2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学试题参考答案（B卷）

选择题答案

一、选择题

1．C　　2．C　　3．D　　4．A　　5．C　　6．B

7．D　　8．B　　9．D　　10．C　　11．B　　12．A

非选择题答案

二、填空题

13．1　　14．5　　15．$y=2x$　　16．7

三、解答题

17．解：

（1）由试加工产品等级的频数分布表知，

甲分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为$\frac{40}{100}=0.4$；

乙分厂加工出来的一件产品为A级品的概率的估计值为$\frac{28}{100}=0.28$．

（2）由数据知甲分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

利润	65	25	−5	−75
频数	40	20	20	20

因此甲分厂加工出来的100件产品的平均利润为

$$\frac{65\times40+25\times20-5\times20-75\times20}{100}=15．$$

由数据知乙分厂加工出来的100件产品利润的频数分布表为

利润	70	30	0	−70
频数	28	17	34	21

因此乙分厂加工出来的100件产品的平均利润为

$$\frac{70\times28+30\times17+0\times34-70\times21}{100}=10．$$

比较甲、乙两分厂加工的产品的平均利润，应选甲分厂承接加工业务．

18. **解**:

（1）由题设及余弦定理得 $28=3c^2+c^2-2\times\sqrt{3}c^2\times\cos150^\circ$.

解得 $c=-2$（舍去），$c=2$，从而 $a=2\sqrt{3}$.

$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\times\sin150^\circ=\sqrt{3}$.

（2）在 $\triangle ABC$ 中，$A=180^\circ-B-C=30^\circ-C$，所以

$$\sin A+\sqrt{3}\sin C=\sin(30^\circ-C)+\sqrt{3}\sin C=\sin(30^\circ+C).$$

故 $\sin(30^\circ+C)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

而 $0^\circ<C<30^\circ$，所以 $30^\circ+C=45^\circ$，故 $C=15^\circ$.

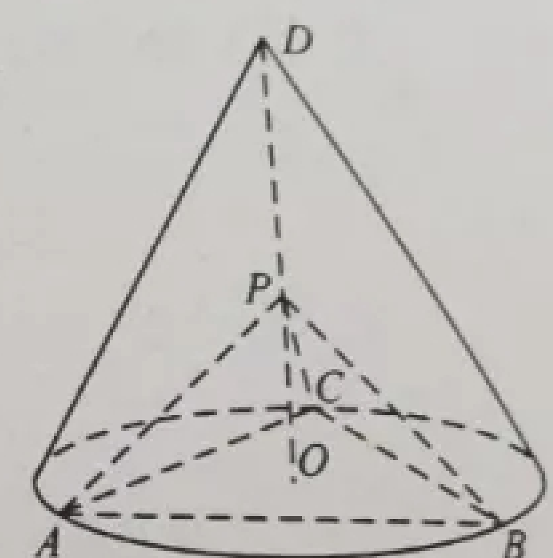
19. **解**:

（1）由题设可知，$PA=PB=PC$.

由于 $\triangle ABC$ 是正三角形，故可得 $\triangle PAC\cong\triangle PAB$，$\triangle PAC\cong\triangle PBC$.

又 $\angle APC=90^\circ$，故 $\angle APB=90^\circ$，$\angle BPC=90^\circ$.

从而 $PB\perp PA$，$PB\perp PC$，故 $PB\perp$ 平面 PAC，所以平面 $PAB\perp$ 平面 PAC.



（2）设圆锥的底面半径为 r，母线长为 l.

由题设可得 $rl=\sqrt{3}$，$l^2-r^2=2$.

解得 $r=1$，$l=\sqrt{3}$.

从而 $AB=\sqrt{3}$. 由（1）可得 $PA^2+PB^2=AB^2$，故 $PA=PB=PC=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

所以三棱锥 $P-ABC$ 的体积为

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times PA\times PB\times PC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times(\frac{\sqrt{6}}{2})^3=\frac{\sqrt{6}}{8}.$$

20. **解**:

（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x-x-2$，则 $f'(x)=e^x-1$.

当 $x<0$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f'(x)>0$.

所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 单调递减，在 $(0,+\infty)$ 单调递增.

（2）$f'(x)=e^x-a$.

当 $a\leqslant 0$ 时，$f'(x)>0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递增，故 $f(x)$ 至多存在1个零点，不合题意.

当 $a>0$ 时，由 $f'(x)=0$ 可得 $x=\ln a$．当 $x\in(-\infty,\ln a)$ 时，$f'(x)<0$；当 $x\in(\ln a,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$．所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 单调递减，在 $(\ln a,+\infty)$ 单调递增，故当 $x=\ln a$ 时，$f(x)$ 取得最小值，最小值为 $f(\ln a)=-a(1+\ln a)$.

（i）若 $0<a\leqslant\frac{1}{e}$，则 $f(\ln a)\geqslant 0$，$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 至多存在1个零点，不合题意.

（ii）若 $a>\frac{1}{e}$，则 $f(\ln a)<0$.

由于 $f(-2)=e^{-2}>0$，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,\ln a)$ 存在唯一零点.

由（1）知，当 $x>2$ 时，$e^x-x-2>0$，所以当 $x>4$ 且 $x>2\ln(2a)$ 时，

$$
\begin{aligned}
f(x)&=e^{\frac{x}{2}}\cdot e^{\frac{x}{2}}-a(x+2)\\
&>e^{\ln(2a)}\cdot(\frac{x}{2}+2)-a(x+2)\\
&=2a\\
&>0.
\end{aligned}
$$

故 $f(x)$ 在 $(\ln a,+\infty)$ 存在唯一零点．从而 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 有两个零点.

综上，a 的取值范围是 $(\frac{1}{e},+\infty)$.

21．**解**：

（1）由题设得 $A(-a,0)$，$B(a,0)$，$G(0,1)$.

则 $\overrightarrow{AG}=(a,1)$，$\overrightarrow{GB}=(a,-1)$．由 $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$ 得 $a^2-1=8$，即 $a=3$.

所以 E 的方程为 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$.

（2）设 $C(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，$P(6,t)$．

若 $t\neq 0$，设直线 CD 的方程为 $x=my+n$，由题意可知 $-3<n<3$．

由于直线 PA 的方程为 $y=\frac{t}{9}(x+3)$，所以 $y_1=\frac{t}{9}(x_1+3)$．

直线 PB 的方程为 $y=\frac{t}{3}(x-3)$，所以 $y_2=\frac{t}{3}(x_2-3)$．

可得 $3y_1(x_2-3)=y_2(x_1+3)$．

由于 $\frac{x_2^2}{9}+y_2^2=1$，故 $y_2^2=-\frac{(x_2+3)(x_2-3)}{9}$，可得 $27y_1y_2=-(x_1+3)(x_2+3)$，即

$$(27+m^2)y_1y_2+m(n+3)(y_1+y_2)+(n+3)^2=0. \quad ①$$

将 $x=my+n$ 代入 $\frac{x^2}{9}+y^2=1$ 得

$$(m^2+9)y^2+2mny+n^2-9=0.$$

所以 $y_1+y_2=-\frac{2mn}{m^2+9}$，$y_1y_2=\frac{n^2-9}{m^2+9}$．

代入①式得 $(27+m^2)(n^2-9)-2m(n+3)mn+(n+3)^2(m^2+9)=0$．

解得 $n=-3$（舍去），$n=\frac{3}{2}$．

故直线 CD 的方程为 $x=my+\frac{3}{2}$，即直线 CD 过定点 $(\frac{3}{2},0)$．

若 $t=0$，则直线 CD 的方程为 $y=0$，过点 $(\frac{3}{2},0)$．

综上，直线 CD 过定点 $(\frac{3}{2},0)$．

22. **解：**

（1）当 $k=1$ 时，C_1: $\begin{cases}x=\cos t,\\ y=\sin t,\end{cases}$ 消去参数 t 得 $x^2+y^2=1$，故曲线 C_1 是圆心为坐标原点，半径为1的圆．

（2）当 $k=4$ 时，C_1: $\begin{cases}x=\cos^4 t,\\ y=\sin^4 t,\end{cases}$ 消去参数 t 得 C_1 的直角坐标方程为 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$．

C_2 的直角坐标方程为 $4x-16y+3=0$．

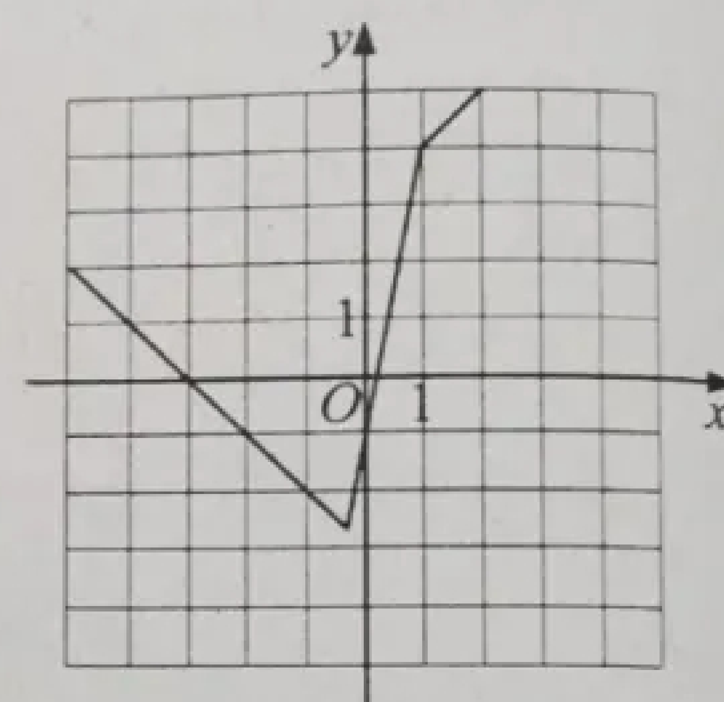
由$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=1,\\4x-16y+3=0\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=\dfrac{1}{4},\\y=\dfrac{1}{4}.\end{cases}$

故C_1与C_2的公共点的直角坐标为$(\frac{1}{4},\frac{1}{4})$.

23．解：

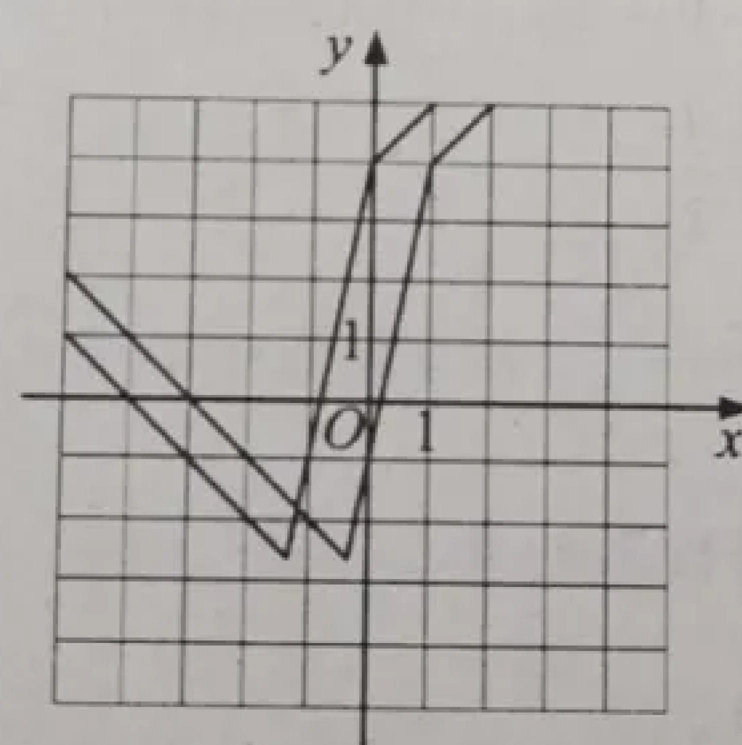
（1）由题设知

$$f(x)=\begin{cases}-x-3, & x\leqslant-\dfrac{1}{3},\\5x-1, & -\dfrac{1}{3}<x\leqslant1,\\x+3, & x>1.\end{cases}$$



$y=f(x)$的图像如图所示.

（2）函数$y=f(x)$的图像向左平移 1 个单位长度后得到函数$y=f(x+1)$的图像.



$y=f(x)$的图像与$y=f(x+1)$的图像的交点坐标为$(-\frac{7}{6},-\frac{11}{6})$.

由图像可知当且仅当$x<-\frac{7}{6}$时，$y=f(x)$的图像在$y=f(x+1)$的图像上方.

故不等式$f(x)>f(x+1)$的解集为$(-\infty,-\frac{7}{6})$.