学校:________ 班级:________ 部____班 姓名:________ 考号:________ 座号:________

试卷类型:A

山东普高大联考11月联合质量测评试题

高　三　数　学

2023.11

本卷满分150分，考试时间120分钟.

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上的对应的答题区域内.写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效.
4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\mid x^2-2x<0\}$,$B=\{x\in\mathbf{N}\mid 0\leqslant\log_2(x+1)\leqslant 2\}$,则 $A\cap B$ 的子集个数为(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 复数 z 满足 $(1+\mathrm{i})z=2\sqrt{2}$($\mathrm{i}$ 为虚数单位),则 $|z|=$(　　)

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

3. 已知圆锥的表面积为 12π,其侧面展开图的圆心角是 $\frac{2\pi}{3}$. 则圆锥的高为(　　)

A. $\sqrt{6}$　　B. $2\sqrt{6}$　　C. $3\sqrt{6}$　　D. $3\sqrt{3}$

4. 已知 $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,$\tan 2\alpha=-\frac{4}{3}$,则 $\dfrac{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(\alpha+\frac{3\pi}{4}\right)}=$(　　)

A. $-\frac{1}{3}$　　B. -3　　C. 3　　D. $\frac{1}{3}$

5. $\triangle ABC$ 中,$\cos A=-\frac{1}{2}$,$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}=-2$,则边 BC 上中线长的最小值为(　　)

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

6. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c. 已知 p:$\frac{\sin A}{\sin C}=\frac{\sin B}{\sin A}=\frac{\sin C}{\sin B}$,$q$:$\cos A=\cos B$. 则 p 是 q 的(　　)

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件
C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上有且仅有4个极大值点,则正实数 ω 的可能取值为(　　)

A. 3　　B. 5　　C. 7　　D. 9

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且 $f(x+1)-f(3-x)=0$,$f(x+1)$ 关于点 $(0,2)$ 对称,则 $f(4\,047)=$(　　)

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

二、多选题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,部分选对的得2分,有选错的得0分.

9. 已知 a,b 为正实数,且 $ab+a+b=8$,则(　　)

A. ab 的最大值为4　　B. $a+b$ 的最小值为2
C. $2^{a-b}<2^8$　　D. $\log_2 a>\log_2 b$

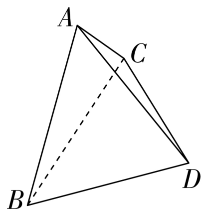
10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n,$S_1=4$,$S_2=8$,$4S_n=S_{n+1}+4S_{n-1}(n\geqslant 2)$,则下列说法正确的是(　　)

A. $S_8=512$　　B. $\{a_n\}$ 是等比数列
C. $a_n=\begin{cases}4, & n=1\\ 2^{n+1}-4, & n\geqslant 2\end{cases}$　　D. $a_n=\begin{cases}4, & n=1\\ 2^n, & n\geqslant 2\end{cases}$

11. 已知 $\log_2 x=\log_3 y=\log_5 z$,则下列不等式可能成立的是(　　)

A. $0<z<y<x<1$　　B. $1<z<y<x$
C. $0<z<x^2<y<1$　　D. $1<y<z<x^2$

12. 如图,在三棱锥 A-BCD 中,$AB=AC=3$,$\triangle BCD$ 是边长为2的正三角形,平面 $ABC\perp$ 平面 BCD,点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BA}$,$\lambda\in[0,1]$,$\mu\in[0,1]$,则(　　)



A. 当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时,$\triangle PCD$ 的面积为定值

B. 当 $\mu=0$ 时,$|DP|$ 的长度最小为 $\sqrt{3}$

C. 当 $\mu=\frac{1}{2}$ 时,存在点 P,使得 $BP\perp DP$

D. 当 $2\lambda+\mu=1$ 时,存在点 P,使得 $DP\perp$ 平面 ABC

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 已知向量 $\vec{a}=(2\lambda+1,2\lambda)$,$\vec{b}=(\lambda-1,\lambda)$,若向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 共线,则实数 λ 的值为________.

14. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$,且 $f'(x)$ 是偶函数,$f'(0)=2$,$f'(2)=0$. 写出一个满足条件的函数 $f(x)=$________.

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=-\dfrac{11}{4}$,$a_3=-\dfrac{1}{4}$,则 $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\dfrac{1}{a_4}+\dfrac{1}{a_5}=$________.

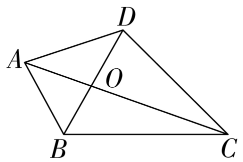
16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x}{x-1}, & x>0 \text{ 且 } x\neq 1,\\ -f(-x), & x<0 \text{ 且 } x\neq -1,\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f^2(x)-mf(x)-e^4$ 有 4 个零点. 则实数 m 的取值范围是__________.

四、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 如图,在四边形 $ABCD$ 中,BD 与 AC 交于点 O,$\cos\angle ABC<0$,且 $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin\angle BAC}$.

(1) 求 $\angle ABC$;

(2) 若 $AB=2$,$AC=2\sqrt{7}$,$\dfrac{BC}{BA}=\dfrac{CO}{AO}$,$\triangle BCD$ 的面积为 $3\sqrt{3}$,求边 CD 的长.



18. (12 分) 已知函数 $f(x)=-3x+\ln x$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若对 $\forall x\in(0,+\infty)$,$f(x)\leqslant ax^2-3x$ 恒成立. 求实数 a 的取值范围.

19. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 各项均为正数,$\{a_n\}$ 前 n 项和记为 S_n,且满足对 $\forall n\in\mathbf{N}^*$,都有 $2S_n=n^2+n$.

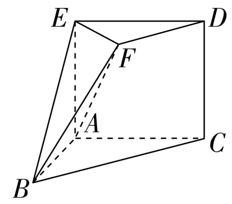
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=3^{a_n}-1$,若数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n=\dfrac{b_{n+1}+1}{b_n\cdot b_{n+1}}$,求证:$c_1+c_2+\cdots+c_n<\dfrac{3}{4}$.

20. (12 分) 如图,在多面体 $ABCDEF$ 中,四边形 $ACDE$ 是正方形,四边形 $FDBC$ 是梯形,DF 与 BC 为梯形上底与下底. $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形,直线 $AE\perp$ 平面 ABC,$AB=AC=\sqrt{2}EF=\sqrt{2}DF=2$.

(1) 求证:平面 $BFD\perp$ 平面 BEF;

(2) 求平面 ABF 与平面 EBF 夹角的余弦值.



21. (12 分) 某地区 2022 年产生的非环保垃圾排放量为 100 万吨,为了改善环境,该地政府采取了一系列整改措施. 预计从 2023 年开始,连续五年,该地区每年非环保垃圾排放量比上一年减少 10 万吨,从第六年开始,非环保垃圾排放量比上一年减少 20%.

(1) 写出该地区从 2023 年开始的年非环保垃圾排放量与治理年数 $n\,(n\in\mathbf{N}^*)$ 之间的关系式;

(2) 设 M_n 为从 2023 年开始 n 年内非环保垃圾排放量的年平均值,如果年平均值呈逐年下降趋势,则认为现有的整改措施是有效的;否则,认为无效,试判断现有的整改措施是否有效,并说明理由.

22. (12 分) 已知函数 $f(x)=e^{x+\ln 2}$,$g(x)=2\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

(1) 证明:$\forall x\in\left(-\dfrac{\pi}{4},+\infty\right)$,$f(x)\geqslant g(x)$ 恒成立;

(2) 若对 $\forall x\in\left(-\dfrac{\pi}{4},+\infty\right)$,不等式 $f(x)+g(x)\geqslant 2ax+4\,(a\in\mathbf{R})$ 恒成立,求 a.