

2023 北京三十五中高高一 3 月月考

数 学

试卷说明：试卷分值 120 分，考试时间 90 分钟

I 卷

一. 选择题（共 10 个小题，每题 5 分，共 50 分. 每小题只有一个正确选项，请选择正确答案填在机读卡相应的题号处）

1. 已知 $\alpha \in (0, 2\pi)$ ， $\sin \alpha < 0$ ， $\cos \alpha > 0$ ，则角 α 的取值范围是（ ）

- A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ C. $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

2. $\sin 300^\circ =$ （ ）

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

3. 已知角 α 的终边经过点 $P(3, -4)$ ，那么 $\sin \alpha =$ （ ）

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{5}$

4. 若函数 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 在区间 D 上都是增函数，则区间 D 可以是

- A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ C. $\left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ D. $\left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$

5. $\tan(-40^\circ)$, $\tan 38^\circ$, $\tan 56^\circ$ 的大小关系是（ ）

- A. $\tan(-40^\circ) > \tan 38^\circ > \tan 56^\circ$ B. $\tan 56^\circ > \tan 38^\circ > \tan(-40^\circ)$
C. $\tan 38^\circ > \tan(-40^\circ) > \tan 56^\circ$ D. $\tan 56^\circ > \tan(-40^\circ) > \tan 38^\circ$

6. 下列函数中，偶函数是（ ）

- A. $f(x) = \sin(\pi + x)$ B. $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$
C. $f(x) = \tan(\pi - x)$ D. $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

7. 为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，可以将函数 $y = \sin 2x$ 的图象（ ）

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 D. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度

8. 函数 $y = \sin^2 x - 3\cos x + 2$ 的最大值为（ ）

- A. 5 B. $\frac{21}{4}$ C. -1 D. 1

9. 函数 $f(x)$ 满足 $f(\cos x) = \frac{x}{2}$, $x \in [0, \pi]$, 则 $f\left(-\frac{1}{2}\right) =$ ()

- A. $\cos \frac{1}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

10. 若实数 x 满足 $\log_2 x = 2 - \sin \alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$), 则 $|x-2| + |8-x|$ 的值为 ()

- A. 6 B. -6 C. ± 6 D. 与 α 有关

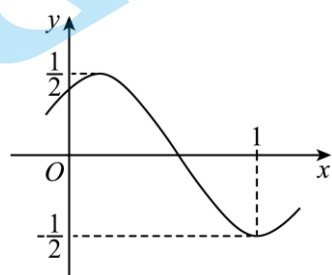
II卷

二.填空题 (共 5 个小题, 每题 5 分, 共 25 分. 请将正确答案填写在答题卡相应位置处)

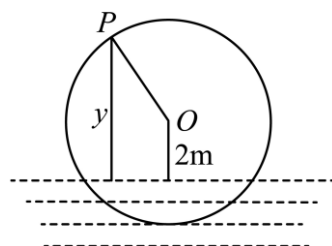
11. 已知 $\sin x = -\frac{1}{2}$, 那么 $x =$ _____.

12. 若半径为 3cm 的扇形面积为 18cm^2 , 则扇形的中心角 $\theta =$ _____ 弧度.

13. 设存在正整数 ω 和实数 φ 使得函数 $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2\omega x - \varphi)$ 的图象如图所示, 那么 ω 的最小正整数值为 _____.



14. 如图为一半径是 3m 的水轮, 水轮圆心 O 距离水面 2m, 已知水轮每分钟旋转 4 圈, 水轮上的点 P 到水面的距离 $y(\text{m})$ 与时间 $t(\text{s})$ 满足函数关系 $y = A \sin(\omega t + \varphi) + 2$ ($\omega > 0, A > 0$), 则 $\omega =$ _____.



15. 关于函数 $f(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ($x \in \mathbb{R}$), 给出下列三个结论:

① 函数 $f(x)$ 的图象与 $g(x) = \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$ 的图象重合;

② 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称;

③函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称.

其中, 全部正确结论的序号是_____.

三.解答题 (共 4 个小题, 共 45 分.请将正确答案过程填写在答题卡相应位置处)

16. 求函数 $y = -3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的单调递增区间和对称中心.

17. 用五点法画出函数 $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$ 一个周期的图象.

18. 已知 $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{5}$ $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi\right)$, 求 $\tan\theta$.

19. 受日月引力, 海水会发生涨落, 这种现象叫做潮汐.在通常情况下, 船在涨潮时驶进航道, 靠近船坞;

卸货后落潮时返回海洋, 某港口水的深度 y (米) 是时间 t ($0 \leq t \leq 24$), 单位: 时) 的函数, 记作

$y = f(t)$, 下面是该港口在某季节一天中不同时间水深的

$t(\text{时})$	0	3	6	9	12	15	18	21	24
$y(\text{米})$	10.0	13.0	9.9	7.0	10.0	13.0	10.1	7.0	10.0

经长期观察, $y = f(t)$ 曲线可以近似地看作函数 $y = A\sin\omega t + k$ 的图象.

(1) 根据以上数据, 求出函数 $y = f(t)$ 的近似表达式;

(2) 一般情况下, 船舶航行时, 船底离海底的距离为 5 米或 5 米以上时认为是安全的 (船舶停靠时, 船底只需不碰海底即可), 某船吃水深度 (船底离水面的距离) 为 6.5 米.如果该船想在同一天内安全进出港, 问它至多能在港内停留多长时间? (忽略进出港所需的时间)

参考答案

I卷

一.选择题(共10个小题,每题5分,共50分.每小题只有一个正确选项,请选择正确答案填在机读卡相应的题号处)

1.【答案】D

【解析】

【分析】根据三角函数值的符号确定角的终边的位置,从而可得 α 的取值范围.

【详解】因为 $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha > 0$, 故 α 为第四象限角, 故 $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$,

故选: D.

2.【答案】A

【解析】

【分析】由诱导公式求解即可.

【详解】 $\sin 300^\circ = \sin(360^\circ - 60^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

故选: A

3.【答案】D

【解析】

【分析】

根据三角函数的定义即可求解.

【详解】解: 根据三角函数的定义: $r = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$,

$\therefore \sin \alpha = \frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$.

故选: D.

4.【答案】D

【解析】

【分析】依次判断每个选项, 排除错误选项得到答案.

【详解】 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, $y = \cos x$ 单调递减, A 错误

$x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 时, $y = \sin x$ 单调递减, B 错误

$x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ 时, $y = \sin x$ 单调递减, C 错误

$x \in \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$ 时, 函数 $y = \sin x$ 和 $y = \cos x$ 都是增函数, D 正确

故答案选 D

【点睛】本题考查了三角函数的单调性, 意在考查学生对于三角函数性质的理解应用, 也可以通过图像得到答案.

5. 【答案】B

【解析】

【分析】先求得 $\tan(-40^\circ) < 0$, 再结合正切函数的单调性, 得到 $0 < \tan 38^\circ < \tan 56^\circ$, 即可求解.

【详解】由诱导公式, 可得 $\tan(-40^\circ) = -\tan 40^\circ < 0$,

因为函数 $y = \tan x$ 在 $(0, 90^\circ)$ 单调递增, 所以 $0 < \tan 38^\circ < \tan 56^\circ$.

故得 $\tan 56^\circ > \tan 38^\circ > \tan(-40^\circ)$.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了三角函数的诱导公式, 以及正切函数的图象与性质的应用, 其中解答中熟记正切函数的图象与性质是解答的关键, 着重考查推理与运算能力.

6. 【答案】D

【解析】

【分析】根据诱导公式化简函数解析式, 再根据正弦、余弦、正切函数的奇偶性可得答案.

【详解】对于 A, $f(x) = \sin(\pi + x) = -\sin x$ 为奇函数, 故 A 不正确;

对于 B, $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ 为奇函数, 故 B 不正确;

对于 C, $f(x) = \tan(\pi - x) = -\tan x$ 为奇函数, 故 C 不正确;

对于 D, $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ 为偶函数, 故 D 正确.

故选: D

7. 【答案】A

【解析】

【分析】先将函数变形, 再利用三角函数的图象的平移方法, 即可得到结论.

【详解】 $\because$ 函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{6}\right)\right]$,

$\therefore$ 为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 可以将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度.

故选 A.

8. 【答案】A

【解析】

【分析】化简可得 $y = -\left(\cos x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{21}{4}$ ，结合 $-1 \leq \cos x \leq 1$ 以及二次函数的基本性质可求得原函数的最大值.

【详解】因为 $-1 \leq \cos x \leq 1$ ， $y = \sin^2 x - 3\cos x + 2 = -\cos^2 x - 3\cos x + 3 = -\left(\cos x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{21}{4}$ ，
故当 $\cos x = -1$ 时，函数 $y = \sin^2 x - 3\cos x + 2$ 取最大值，且 $y_{\max} = -1 + 3 + 3 = 5$.
故选：A.

9. 【答案】B

【解析】

【分析】根据函数的定义和三角函数的性质求解.

【详解】令 $\cos x = -\frac{1}{2}$ ，因为 $x \in [0, \pi]$ ，所以 $x = \frac{2\pi}{3}$ ，

所以 $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{2\pi}{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$ ，

故选：B.

10. 【答案】A

【解析】

【分析】求出 x 的取值范围，去绝对值可得出 $|x-2|+|8-x|$ 的值.

【详解】因为 $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ ，则 $\log_2 x = 2 - \sin \alpha \in [1, 3]$ ，则 $2 \leq x \leq 8$ ，

所以， $|x-2|+|8-x| = x-2+8-x = 6$.

故选：A.

II卷

二.填空题（共5个小题，每题5分，共25分.请将正确答案填写在答题卡相应位置处）

11. 【答案】 $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ 或 $\frac{7}{6}\pi + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$

【解析】

【分析】根据题意，直接由特殊角的三角函数值，即可得到结果.

【详解】因为 $\sin x = -\frac{1}{2}$ ，则 $x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ 或 $\frac{7}{6}\pi + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，

故答案为： $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ 或 $\frac{7}{6}\pi + 2k\pi$ ， $k \in \mathbb{Z}$

12. 【答案】4

【解析】

【分析】根据题意，由扇形的面积公式，代入计算即可得到结果.

【详解】由题意得，因为扇形面积为 $S = \frac{1}{2}\theta r^2$,

即 $18 = \frac{1}{2}\theta \times 9$ ，所以 $\theta = 4$

故答案为: 4

13. 【答案】 2

【解析】

【分析】设函数 $f(x)$ 的最小正周期为 T ，根据图象求出 T 的取值范围，结合余弦型函数的周期公式可求得 ω 的取值范围，进而可得出 ω 的最小正整数值.

【详解】设函数 $f(x)$ 的最小正周期为 T ，则 $\begin{cases} 0 < \frac{T}{2} < 1 \\ T > 1 \end{cases}$ ，可得 $1 < T < 2$ ，

所以， $1 < \frac{2\pi}{2\omega} < 2$ ，可得 $\frac{\pi}{2} < \omega < \pi$ ， $\therefore \omega = 2$ 或 3 ，

故 ω 的最小正整数值为 2.

故答案为: 2.

14. 【答案】 $\frac{2\pi}{15}$ 或 $\frac{2}{15}\pi$

【解析】

【分析】根据正弦函数的周期性求解.

【详解】由题意可得，水轮每分钟旋转 4 圈，所以转一圈需要 15s，

所以 $T = 15 = \frac{2\pi}{\omega}$ ，所以 $\omega = \frac{2\pi}{15}$ ，

故答案为: $\frac{2\pi}{15}$.

15. 【答案】 ①②③

【解析】

【分析】利用诱导公式可判断①，利用正弦型函数的对称性可判断②③.

【详解】对于①，因为 $g(x) = \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ，

所以，函数 $f(x)$ 的图象与 $g(x) = \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)$ 的图象重合，①对；

对于②，因为 $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin 0 = 0$ ，故函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称，②对；

对于③，因为 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ ，故函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称，③对.

故答案为：①②③.

三.解答题（共4个小题，共45分.请将正确答案过程填写在答题卡相应位置处）

16. 【答案】单调递增区间为 $\left[k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$ ，对称中心坐标为 $\left(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}, 0\right) (k \in \mathbf{Z})$.

【解析】

【分析】解不等式 $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 可得出函数 $y = -3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的单调递增区间，
解方程 $2x - \frac{\pi}{3} = k\pi \quad k \in \mathbf{Z}$ 可得出函数 $y = -3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的对称中心坐标.

【详解】解：由 $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq 2x - \frac{\pi}{3} \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2} (k \in \mathbf{Z})$ 可得 $k\pi + \frac{5\pi}{12} \leq x \leq k\pi + \frac{11\pi}{12} (k \in \mathbf{Z})$ ，
所以，函数 $y = -3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的单调递增区间为 $\left[k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$ ，

由 $2x - \frac{\pi}{3} = k\pi \quad k \in \mathbf{Z}$ 可得 $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$ ，

故函数 $y = -3\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的对称中心坐标为 $\left(\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6}, 0\right) (k \in \mathbf{Z})$.

17. 【答案】答案见解析

【解析】

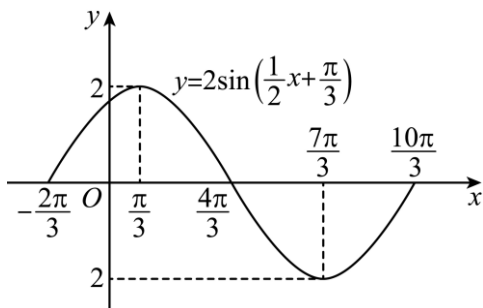
【分析】分别令 $\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$ 的取值分别为 0 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 π 、 $\frac{3\pi}{2}$ 、 2π ，计算出对应的 x 和 y 值，经过列表、描点、
连线可得出函数 $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$ 一个周期的图象.

【详解】令 $z = \frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}$ ，则 $x = 2\left(z - \frac{\pi}{3}\right)$.

列表：

z	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	$-\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{10\pi}{3}$
y	0	2	0	-2	0

函数 $y = 2\sin\left(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图象如下图所示：



18. 【答案】 $-\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】根据题意，将原式平方可得 $\sin \theta \cos \theta$ ，然后结合同角的平方关系即可得到结果.

【详解】因为 $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ，且 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{5} > 0$ ，

平方可得 $\sin \theta \cos \theta = -\frac{12}{25}$ ，且 $\sin \theta > 0, \cos \theta < 0$ ，

结合 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ，可得 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ， $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ ，

所以 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{4}{3}$.

19. 【答案】(1) $y = 3\sin \frac{\pi}{6}t + 10$; (2) 16 小时.

【解析】

【分析】(1) 根据题目表格提供数据求得 A, k 的值以及周期，根据周期求得 ω 的值，进而求得函数 $y = f(t)$ 的表达式.

(2) 根据“船底离海底的距离为 5 米或 5 米以上时认为是安全”列三角不等式，解三角不等式求得 t 的取值范围，由此求得停留时间.

【详解】(1) 由数据知函数 $y = f(t)$ 的周期 $T=12$ ，所以 $\omega = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ ，振幅

$A=3, k=10, \therefore y = 3\sin \frac{\pi}{6}t + 10$;

(2) 由题意，该船进出港时，水深应不小于 $5+6.5=11.5$ 米，

$y = 3\sin \frac{\pi}{6}t + 10 \geq 11.5 \Rightarrow \sin \frac{\pi}{6}t \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{6}t \leq 2k\pi + \frac{5\pi}{6} (k \in \mathbf{Z})$,

$\therefore 12k+1 \leq t \leq 12k+5 (k \in \mathbf{Z})$. 在同一天内，取 $k=0$ 或 $1, 1 \leq t \leq 5$ 或 $13 \leq t \leq 17$. 该船最早能在凌晨 1 时进港，下午 17 时离港，在港口最多停留 16 小时.

【点睛】本小题主要考查实际生活中的数学应用问题，考查三角函数解析式的求法，考查三角不等式的解法，属于基础题.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 “精益求精、专业严谨” 的建设理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯