南充市高 2024 届高考适应性考试（零诊）

理科答案及评分细则

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
选项	B	C	D	C	A	A	D	B	B	D	D	B

二、填空题

13. $[-1,+\infty)$　　14. 8　　15. 1　　16. $\dfrac{17\pi}{2}$

三、解答题

（一）必考题

17. 解：（Ⅰ）$f(x)=\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}=2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin 2x=1+\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)+1$

……………………………………………3 分

由 $-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x+\dfrac{\pi}{6}\le\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$ 得

$-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\le x\le\dfrac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$　……………………………………5 分

$f(x)$ 的单调递增区间是 $\left[-\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right],k\in Z$　………………………………6 分

（Ⅱ）$f(C)=2\sin\left(2C+\dfrac{\pi}{6}\right)+1=3\Rightarrow\sin\left(2C+\dfrac{\pi}{6}\right)=1$

$C\in(0,\pi)$，则 $2C+\dfrac{\pi}{6}\in\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{13\pi}{6}\right)$，所以 $2C+\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow C=\dfrac{\pi}{6}$　……………8 分

由余弦定理有 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，即 $1=(a+b)^2-\left(2+\sqrt{3}\right)ab=(a+b)^2-2\sqrt{3}\times\left(2+\sqrt{3}\right)$

解得 $a+b=2+\sqrt{3}$　………………………………………11 分

故 ΔABC 的周长为 $3+\sqrt{3}$　………………………………………12 分

18. 解：（Ⅰ）由已知 $K^2=\dfrac{200\times(80\times40-40\times40)^2}{120\times80\times80\times120}=\dfrac{50}{9}\approx 5.556<6.635$　………………3 分

故没有 99%的把握认为“外国运动员对唐装感兴趣与性别有关”　………………4 分

（Ⅱ）按分层抽样的方法抽取 6 名对唐装有兴趣的运动员，则其中男性运动员 4，

女性运动员 2 名，则 $X=1,2,3$　…………………………………6 分

$P(X=1)=\dfrac{C_4^1C_2^2}{C_6^3}=\dfrac{1}{5}$，$P(X=2)=\dfrac{C_4^2C_2^1}{C_6^3}=\dfrac{3}{5}$，$P(X=3)=\dfrac{C_4^3}{C_6^3}=\dfrac{1}{5}$ ……………9 分

X 的分布列如下表

X	1	2	3
P	$\dfrac{1}{5}$	$\dfrac{3}{5}$	$\dfrac{1}{5}$

……………………………10 分

$E(X)=1\times\dfrac{1}{5}+2\times\dfrac{3}{5}+3\times\dfrac{1}{5}=2$ ……………………………12 分

19. 解：（Ⅰ）O、F 分别是 AB、BC 中点，连接 OF，则 $OF//AC$

$OF\not\subset$ 平面 ACE，$AC\subseteq$ 平面 ACE，则 $OF//$ 平面 ACE ……………………3 分

四边形 $AODE$ 是矩形，$OD//AE$，同理有 $OD//$ 平面 ACE ……………………4 分

又 $OF\cap OD=O$，故平面 $ODF//$ 平面 ACE

又 $DF\subseteq$ 平面 $ODF//$，故 $DF//$平面 ACE ……………………………5 分

（Ⅱ）在圆锥 DO 中，$DO\perp$ 平面 ABC，则平面 $ABDE\perp$ 平面 ABC

平面 $ABDE\cap$ 平面 $ABC=AB$，作 $CG\perp AB$ 于点 G，连接 DG

则 $CG\perp ABDE$，DG 是 CD 在平面 $ABDE$ 上的射影，$\angle CDG$ 是直线 CD 与平面 $ABDE$ 所成的角

……………………………………………8 分

在直角三角形 ABC 中，$AB=2$，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，则 $AC=1$，$BC=\sqrt{3}$，$CG=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$DO\perp$ 平面 ABC，$AE//DO$，则 $AE\perp$ 平面 ABC，在直角三角形 ACE 中，$AC=1$，

$\angle ACE=\dfrac{\pi}{3}$，则 $AE=\sqrt{3}$，$DO=\sqrt{3}$，$CD=2$ ……………………10 分

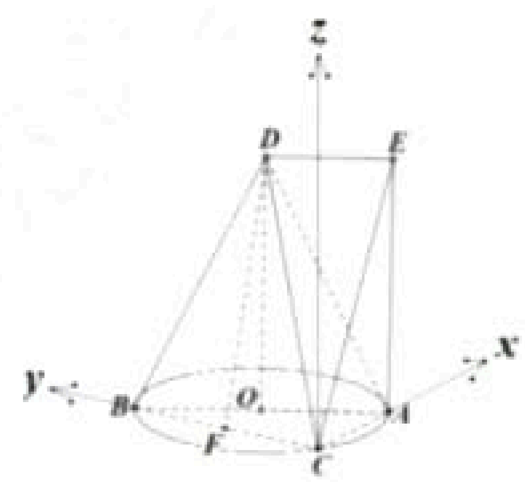
在直角三角形 CDG 中，$\sin\angle CDG=\dfrac{CG}{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，

故 $\cos\angle CDG=\sqrt{1-\sin^2\angle CDG}=\dfrac{\sqrt{13}}{4}$，即直线 CD 与平面 $ABDE$ 所成角的余弦为 $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$

……………………………………………12 分

另：(Ⅱ)在圆锥 DO 中，$DO\perp$ 平面 ABC，在直角三角形 ABC 中，$AB=2$，$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，则 $AC=1$，

$BC=\sqrt{3}$，在直角三角形 ACE 中，$AC=1$，$\angle ACE=\dfrac{\pi}{3}$，则 $AE=\sqrt{3}$，$DO=\sqrt{3}$，建立如图所示的空间直角坐标系，



则 $C(0,0,0),A(1,0,0),A\left(0,\sqrt{3},0\right),O\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},0\right),D\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3}\right),E\left(1,0,\sqrt{3}\right)$

$\overrightarrow{CD}=\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},\sqrt{3}\right),\overrightarrow{AB}=\left(-1,\sqrt{3},0\right),\overrightarrow{AE}=\left(0,0,\sqrt{3}\right)$ ……………7 分

设 $\vec{m}=\left(x,y,z\right)$ 是平面 $ABDE$ 的法向量，则 $\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=-x+\sqrt{3}y=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AE}=\sqrt{3}z=0\end{cases}$

令 $x=\sqrt{3}$ 得 $\vec{m}=\left(\sqrt{3},1,0\right)$ ………………………………………9 分

设直线 CD 与平面 $ABDE$ 所成角为 θ，则 $\sin\theta=\left|\cos\left\langle\vec{m},\overrightarrow{CD}\right\rangle\right|=\left|\frac{\vec{m}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\vec{m}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CD}\right|}\right|=\frac{\sqrt{3}}{4}$ ……11 分

$\cos\theta=\sqrt{1-\sin^2\theta}=\frac{\sqrt{13}}{4}$ ………………………………………12 分

20. 解：（Ⅰ）因为 $\angle AOx=\theta\left(0\le\theta<2\pi\right)$，所以 $A\left(2\cos\theta,2\sin\theta\right),B\left(\cos\theta,\sin\theta\right)$，

设 $M\left(x,y\right)$，则 $\begin{cases}x=2\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 是参数），消去 θ 得 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$

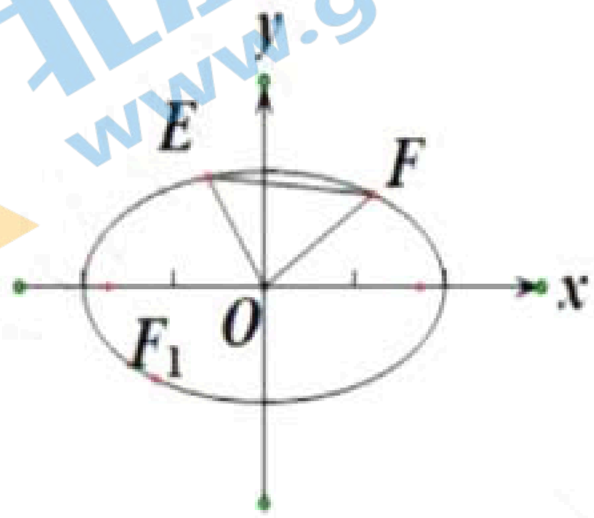
即曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ ………………………………4 分

（Ⅱ）当直线 OE 或 OF 的斜率不存在时，易得 $S_{\Delta EOF}=1$ ………………5 分

当直线 OE 和 OF 的斜率都存在时，设 $l_{OE}:y=kx\left(k\neq0\right)$，$E\left(x_1,y_1\right)$，

则 $l_{OF}:y=-\frac{x}{k}$

由 $\begin{cases}y=kx\\ x^2+4y^2=4\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1^2=\frac{4}{1+4k^2}\\ y_1^2=\frac{4k^2}{1+4k^2}\end{cases}$



$\left|OE\right|=\sqrt{x_1^2+y_1^2}=\sqrt{\frac{4\left(1+k^2\right)}{4k^2+1}}$ ……………7 分

同理可得 $\left|OF\right|=\sqrt{\frac{4\left(1+\frac{1}{k^2}\right)}{\frac{4}{k^2}+1}}=\sqrt{\frac{4\left(k^2+1\right)}{k^2+4}}$ ……………………………8 分

$S_{\Delta EOF}=\frac{1}{2}|OE|\cdot|OF|=2\sqrt{\frac{(k^2+1)^2}{(k^2+4)(4k^2+1)}}$，令 $t=k^2+1>1$

$S_{\Delta EOF}=2\sqrt{\frac{t^2}{4t^2+9t-9}}=2\sqrt{\frac{1}{-\frac{9}{t^2}+\frac{9}{t}+4}}=2\sqrt{\frac{1}{-9\left(\frac{1}{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}}}\in\left[\frac{4}{5},1\right)$ …………11 分

故 $S_{\Delta EOF}\in\left[\frac{4}{5},1\right]$ ……………………………………………12 分

21. 解：（Ⅰ） $f'(x)=\frac{1}{x}-a-\frac{1-a}{x^2}=-\frac{(x-1)[ax+(a-1)]}{x^2}(x>0)$ ……………………1 分

当 $a\geq\frac{1}{2}$ 时，$-1<\frac{1}{a}-1\leq1$，$f'(x)=-\frac{(x-1)\left[x-\left(\frac{1}{a}-1\right)\right]}{x^2}(x>0)$

若 $\frac{1}{a}-1\leq0$ 即 $a\geq1$，由 $f'(x)>0$ 得 $0<x<1$，由 $f'(x)<0$ 得 $x>1$

若 $0<\frac{1}{a}-1<1$ 即 $\frac{1}{2}<a<1$，由 $f'(x)>0$ 得 $\frac{1}{a}-1<x<1$，由 $f'(x)<0$ 得 $0<x<\frac{1}{a}-1$ 或 $x>1$

若 $\frac{1}{a}-1=1$ 即 $a=\frac{1}{2}$，$f'(x)=-\frac{(x-1)^2}{2x^2}\leq0$

故 $a\geq1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减；

$\frac{1}{2}<a<1$ 时，$f(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{a}-1\right)$ 上单调递减，在 $\left(\frac{1}{a}-1,1\right)$ 上单调递增，在 $(1,+\infty)$ 上单调递减

$a=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减 ……………………………4 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知，$a=2$ 时，$f(x)=\ln x-2x-\frac{1}{x}-1$ 在 $(0,1)$ 上单调递增，在 $(1,2)$ 上单调递减，$f_{\max}(x_1)=f(1)=-4$，

故 $g(x)=x^2-2bx+4\leq-4$ 对任意 $x\in[3,5]$ 恒成立

即 $2b\geq x+\frac{8}{x}$ 对任意 $x\in[3,5]$ 恒成立

$y=x+\frac{8}{x}$ 在 $[3,5]$ 上单调递增，$2b\geq5+\frac{8}{5}\Rightarrow b\geq\frac{33}{10}$ ……………………7 分

（Ⅲ）当 $x\in[0,+\infty)$ 时，恒有 $f(x+1)+\frac{a-1}{x+1}+a+1\leq0$ 成立

即 $\ln(x+1)-ax\le 0$ 对任意 $x\in[0,+\infty)$ 恒成立 ……………………………………8 分

令 $h(x)=\ln(x+1)-ax, x\ge 0$，$h'(x)=\dfrac{1}{x+1}-a$

当 $a\ge 1$ 时，$x\ge 0\Rightarrow 0<\dfrac{1}{x+1}\le 1$，$h'(x)\le 0$，$h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，$h(x)\le h(0)=0$，满足题意

当 $0<a<1$ 时，$h(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{1}{a}-1\right)$ 上单调递增，当 $x\in\left[0,\dfrac{1}{a}-1\right)$ 时，$h(x)\ge h(0)=0$

当 $a\le 0$ 时，$h(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，$h(x)\ge h(0)=0$

故 $a\in[1,+\infty)$ ……………………………………………………………………………………12 分

注：若用洛必达法则做第（III）问，扣 2 分

（二）选考题

22.解：（Ⅰ）由 $y=4t$ 得 $t=\dfrac{y}{4}$，代入 $x=4t^2$ 有 $x=\dfrac{y^2}{4}$，曲线 C_1 的普通方程为 $y^2=4x$ ……2 分

由 $\sqrt{2}\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ 得 $\sqrt{2}\rho\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta\right)=-1$

即 $\rho\sin\theta-\rho\cos\theta=-1$，直线 l 的直角坐标方程为 $x-y-1=0$ ……………………5 分

（Ⅱ）点 $P(0,-1)$ 在直线 l 上，设直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \\ y=-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$（$t$ 为参数），代入 $y^2=4x$ 得

$t^2-6\sqrt{2}t+2=0$ ……………………………………………………………………………7 分

设点 M、N 对应的参数分别为 t_1、t_2，则 $t_1+t_2=6\sqrt{2}$，$t_1t_2=2$ ……………………8 分

$\left|\dfrac{1}{|PM|}-\dfrac{1}{|PN|}\right|=\left|\dfrac{1}{|t_1|}-\dfrac{1}{|t_2|}\right|=\dfrac{|t_1-t_2|}{|t_1t_2|}=\dfrac{\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}}{|t_1t|}=4$ ……………………………10 分

23.解：（Ⅰ）当 $m=-5$ 时，$f(x)\le 8\Leftrightarrow |x-5|+2|x-1|\le 8$

即 $\begin{cases} x\le 1 \\ 5-x+2-2x\le 8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 1<x\le 5 \\ 5-x+2x-2\le 8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x>5 \\ x-5+2x-2\le 8 \end{cases}$

解得 $-\dfrac{1}{3}\le x\le 5$，原不等式的解集为 $\left[-\dfrac{1}{3},5\right]$ ……………………………………5 分

（Ⅱ）$f(x)<3$ 的解集包含 $[0,1]$，即 $\forall x\in[0,1]$，$f(x)<3$ 恒成立.

$|x+m|+2-2x<3 \Leftrightarrow -3x-1<m<x+1$

$(-3x-1)_{\max}<m<(x+1)_{\min}$

所以 $m\in(-1,1)$ ……………………………………………………10 分