

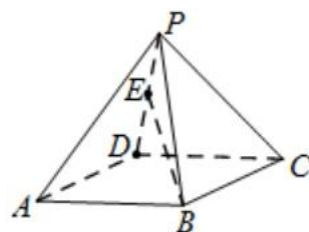
顺义一中 2023-2024 学年度第一学期高二年级 10 月考试

数学试卷

本试卷共 4 页，150 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

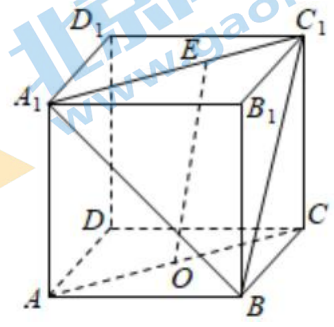
一. 单选题 (本大题共 10 小题, 共 40.0 分)

- 已知向量 $\vec{a} = (1, 2, 1)$, $\vec{b} = (-1, 0, 4)$, 则 $\vec{a} + 2\vec{b} =$ ()
 A. $(-1, 2, 9)$ B. $(-1, 4, 5)$ C. $(1, 2, -7)$ D. $(1, 4, 9)$
- 空间四边形 $ABCD$ 中, $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{c}$, 则 \vec{CD} 等于 ()
 A. $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}$ C. $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ D. $\vec{b} - \vec{a} + \vec{c}$
- 已知空间向量 $\vec{a} = (\lambda, 1, -2)$, $\vec{b} = (\lambda, 1, 1)$, 则 $\lambda = 1$ 是 $\vec{a} \perp \vec{b}$ 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- 已知向量 $\vec{a} = (-1, 2, 1)$, $\vec{b} = (3, x, y)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 那么 $|\vec{b}| =$ ()
 A. 6 B. $3\sqrt{6}$ C. 9 D. 18
- 已知 $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ 是空间的一个基底, 在下列向量中, 与向量 $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ 一定可以构成空间的另一个基底的是 ()
 A. \vec{a} B. \vec{b} C. \vec{c} D. $2\vec{a} - 3\vec{b}$
- 在空间直角坐标系中, 点 $A(2, -1, 3)$ 关于平面 xOz 的对称点为 B , 则 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ ()
 A. -10 B. 10 C. -12 D. 12
- 已知两点 $A(-3, 4)$, $B(3, 2)$, 过点 $P(1, 0)$ 的直线 l 与线段 AB 有公共点, 则直线 l 的斜率 k 的取值范围是 ()
 A. $(-1, 1)$ B. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ C. $[-1, 1]$ D. $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
- 正方体不在同一表面上的两顶点 $A(-1, 2, -1)$, $B(3, -2, 3)$, 则正方体的棱长是 ()
 A. 64 B. $4\sqrt{3}$ C. 4 D. $192\sqrt{3}$
- 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是平行四边形, 已知 $\vec{PA} = \vec{a}$, $\vec{PB} = \vec{b}$, $\vec{PC} = \vec{c}$, $\vec{PE} = \frac{1}{2}\vec{PD}$, 则 $\vec{BE} =$ ()
 A. $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ B. $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$
 C. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ D. $-\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$



10. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, O 为线段 AC 的中点, 点 E 在线段 A_1C_1 上, 则直线 OE 与平面 A_1BC_1 所成角的正弦值的取值范围是 ()

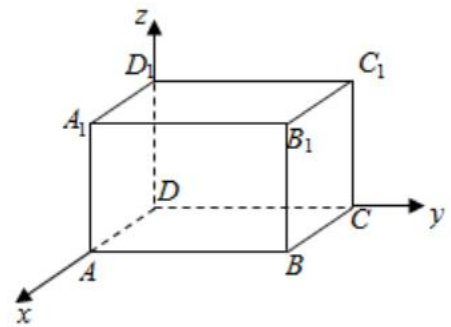
- A. $[\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$ B. $[\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}]$
 C. $[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}]$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$



二. 填空题 (本大题共 5 小题, 共 25.0 分)

11. 与 $\vec{a} = (1, 2, -2)$ 同向的单位向量 \vec{b} 是 _____.

12. 如图, 以长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点, 过 D 的三条棱所在的直线为坐标轴, 建立空间直角坐标系, 若 \vec{DB}_1 的坐标为 $(4, 3, 2)$, 则 \vec{AC}_1 的坐标是 _____.



13. 若过点 $P(1-a, 1+a)$ 和 $Q(3, 2a)$ 的直线的倾斜角 α 为钝角, 则实数 a 的取值范围为 _____.

14. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, 点 B 到直线 AC_1 的距离为 _____.

15. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 M 和 N 分别是正方形 $ABCD$ 和 BB_1C_1C 的中心, 点 P 为正方体表面上及内部的点, 若点 P 满足 $\vec{DP} = m\vec{DA} + n\vec{DM} + k\vec{DN}$, 其中 $m, n, k \in \mathbb{R}$, 且 $m+n+k=1$, 则满足条件的所有点 P 构成的图形的面积是 _____.

三. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 85.0 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. (本小题 14.0 分) 已知直线 l_1 过点 $A(1, 1), B(3, a)$, 直线 l_2 过点 $M(2, 2), N(3+a, 4)$.

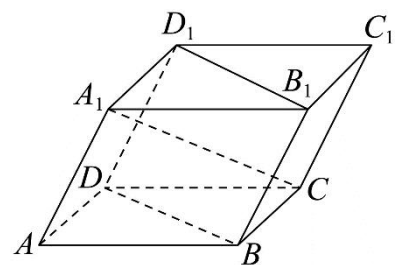
- (1) 若 $l_1 \parallel l_2$, 求 a 的值;
 (2) 若 $l_1 \perp l_2$, 求 a 的值.

17. (本小题 14.0 分) 如图, 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = AA_1 = 1$,

$\angle A_1AB = \angle A_1AD = \angle BAD = 60^\circ$, 设向量 $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$, $\vec{AA_1} = \vec{c}$.

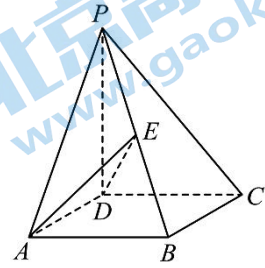
(1) 用 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 表示向量 $\vec{DB}, \vec{A_1C_1}$;

(2) 求 $|\vec{A_1C_1}|$.



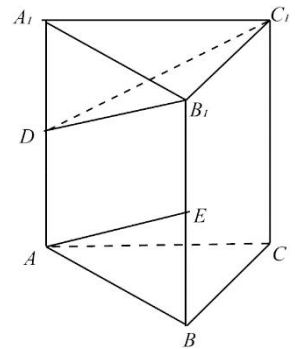
18.(本小题 15.0 分)已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD=AB=1$, E 是 PB 的中点.

- (1)求直线 BD 与直线 PC 所成角的余弦值;
- (2)求证: $PC \perp$ 平面 ADE
- (3)求点 B 到平面 ADE 的距离.



19.(本小题 14.0 分) 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BCC_1B_1 为矩形, $AC \perp$ 平面 BCC_1B_1 , $CC_1 \perp BC$, D, E 分别是棱 AA_1, BB_1 的中点.

- (1) 求证: $AE \parallel$ 平面 B_1C_1D ;
- (2) 若 $AC=BC=AA_1=2$, 求直线 AB 与平面 B_1C_1D 所成角的正弦值.



20. (本小题 14.0 分)如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=3$, $AC=6$, D, E 分别为 AC, AB 上的点, 且 $DE \parallel CB$, $DE=2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C \perp CD$, 如图 2.

- (1) 求证: $A_1C \perp$ 平面 $BCDE$;
- (2)若 M 是 A_1D 的中点, 求 CM 与 A_1BE 平面所成角的大小;
- (3) 线段 BC 上是否存在点 P , 使平面 A_1DP 与平面 A_1BE 垂直? 说明理由.

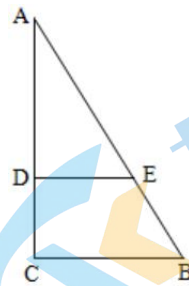


图 1

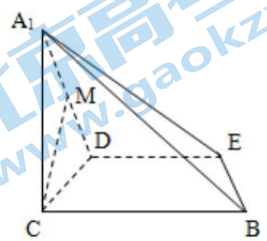
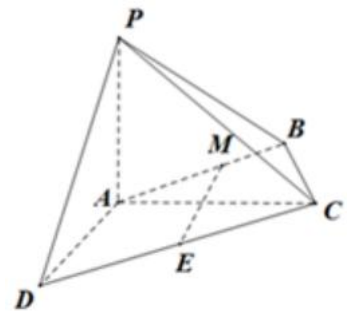


图 2

21. (本小题 14.0 分)如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AC \perp AD$, $AB \perp BC$, $\angle BCA=60^\circ$, $AP=AC=AD=2$, E 为 CD 的中点, M 在 AB 上, 且 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$.

- (1) 求证: $EM \parallel$ 平面 PAD ;
- (2) 求平面 PAD 与平面 PBC 所成角的余弦值;
- (3) 点 F 是线段 PD 上异于两端点的任意一点, 若满足异面直线 EF 与 AC 所成角 45° , 求 AF 的长.





关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 50W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数千场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。

推荐大家关注北京高考在线网站官方微信公众号：**京考一点通**，我们会持续为大家整理分享最新的高中升学资讯、政策解读、热门试题答案、招生通知等内容！

