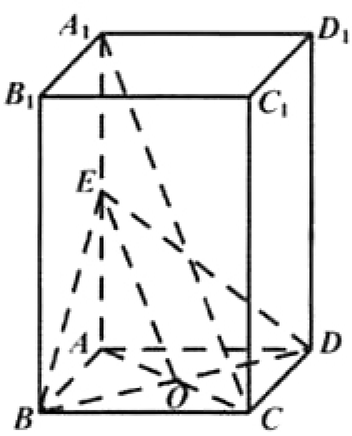
解：（Ⅰ）设 $AC \cap BD = O$， 连接 OE，

因为 ΔACA_1 中，O，E 分别为 AC， AA_1 的中点，

所以 OE 为 ΔACA_1 的中位线，即 $OE \parallel A_1C$， ……………… 2 分

因为 $A_1C \not\subset$ 平面 BDE， $OE \subset$ 平面 BDE，

所以 $A_1C \parallel$ 平面 BDE. ……………… 4 分



（Ⅱ）因为 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$， $BD \subset$ 底面 $ABCD$，

所以 $AA_1 \perp BD$， ……………… 5 分

因为 底面 $ABCD$ 为正方形，

所以 $AC \perp BD$， ……………… 6 分

因为 $AA_1 \cap AC = A$，

所以 $BD \perp$ 平面 ACC_1A_1， ……………… 8 分

因为 $A_1C \subset$ 平面 ACC_1A_1，

所以 $BD \perp A_1C$. ……………… 10 分

（Ⅲ）因为 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$ 于 A， E 为棱 DD_1 的中点，

所以 AE 为三棱锥 $E-ABD$ 的高.

因为 $AA_1=3$，

所以 $AE=\frac{3}{2}$.

因为 $AB=AD=2$，

所以 $S_{\Delta ABD}=\frac{1}{2}AB\cdot AD=2$.

所以 $V_{A-BDE}=V_{E-ABD}=\frac{1}{3}S_{\Delta ABD}\cdot AE=1$，　　………………14 分

18.（共 13 分）

解：（Ⅰ）7 个展区企业数共 400+60+70+650+1670+300+450=3600 家，

其中备受关注的智能及高端装备企业共 $400\times25\%=100$ 家，

设从各展区随机选 1 家企业，这家企业是备受关注的智能及高端装备为事件 A，

所以 $P(A)=\frac{100}{3600}=\frac{1}{36}$.　　………………5 分

（Ⅱ）消费电子及家电展区备受关注的企业有 $60\times20\%=12$ 家，医疗器械及医药保健展区备受关注的企业有 $300\times8\%=24$ 家，共 36 家.

所以抽取的 6 家企业中，来自消费电子及家电展区企业有 $12\times\frac{6}{36}=2$ 家，记为 A_1，A_2；来自医疗器械及医药保健展区企业有 $24\times\frac{6}{36}=4$ 家，记为 B_1，B_2，B_3，B_4.

抽取两家进行产品展示的企业所有可能为：

A_1A_2，A_1B_1，A_1B_2，A_1B_3，A_1B_4，A_2B_1，A_2B_2，A_2B_3，A_2B_4，B_1B_2，B_1B_3，

B_1B_4，B_2B_3，B_2B_4，B_3B_4 共 15 种；

其中满足恰有 1 家来自于医疗器械及医药保健展区的有 A_1B_1，A_1B_2，A_1B_3，A_1B_4，

A_2B_1，A_2B_2，A_2B_3，A_2B_4，共 8 种；

设恰有 1 家来自于医疗器械及医药保健展区为事件 B，

所以 $P(B)=\frac{8}{15}$.　　………………13 分

19.（共 14 分）

解：（Ⅰ）由题意得 $\begin{cases} c=1, \\ \frac{c}{a}=\frac{1}{2}, \\ a^2=b^2+c^2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=\sqrt{3}. \end{cases}$

所以椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$　　…………………5 分

（Ⅱ）设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases} y=k(x-4), \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1. \end{cases}$ 得 $(4k^2+3)x^2-32k^2x+64k^2-12=0$

依题意 $\Delta=(-32k^2)^2-4\cdot(4k^2+3)\cdot(64k^2-12)>0$，即 $0<k^2<\dfrac{1}{4}$.

则 $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{32k^2}{4k^2+3}, \\ x_1x_2=\dfrac{64k^2-12}{4k^2+3}. \end{cases}$ …………………8 分

当 $x_1=1$ 或 $x_2=1$ 时，得 $k^2=\dfrac{1}{4}$，不符合题意.

因为 $k_{MF}+k_{NF}=\dfrac{y_1}{x_1-1}+\dfrac{y_2}{x_2-1}$

$=\dfrac{k(x_1-4)}{x_1-1}+\dfrac{k(x_2-4)}{x_2-1}$

$=\dfrac{k[2x_1x_2-5(x_1+x_2)+8]}{(x_1-1)(x_2-1)}$

$=\dfrac{k\left[2\cdot\left(\dfrac{64k^2-12}{4k^2+3}\right)-5\cdot\left(\dfrac{32k^2}{4k^2+3}\right)+8\right]}{(x_1-1)(x_2-1)}$

$=0$.

所以直线 MF 的倾斜角与直线 NF 的倾斜角互补. ………………14 分

20.（共 13 分）

解：（Ⅰ）因为 $f'(x)=1-\cos x$.

所以 $f'(\frac{\pi}{2})=1$，$f(\frac{\pi}{2})=\frac{\pi}{2}-1$，

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{2},f(\frac{\pi}{2}))$ 处的切线方程 $y-\frac{\pi}{2}+1=(x-\frac{\pi}{2})$.

整理得：$x-y-1=0$ ………………4 分

（Ⅱ）先证 $f(x)>0$.

因为 $f'(x)=1-\cos x$，$x\in(0,\frac{\pi}{2})$，