2024 年高考数学仿真模拟卷(六)（新高考专用）

(时间：120 分钟　满分：150 分)

一、选择题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．(2023·大连模拟)已知集合 M，N 满足 $M=M\cup N$，则(　　)

A．$M\subseteq N$　　B．$N\subseteq M$　　C．$N\in M$　　D．$M\in N$

2．(2023·汕头模拟)已知复数 z 的共轭复数 $\overline{z}=\dfrac{3+i}{3-i}$，则复数 z 在复平面内对应的点位于(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．(2023·邯郸模拟)向量 $\boldsymbol{m}$，$\boldsymbol{n}$ 满足 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=5$，且 $\boldsymbol{m}=(-1,3)$，则 $\boldsymbol{n}$ 在 $\boldsymbol{m}$ 上的投影向量为(　　)

A.$\left(-5,\dfrac{5}{3}\right)$　　B.$\left(-10,\dfrac{3}{10}\right)$　　C.$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$　　D.$\left(-\dfrac{\sqrt{10}}{5},\dfrac{3\sqrt{10}}{5}\right)$

4．(2023·抚顺模拟)已知 $a=\log_5 3$，$b=0.2^{-0.3}$，$c=\log_{\frac{1}{6}}\dfrac{1}{2}$，则(　　)

A．$c<a<b$　　B．$a<b<c$　　C．$c<b<a$　　D．$b<c<a$

5．(2023·菏泽模拟)足球是一项大众喜爱的运动，为了解喜爱足球是否与性别有关，随机抽取了若干人进行调查，抽取女性人数是男性人数的 2 倍，男性喜爱足球的人数占男性人数的$\dfrac{5}{6}$，女性喜爱足球的人数占女性人数的$\dfrac{1}{3}$，若本次调查得出“根据小概率值$\alpha=0.005$ 的独立性检验，认为喜爱足球与性别有关”的结论，则被调查的男性人数至少为 (　　)

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

α	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

A.10　　B．11　　C．12　　D．13

6．(2023·福建统考)已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$，左、右焦点分别为 F_1，F_2，F_2 关于 C 的一条渐近线的对称点为 P.若$|PF_1|=2$，则$\triangle PF_1F_2$ 的面积为(　　)

A．2　　B.$\sqrt{5}$　　C．3　　D．4

7.(2023·杭州模拟)已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)(\omega>0)$在$\left(\dfrac{\pi}{3},\pi\right)$上恰有 1 个零点，则$\omega$的取值范围是(　　)

A.$\left(0,\dfrac{2}{3}\right)\cup\left[\dfrac{5}{3},\dfrac{8}{3}\right]$　　B.$\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{5}{3}\right]\cup\left[2,\dfrac{8}{3}\right]$

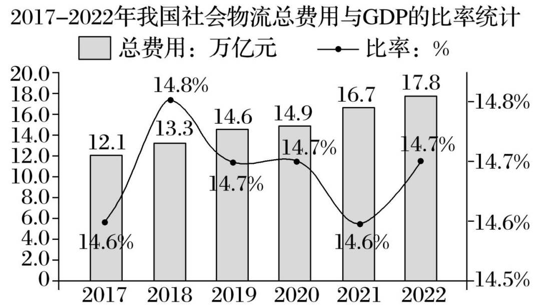
C.$\left[\dfrac{5}{3},2\right)\cup\left[\dfrac{8}{3},\dfrac{11}{3}\right]$　　D．$(0,2]\cup\left[\dfrac{8}{3},\dfrac{11}{3}\right]$

8．已知直角梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$\angle B=90°$，$AB=4$，$CD=2$，$BC=2\sqrt{3}$，点 M 在边 AD 上．将$\triangle ABM$ 沿 BM 折成锐二面角 $A'-BM-C$，点 A'，M，B，C，D 均在球 O 的表面上，当直线 $A'B$ 和平面 $MBCD$ 所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$时，球 O 的表面积为(　　)

A.$\dfrac{32}{3}\pi$　　B.$\dfrac{25\sqrt{3}}{3}\pi$　　C.$\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　　D.$\dfrac{52}{3}\pi$

二、选择题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求的．全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分)

9．(2023·聊城模拟)随着国民经济的快速发展和人民生活水平的不断提高，我国社会物流需求不断增加，物流行业前景广阔．社会物流总费用与 GDP 的比率是反映地区物流发展水平的指标，下面是 2017－2022 年我国社会物流总费用与 GDP 的比率统计，则(　　)



A．2018－2022 这 5 年我国社会物流总费用逐年增长且 2021 年增长的最多

B．2017－2022 这 6 年我国社会物流总费用的 70%分位数为 14.9 万亿元

C．2017－2022 这 6 年我国社会物流总费用与 GDP 的比率的极差为 0.2%

D．2022 年我国的 GDP 超过了 121 万亿元

10．(2023·淮北模拟)设 a，b 为两个正数，定义 a，b 的算术平均数为 $A(a，b)=\dfrac{a+b}{2}$，几何平均数为 $G(a,b)=\sqrt{ab}$.上个世纪五十年代，美国数学家 D.H.Lehmer 提出了“Lehmer 均值”，即 $L_p(a，b)=\dfrac{a^p+b^p}{a^{p-1}+b^{p-1}}$，其中 p 为有理数．下列结论正确的是(　　)

A．$L_{0.5}(a，b)\leqslant L_1(a，b)$　　B．$L_0(a，b)\leqslant G(a，b)$

C．$L_2(a，b)\leqslant A(a，b)$　　D．$L_{n+1}(a，b)\leqslant L_n(a，b)$

11．(2023·济南模拟)抛物线 $y^2=2px(p>0)$的准线为 l，焦点为 F，且经过点 $A(1,2)$，点 A 关于直线 l 的对称点为点 M，设抛物线上一动点 P 到直线 $x=-2$ 的距离为 d，则(　　)

A．$p=4$

B．$|PM|+d$ 的最小值为 $2\sqrt{5}+1$

C．直线 AF 与抛物线相交所得弦的长度为 4

D．过点 M 且与抛物线有且只有一个公共点的直线共有两条

12．(2023·马鞍山模拟)已知函数 $f(x)=(x^2+x)e^x+\ln x$ 的零点为 x_0，下列判断正确的是(　　)

A．$x_0<\dfrac{1}{2}$　　B．$x_0>\dfrac{1}{e}$

C．$e^{x_0}+\ln x_0<0$　　D．$x_0+\ln x_0<0$

三、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13．(2023·福建统考)已知$\{a_n\}$是单调递增的等比数列，$a_4+a_5=24$，$a_3a_6=128$，则公比 q 的值是________.

14．(2023·杭州模拟)已知 $\sin\theta+\cos\theta=2\sin\alpha$，$\sin\theta\cos\theta=\sin^2\beta$，则 $4\cos^2 2\alpha-\cos^2 2\beta=$________.

15．(2023·福州模拟)某市文明办积极创建全国文明典范城市，号召志愿者深入开展交通督导、旅游宣传、洁净家园、秩序维护 4 项志愿服务．现有 6 组志愿者服务队，若每组参与一项志愿服务，每项志愿服务至少有 1 组参与，其中甲组志愿服务队不参与旅游宣传志愿服务，则不同的参与方式共有__________种.

16．(2023·宁波模拟)正四面体 $ABCD$ 的棱长为 3，P 在棱 AB 上，且满足$\overrightarrow{BA}=3\overrightarrow{BP}$，记四面体 $ABCD$ 的内切球为球 O_1，四面体 $PBCD$ 的外接球为球 O_2，则 $O_1O_2=$________.

四、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

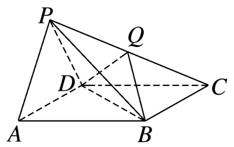
17．(10 分)已知$\triangle ABC$ 的三个角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $2\cos(B-C)\cos A+\cos 2A=1+2\cos A\cos(B+C)$.

(1)若 $B=C$，求 A；

(2)求$\dfrac{b^2+c^2}{a^2}$的值.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。

18．(12 分)(2023·湖南师大附中模拟)如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是平行四边形，侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形，$AB=BD=\sqrt{7}$，$PB=3$.



(1)求证：平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$；

(2)设 Q 是棱 PC 上的点，当 $PA\parallel$ 平面 BDQ 时，求平面 BDQ 与平面 ABD 夹角的余弦值.

19．(12 分)(2023·绍兴模拟)2023 年是全面贯彻落实党的二十大精神的开局之年，也是实施“十四五”规划承上启下的关键之年，今年春季以来，各地出台了促进经济发展的各种措施，经济增长呈现稳中有进的可喜现象．服务业的消费越来越火爆，某地一些超市也纷纷加大了广告促销．现随机抽取 7 家超市，得到其广告支出 x(单位：万元)与销售额 y(单位：万元)数据如下：

超市	A	B	C	D	E	F	G
广告支出 x	1	2	4	6	10	13	20
销售额 y	19	32	44	40	52	53	54

(1)建立 y 关于 x 的经验回归方程(系数精确到 0.01)；

(2)若将超市的销售额 y 与广告支出 x 的比值称为该超市的广告效率值 μ，当 $\mu\geqslant 10$ 时，称该超市的广告为“好广告”．从这 7 家超市中随机抽取 4 家超市，记这 4 家超市中“好广告”的超市数为 X，求 X 的分布列与期望.

参考数据：$\sum\limits_{i=1}^{7}x_iy_i=2\ 788$，$\sum\limits_{i=1}^{7}x_i^2=726$，$\sum\limits_{i=1}^{7}y_i^2=13\ 350$，经验回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$.

20．(12 分)(2023·汕头模拟)已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=3$，且 $a_na_{n+1}^2-2(a_n^2-1)a_{n+1}-a_n=0$，$n\in\mathbf{N}^*$.

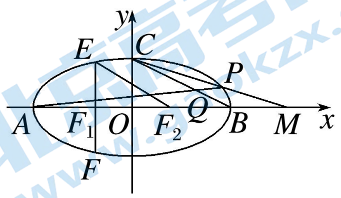
(1)设 $b_n=a_n-\dfrac{1}{a_n}$，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $S_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$，$T_n=\dfrac{1}{a_1^2}+\dfrac{1}{a_2^2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n^2}$，求 S_n+T_n，并确定最小正整数 n，使得 S_n+T_n 为整数.

21．(12 分)如图，椭圆 Γ：$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(0<b<4)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 A，B，C 分别为椭圆 Γ 的左、右顶点和上顶点，O 为坐标原点，过点 F_1 的直线 l 交椭圆 Γ 于 E，F 两点，线段 EF_2 的中点为 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$.点 P 是 Γ 上在第一象限内的动点，直线 AP 与直线 BC 相交于点 Q，直线 CP 与 x 轴相交于点 M.

(1)求椭圆 Γ 的方程；

(2)设 $\triangle OCQ$ 的面积为 S_1，$\triangle OCM$ 的面积为 S_2，求 $S_1\cdot S_2$ 的值.



22．(12 分)(2023·青岛模拟)已知函数 $f(x)=\dfrac{b\sin x+c}{a^x}(a>0，a\neq 1)$，当 $a=\mathrm{e}$，$b=1$ 时，曲线 $y=f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线与 x 轴平行.

(1)求 c 的值；

(2)当 $x\in[0，\pi]$ 时，$f(x)\leqslant 1$，证明：$a\geqslant \mathrm{e}b$.

关注北京高考在线官方微信：京考一点通（微信号:bjgkzx），获取更多试题资料及排名分析信息。