北京专家2020届高考模拟试卷（一）

数学试卷解析（理科）

(时间：120分钟满分：150分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．每小题只有一个正确选项．

1．设i为虚数单位，复数z满足$(2-\mathrm{i})z=5$，则$z=$

(A) $2+\mathrm{i}$　　(B) $2-\mathrm{i}$　　(C) $-2+\mathrm{i}$　　(D) $-2-\mathrm{i}$

解析：选A，易知$z=\dfrac{5}{2-\mathrm{i}}=2+\mathrm{i}$．

2．已知集合$A=\left\{x \mid y=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}\right\}, B=\{x \mid (x+1)(x-2)<0\}$，则$A\cap B=$

(A) $(-1,1]$　(B) $(1,2)$　(C) $(-1,1)$　(D) $(-\infty,2)$

解析：选C，易知$A=(-\infty,1), B=(-1,2)$，故$A\cap B=(-1,1)$

3．在△ABC中，角A，B，C所对的边为a，b，c，已知$a=7, c=3, A=\dfrac{2\pi}{3}$，则$b=$

(A) 4　　(B) 5　　(C) 8　　(D) 5或8

解析：选B，由余弦定理：$b^2+c^2-2bc\cos A=a^2$，即$b^2+3b-40=0$，解之得$b=5$．

4．下列函数中既不是奇函数，也不是偶函数的是

(A) $y=x^3-x$　　(B) $y=\mathrm{e}^{|x|}$　　(C) $y=|\ln x|$　　(D) $y=\sin x$

解析：选C，由奇偶性的定义可知，(A) (D)是奇函数，(B)是偶函数，(C)既不是奇函数也不是偶函数．

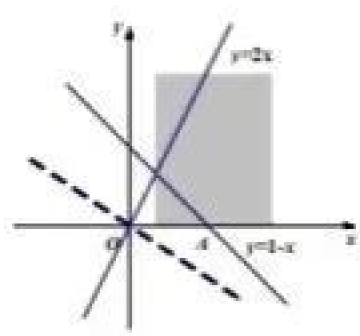
5．设实数x, y满足条件$\begin{cases} 2x-y\geq 0, \\ x+y\geq 1, \\ y\geq 0, \end{cases}$ 则$2x+3y$的最小值为

(A) 2　　(B) $\dfrac{8}{3}$　　(C) 3　　(D) 4

解析：选A，作出可行域如图，设$z=2x+3y$，

即$y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}z$，当直线$y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}z$经过点$A(1,0)$时，

截距最小，此时$2x+3y=2$．



6．若$-5<x<-1$，则函数$f(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{2x+2}$有

(A)最小值1　　(B)最大值1　　(C) 最小值-1　　(D) 最大值-1

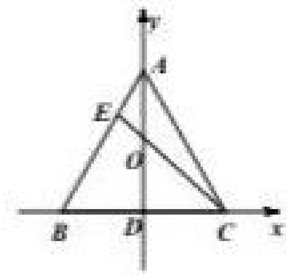
解析：选D，由于$f(x)=\dfrac{(x+1)^2+1}{2(x+1)}=\dfrac{1}{2}[(x+1)+\dfrac{1}{x+1}]$，根据题意$-4<x+1<0$，故由均值不

7. 已知函数 $f(x)=x+\sin x$，若 $a=f(\sqrt{3}),b=f(2),c=f(\log_2 5)$，则 a,b,c 的大小关系是

(A) $c<b<a$ (B) $b<c<a$ (C) $a<c<b$ (D) $a<b<c$

解析： 选 D，由于 $f'(x)=1+\cos x\geq 0$，则 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，又 $\sqrt{3}<2<\log_2 5$，从而 $a<b<c$.

8. 在正三角形 ABC 中，$AB=2$，$\overline{BD}=\overline{DC},\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{EB}$，



且 AD 与 CE 相交于点 O，则 $\overline{OA}\cdot\overline{OC}=$

(A) $-\frac{4}{5}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{1}{2}$

解析： 选 B，如图，设 $A(0,\sqrt{3}),C(1,0)$，由坐标法可求解出 $O(0,\frac{\sqrt{3}}{2})$，从而 $\overline{OA}\cdot\overline{OC}=-\frac{3}{4}$.

9.《九章算术》是我国的数学名著，书中有如下问题：今有蒲（水生植物名）生长一日，长为三尺；莞（植物名）生长一日，长为一尺.蒲的生长逐日减半，莞的生长逐日增加一倍.问当蒲和莞长度相等时，其长度是

(A) 五尺 (B) 六尺 (C) 七尺 (D) 八尺

解析： 选 A，设蒲和莞每日生长长度分别构成等比数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，其前 n 项和分别为 A_n,B_n，

则 $A_n=\dfrac{3(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}},B_n=\dfrac{2^n-1}{2-1}$，令 $A_n=B_n$，化简得 $2^n=6$，所以 $n=\log_2 6$，此时 $A_n=B_n=5$

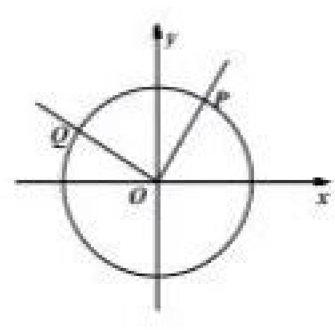
10. 已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos\omega x-2\sqrt{3}\cos^2\omega x+\sqrt{3}(\omega>0)$ 在区间 $(0,\frac{\pi}{2})$ 内有且只有一个极值点，则 ω 的取值范围是

(A) $(0,\frac{5}{6})$ (B) $(0,\frac{11}{6}]$ (C) $[\frac{5}{6},\frac{11}{6}]$ (D) $(\frac{5}{6},\frac{11}{6}]$

解析： 选 D，注意到 $f(x)=2\sin(2\omega x-\frac{\pi}{3})$，由 $0<x<\frac{\pi}{2}$ 得，$-\frac{\pi}{3}<2\omega x-\frac{\pi}{3}<\omega\pi-\frac{\pi}{3}$，根据题意，$\frac{\pi}{2}<\omega\pi-\frac{\pi}{3}\leq\frac{3\pi}{2}$，即 $\frac{5}{6}<\omega\leq\frac{11}{6}$.

11. 如图，点 P 为单位圆上一点，$\angle xOP=\frac{\pi}{3}$，点 P 沿单位圆逆时针方向旋转角 α 到点 $Q(-\frac{4}{5},\frac{3}{5})$，

则 $\cos\alpha=$



(A) $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$ (B) $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$

(C) $\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$ (D) $-\frac{3\sqrt{3}+4}{10}$

解析： 选 B，由三角函数的定义可知 $\cos(\frac{\pi}{3}+\alpha)=-\frac{4}{5}$，$\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)=\frac{3}{}$

故$\cos\alpha=\cos((\frac{\pi}{3}+\alpha)-\frac{\pi}{3})=-\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$.

12．函数$f(x)=x\ln(x-1)-a(x-2)$有三个零点，则实数a的取值范围是

（A）$(0,2)$ （B）$(2,e)$ （C）$(e,+\infty)$ （D）$(2,+\infty)$

解析：选 D，等价于$g(x)=\ln x-\frac{a(x-1)}{x+1}$有三个零点，$g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{2a}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2(1-a)x+1}{x(x+1)^2}$，

其中$x>0$，令$u(x)=x^2+2(1-a)x+1$，当$a\le 2$时，$u(x)\ge 0$，从而$g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，至多一个零点；当$a>2$时，此时$g(x)$有两个极值点$x_1<1<x_2$，并且$g(x)$在$(0,x_1)$单调递增，在(x_1,x_2)单调递减，在$(x_2,+\infty)$单调递增，注意到$g(1)=0$，故$g(x_1)>g(1)=0>g(x_2)$，又因为$x\to 0,g(x)\to-\infty,x\to+\infty,g(x)\to+\infty$，故此时函数$g(x)$有三个零点，符合题意.

二、填空题：本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13．函数$f(x)=(x+1)e^{-x}$的图象在$(-1,0)$处的切线为$y=ax+b$，则$a-b$的值为.

答案：0;

解析：由$f'(x)=-x\cdot e^{-x}$得，$f'(-1)=e$，而$f(-1)=0$，故切线$y=e(x+1)$，

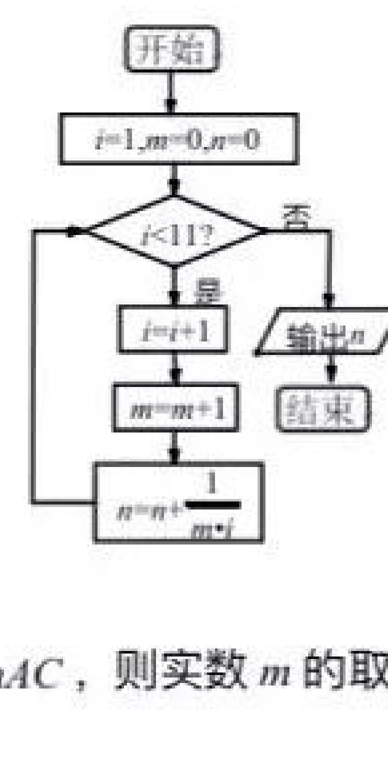
从而$a=b=e$，即$a-b=0$.

14．已知向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(2,0)$，若向量$\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$与向量$\boldsymbol{c}=(1,-2)$共线，则实数$\lambda$等于.

答案：-1;

解析：$\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(\lambda+2,2\lambda)$，由共线可得：$-2(\lambda+2)=2\lambda$，即$\lambda=-1$.

15．如图是一个算法的程序框图，该算法输出的结果是.



答案：$\frac{10}{11}$;

解析：通过计算，执行第 10 次循环时，

$i=11,m=10,n=1-\frac{1}{11}=\frac{10}{11}$,

不满足判断框内的条件，此时输出$\frac{10}{11}$.

16．在$\triangle ABC$中，$2AB=3AC$，AD是$\angle BAC$的角平分线，设$AD=mAC$，则实数m的取值范围是.

答案：$(0,\frac{6}{5})$;

解析：设$AB=3t,AC=2t$，$\angle BAD=\angle CAD=\alpha$，由$S_{\Delta BAD}+S_{\Delta CAD}=S_{\Delta BAC}$得：

故$m\in(0,\frac{6}{5})$.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17．（本小题满分 12 分）

已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，公比为q，等差数列$\{b_n\}$中，$b_1=3$，且$\{b_n\}$的前n项和为S_n，$a_3+S_3=27$，$q=\frac{S_2}{a_2}$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）已知$c_n=a_n\cdot b_n$，求数列$\{c_n\}$的前n项和T_n.

解析：（Ⅰ）设数列$\{b_n\}$的公差为d，由已知可得：

$$\begin{cases}a_3+S_3=27,\\ q=\frac{S_2}{a_2},\end{cases} 故\begin{cases}q^2+3d=18,\\ 6+d=q^2,\end{cases}$$ ……………………………… 3 分

而$a_n>0$，解之得$q=3,d=3$.

所以$a_n=3^{n-1},b_n=3n$. ……………………………… 6 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$c_n=n\cdot 3^n$

$T_n=1\times 3^1+2\times 3^2+\cdots+n\cdot 3^n$，①

$3T_n=\quad 1\times 3^2+\cdots+(n-1)\cdot 3^n+n\cdot 3^{n+1}$，②……………………………… 9 分

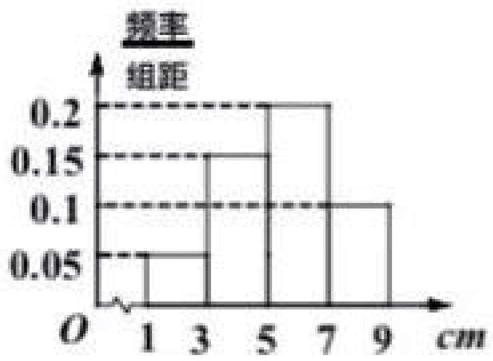
由①-②可得：$-2T_n=3^1+3^2+\cdots+3^n-n\cdot 3^{n+1}=\frac{3(1-3^n)}{1-3}-n\cdot 3^{n+1}$

化简整理得$T_n=\frac{(2n-1)3^{n+1}+3}{4}$ ……………………………… 12 分

18.（本小题满分 12 分）

2019 年 9 月，联合国最高环保荣誉“地球卫士奖”中的“激励与行动奖”颁发给了中国互联网环保项目“蚂蚁森林”，以鼓励中国人在生态保护中取得的巨大进展。由于植物沙棘具有耐旱、耐碱、防水土流失的优点，已通过“蚂蚁森林”在全国多地区推广种植。某农科所技术人员为了了解某批沙棘的生长情况，在该批幼苗中随机抽取了容量为 120 的样本，一年后测量幼苗的高度（单位：cm）.经统计，高度均在区间[1,9]内，将其按[1,3),[3,5),[5,7),[7,9] 分成 4 组，制成如图的频率分布直方图，其中高度不低于 5cm 的树苗为优质树苗，可以安全越冬，高度低于 3cm 的树苗为劣质树苗，其存活率最低.

注：用频率作为概率的估计值.



(Ⅰ) 试估计该批沙棘一年后的生长高度的平均数；

(Ⅱ) 某网友“蚂蚁森林”的能量值可以种植 3 棵沙棘，现从该批沙棘幼苗中随机抽取 3 棵进行种植，设一年后优质树苗的棵数为随机变量 ξ，求 ξ 的分布列与期望.

解析：(Ⅰ) 根据频率分布直方图，该批沙棘一年后的生长高度的平均数为

$2\times0.1+4\times0.3+6\times0.4+8\times0.2=5.4$ cm…………………………………………3 分

(Ⅱ) 根据频率分布直方图，该批沙棘幼苗中优质树苗的概率为 $\frac{3}{5}$，则随机变量 $\xi\sim B(3,\frac{3}{5})$，

…………………………………………………………………………………………5 分

则 $P(\xi=k)=C_3^k\cdot(\frac{3}{5})^k\cdot(\frac{2}{5})^{3-k}\quad(k=0,1,2,3)$，即 ξ 的分布列如下表：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$

…………………………………………………………………………………………10 分

$E(\xi)=3\times\frac{3}{5}=\frac{9}{5}$

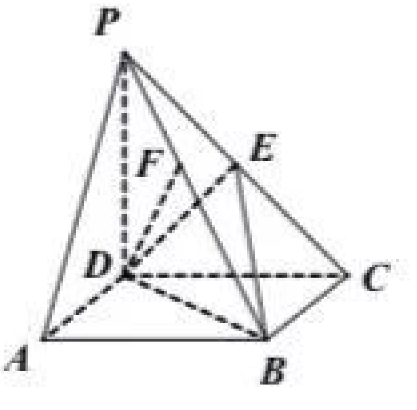
即 ξ 的期望为 $\frac{9}{5}$……………………………………………………………………12 分

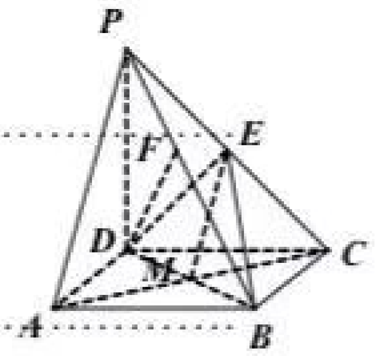
19.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是平行四边形，$PD\perp$ 平面 $ABCD$，E 是棱 PC 上的一点，满足 $PA//$ 平面 BDE.

（I）证明 $PE=EC$；

（II）设 $PD=AD=BD=1$，$AB=\sqrt{2}$，若 F 为棱 PB 上一点，使得直线 DF 与平面 BDE 所成角的大小为 30°，求 $PF:FB$ 的值.





解析：（I）如图，连接 AC 交 BD 于点 M，连接 EM，

则 EM 是平面 PAC 与平面 BDE 的交线……………………………………………………

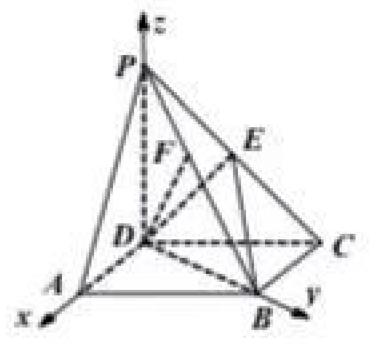
因为 $PA//$ 平面 BDE，故 $PA//EM$，

又因为 M 是 AC 的中点，所以 E 是 PC 的中点，

故 $PE=EC$.……………………………………………………………………………………

（II）由条件可知，$AD^2+BD^2=AB^2$，所以 $AD\perp BD$，

故以 D 为坐标原点，DA 为 x 轴，DB 为 y 轴，DP 为 z 轴建立空间直角坐标系，则 $D(0,0,0)$，$A(1,0,0)$，$B(0,1,0)$，$P(0,0,1)$，$C(-1,1,0)$



$E(-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{DE}=(-\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}),\overrightarrow{DB}=(0,1,0)$ ……………………………………

设 $\overrightarrow{PF}=\lambda\overrightarrow{PB}(0<\lambda<1)$，则 $F(0,\lambda,1-\lambda)$，$\overrightarrow{DF}=(0,\lambda,1-\lambda)$

设平面 BDE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{DE}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{DB}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x+y+z=0,\\ y=0,\end{cases}$ 故取 $\boldsymbol{n}=(1,0,1)$ ……………………………………………… 10 分

因为直线 DF 与平面 BDE 所成角的大小为 30°

所以 $\dfrac{|\overrightarrow{DF}\cdot\vec{n}|}{|\overrightarrow{DF}||\vec{n}|}=\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$

即 $\dfrac{|1-\lambda|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{\lambda^2+(1-\lambda)^2}}=\dfrac{1}{2}$，解得 $\lambda=\dfrac{1}{2}$

故此时 $PF:FB=1:1$.…………………………………………………………………………… 12 分

20.（本小题满分 12 分）

已知$F_1(-1,0)$，$F_2(1,0)$是椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$)的左，右焦点，P是椭圆C上一点，

且$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}+|\overrightarrow{PF_1}|\cdot|\overrightarrow{PF_2}|=6$.

(I) 求椭圆C的标准方程；

(II) 设A，B为椭圆C上的点，若$\overrightarrow{PF_1}=2\overrightarrow{F_1A}$，$\overrightarrow{PF_2}=\lambda\overrightarrow{F_2B}$，求$\lambda$的值.

解析：(I) 法 1:（直接将条件坐标化）设点$P(x,y)$，则由$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}+|\overrightarrow{PF_1}|\cdot|\overrightarrow{PF_2}|=6$可得:

$(x+1)(x-1)+y^2+\sqrt{(x+1)^2+y^2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}=6$

化简整理得椭圆C的标准方程是：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ………………………………………… 5 分

法 2: 在$\triangle PF_1F_2$中, 余弦定理$6=\dfrac{|\overrightarrow{PF_1}|^2+|\overrightarrow{PF_2}|^2-|F_1F_2|^2}{2}+|\overrightarrow{PF_1}|\cdot|\overrightarrow{PF_2}|=\dfrac{(|\overrightarrow{PF_1}|+|\overrightarrow{PF_2}|)^2-4}{2}$,

得$|\overrightarrow{PF_1}|+|\overrightarrow{PF_2}|=4>2=|F_1F_2|$.故$a=2,c=1,b^2=3$,

从而椭圆C的标准方程是：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ ………………………………………… 5 分

(II) 设$P(x_0,y_0)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，PA：$x=my-1$，

代入椭圆C：$3x^2+4y^2=12$得$(3m^2+4)y^2-6my-9=0$，

由$\overrightarrow{PF_1}=2\overrightarrow{F_1A}$得，$y_0=-2y_1$，

从而$y_1+y_0=\dfrac{6m}{3m^2+4}=-y_1$，$y_1y_0=\dfrac{-9}{3m^2+4}=-2y_1^2$，

消去y_0得$\dfrac{36m^2}{(3m^2+4)^2}=\dfrac{9}{2(3m^2+4)}$，从而$m^2=\dfrac{4}{5}$，$y_1^2=\dfrac{45}{64}$，$y_0^2=4y_1^2=\dfrac{45}{16}$，$x_0^2=\dfrac{1}{4}$，

不妨设$y_0=\dfrac{3\sqrt5}{4}$，则结合图形得$x_0=\dfrac{1}{2}$，即$P(\dfrac{1}{2},\dfrac{3\sqrt5}{4})$，………………………… 8 分

于是PF_2的斜率$k_2=-\dfrac{3\sqrt5}{2}$，从而直线PF_2为$x=-\dfrac{2}{3\sqrt5}y+1$，

代入$3x^2+4y^2=12$得$3(1-\dfrac{2}{3\sqrt5}y)^2+4y^2=12$，即$\dfrac{64}{15}y^2-\dfrac{4}{\sqrt5}y-9=0$，

于是$\dfrac{3\sqrt5}{4}\cdot y_2=-\dfrac{15\times9}{64}$，解得$y_2=-\dfrac{9\sqrt5}{16}$，从而$\lambda=-\dfrac{y_0}{y_2}=\dfrac{3\sqrt5}{4}\cdot\dfrac{16}{9\sqrt5}=\dfrac{4}{3}$，

$\therefore\lambda=\dfrac{4}{3}$为所求. ………………………………………………………… 12 分

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{2}x^2+ax$，$a\in\mathbf{R}$.

（I）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（II）当 $a\le-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 时，设 $f(x)$ 的极大值点为 x_1，极小值点为 x_2，求 $f(x_1)-f(x_2)$ 的取值范围.

解析：（I）由题意 $f'(x)=\frac{1}{x}+x+a=\frac{x^2+ax+1}{x}$，…………1 分

当 $a\ge-2$ 时，$a+x+\frac{1}{x}\ge a+2\ge0$，从而 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，…………2 分

当 $a<-2$ 时，令 $x^2+ax+1=0$ 得 $x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-4}}{2}$，$x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-4}}{2}$，易知 $0<x_1<1<x_2$，

且当 $x\in(0,x_1)$ 或 $(x_2,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，当 $x\in(x_1,x_2)$ 时，$f'(x)<0$，

所以 $f(x)$ 在区间 $(0,x_1)$ 和 $(x_2,+\infty)$ 单增，在 (x_1,x_2) 单减；…………4 分

（II）由（I）知 $x_1+x_2=-a$，$x_1x_2=1$，$x_1=\frac{-a-\sqrt{a^2-4}}{2}$，$x_2=\frac{-a+\sqrt{a^2-4}}{2}$ 即为 $f(x)$ 的极大值点和极小值点，…………5 分

而 $a\le-\frac{4\sqrt{3}}{3}$，故 $x_1\le\frac{\sqrt{3}}{3}$，$x_2\ge\sqrt{3}$，…………6 分

于是 $f(x_1)-f(x_2)=(\ln x_1+\frac{1}{2}x_1^2+ax_1)-(\ln x_2+\frac{1}{2}x_2^2+ax_2)=\ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)+a(x_1-x_2)$

$$=\ln\frac{x_1}{x_2}+\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)-(x_1-x_2)(x_1+x_2)$$

$$=\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{1}{2}(x_1^2-x_2^2)=\ln\frac{x_1}{x_2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{x_1^2-x_2^2}{x_1x_2},$$

记 $t=\frac{x_1}{x_2}\in(0,\frac{1}{3}]$，则 $f(x_1)-f(x_2)=\ln t-\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})$，…………9 分

设 $g(t)=\ln t-\frac{1}{2}(t-\frac{1}{t})$，$t\in(0,\frac{1}{3}]$，则 $g'(t)=\frac{1}{t}-\frac{1}{2}(1+\frac{1}{t^2})=-\frac{(t-1)^2}{2t^2}\le0$，即 $g(t)$ 在 $(0,\frac{1}{3}]$ 上单减，故 $g(t)\ge g(\frac{1}{3})=\ln\frac{1}{3}-\frac{1}{2}(\frac{1}{3}-3)=\frac{4}{3}-\ln3$，

从而 $f(x_1)-f(x_2)$ 的取值范围为 $[\frac{4}{3}-\ln3,+\infty)$. …………12 分

（二）选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22．选修 4-4：坐标系与参数方程（10 分）

在平面直角坐标系中，直线 l 过点 $P(1,2)$，且倾斜角为 α，$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$.以直角坐标系的原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2(3+\sin^2\theta)=12$.

（Ⅰ）写出直线 l 的参数方程和曲线 C 的直角坐标方程，并判断曲线 C 是什么曲线；

（Ⅱ）设直线 l 与曲线 C 相交于 M,N 两点，当 $|PM|\cdot|PN|=2$ 时，求 α 的值.

解析：（Ⅰ）直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=2+t\sin\alpha,\end{cases}$（$t$为参数），······························ 2分

由于 $\rho^2=x^2+y^2,\rho\sin\theta=y$，所以曲线 C 的直角坐标方程为 $3x^2+4y^2=12$，

即 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，故曲线 C 是焦点在 x 轴上的椭圆.··5分

（Ⅱ）将直线 l 的参数方程代入曲线 C 的直角坐标方程，整理得：

$(3\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha)t^2+(6\cos\alpha+16\sin\alpha)t+7=0$，··· 7分

设 M，N 对应的参数分别为 t_1,t_2，

则 $|PM|\cdot|PN|=t_1\cdot t_2=\frac{7}{3\cos^2\alpha+4\sin^2\alpha}=2$，解之得 $\sin^2\alpha=\frac{1}{2}$

又 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以 $\alpha=\frac{\pi}{4}$ ·· 10分

23．选修 4-5：不等式选讲（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2a|+|x-a|$

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\ge 4-|x+2|$ 的解集；

（Ⅱ）设 $a>0,b>0$，且 $f(x)$ 的最小值是 t.若 $t+3b=3$，求 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$ 的最小值.

解析：（Ⅰ）当 $a=1$ 时，$f(x)=|x+2|+|x-1|$，
原不等式可化为 $2|x+2|+|x-1|\ge 4$ ①

当 $x\le -2$ 时，不等式①可化为 $-2x-4-x+1\ge 4$，解得 $x\le -\frac{7}{3}$；

当 $-2<x<1$ 时，不等式①可化为 $2x+4-x+1\ge 4$，解得 $-1\le x<1$；
当 $x\ge 1$ 时，不等式①可化为 $2x+4+x-1\ge 4$，解得 $x\ge 1$，

综上，原不等式的解集为 $(-\infty,-\frac{7}{3}]\cup[-1,+\infty)$ ·· 5分

（Ⅱ）根据题意，$f(x)=|x+2a|+|x-a|\ge|(x+2a)-(x-a)|=3a$，故 $t=3a$.

故$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})\cdot(a+b)=3+\frac{b}{a}+\frac{2a}{b}\geq 3+2\sqrt{2}$ ……………………………………

当且仅当$\frac{b}{a}=\frac{2a}{b}$，即$a=\sqrt{2}-1,b=2-\sqrt{2}$时，$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$取得最小值$3+2\sqrt{2}$ ……………