数学试卷

本试卷共4页，22小题，满分150分。考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色笔迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。将条形码横贴在答题卡指定位置。

2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。

3. 非选择题必须用黑色笔迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。

4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将试题与答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知集合$A=\{x\,|\,|x|\le 1\}$, $B=\{x\,|\,y=\ln(1-x)\}$，则下列结论正确的是（　　）

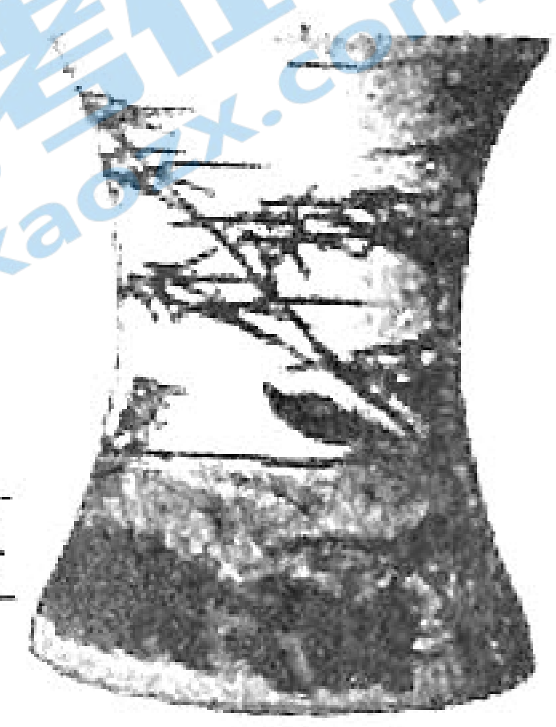
A．$A\cap B=[-1,1]$　　B．$A\cup B=(-\infty,1)$

C．$(C_U A)\cap B=(-\infty,-1)$　　D．$(C_U A)\cup B=R$

2．若复数$z=\dfrac{|1+i|}{1+i}$，则$|z|$为（　　）

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

3．“青花出晕染，胜却人间无数”，青花瓷是中华陶瓷烧制工艺的珍品，也是中国瓷器的主流品种之一．如图，是一青花瓷花瓶，其外形上下对称，可以看成是双曲线的一部分绕其虚轴旋转所形成的曲面．若该花瓶的瓶口直径是8cm，瓶身最小的直径是4cm，瓶高是6cm，则该双曲线的离心率为（　　）



A．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{7}}{2}$　　C．$\dfrac{5}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{34}}{4}$

4．已知平面向量$\vec{a}$、$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{b}=(\sqrt{3},-1)$，当$\vec{b}\perp(2\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b})$时，向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{5\pi}{6}$　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{2\pi}{3}$

5．已知等差数列$\{a_n\}$的第5项是二项式$(\sqrt{x}-\dfrac{1}{3x})^6$展开式的常数项，则该数列的前9项的和为（

A．-30　　B．-15　　C．15　　D．30

6．若$\alpha\in(0,\pi)$，且$\sin(\pi-\alpha)-2\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)=2$，则$\tan\alpha$等于（　　）

A. $-\frac{4}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $-\frac{3}{4}$　　D. $\frac{3}{4}$

7．实数π^e，3^π，π^3，e^π中值最大的是（　　）

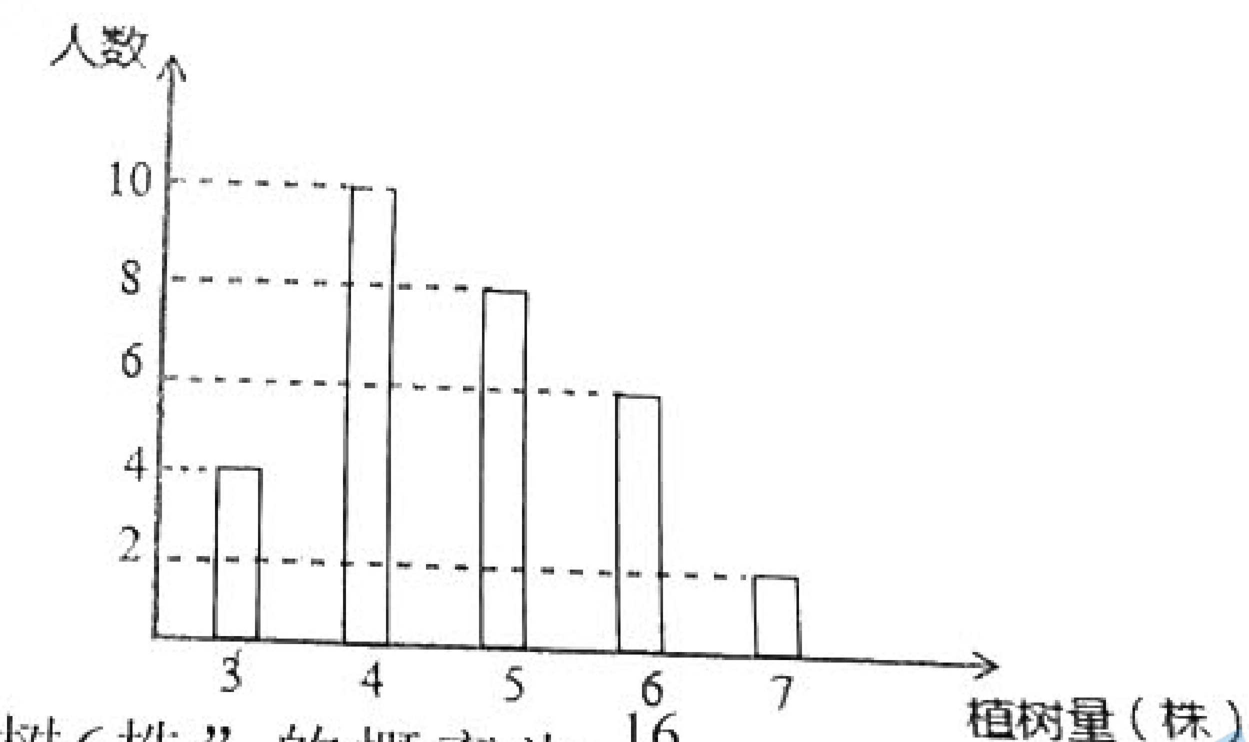
A. π^e　　B. π^3　　C　　D. 3^π

8．已知函数$f(x)$是偶函数，且满足条件：①$f(1+x)=f(1-x)$，②当$-1\le x\le 0$时，$f(x)=x^2$，则函数$g(x)=|\cos(\pi x)|-f(x)$在区间 -1　3 上的所有零点的和为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9．《礼记》曰"孟春之月，盛德在木"，意即春天植树造林是最大的道德．2022年3月12日是全国第44个植树节，某园林单位组织职工开展植树活动，如图是根据植树情况绘制的条形统计图，下列结论正确的是（　　）



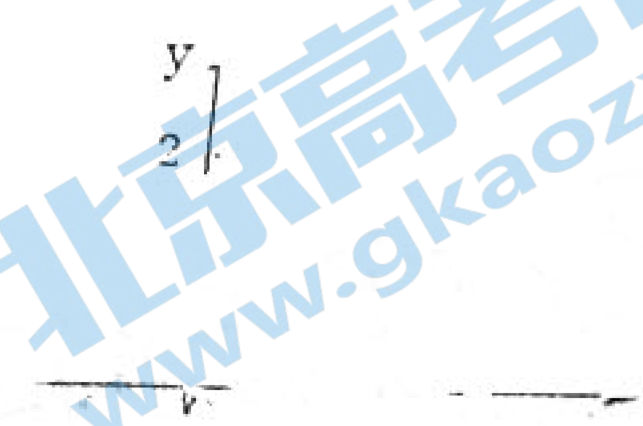
A．参加本次植树活动的职工共有30人

B. 每人植树量的平均数是5

C. 每人植树量的中位数是5

D. 事件"从参与植树的人中选出4人，恰有3人植树6株"的概率为$\frac{16}{225}$

10．已知函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\quad \frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，$A(-\frac{\pi}{1},1)$，$B(\frac{5\pi}{1},-1)$两点在$f(x)$的图象上，且$f(\frac{\pi}{3})=0$，则下列说法正确的是（　　）



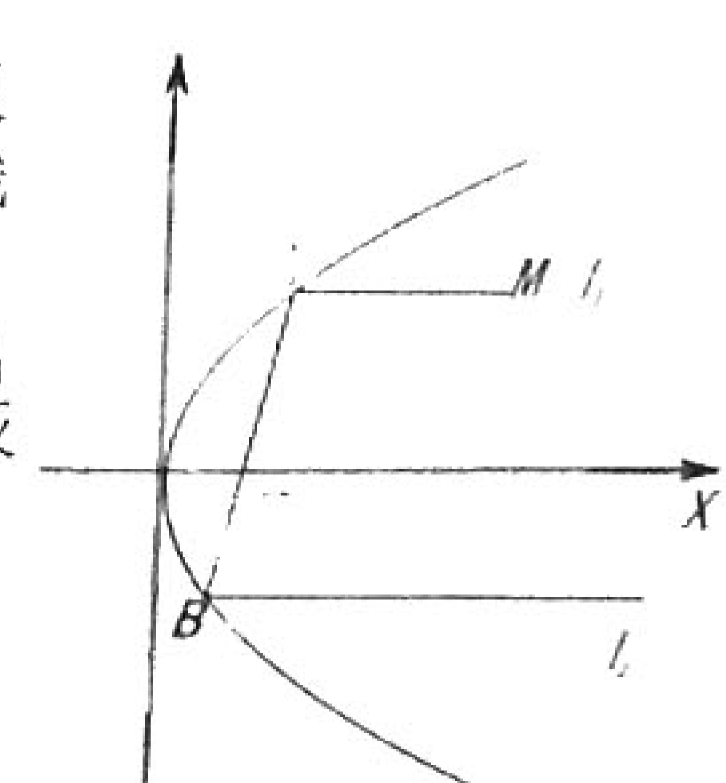
A. $\omega=2$

B. 函数$f(x)$的解析式为$f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

C. 函数$y=f(x)$在$\left[-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{6}\right]$上单调递减

D. 将$f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位可得函数$y=2\sin 2x$的图象

11．抛物线有如下光学性质：由其焦点射出的光线经抛物线反射后，沿平行于抛物线对称轴的方向射出，反之，平行于抛物线对称轴的入射光线经抛物线反射后必过抛物线的焦点．如图，已知抛物线$C:y^2=4x$，O为坐标原点，一束平行于x轴的光线l_1从点$M(4,2\sqrt{3})$射入，经过C上的点A反射，再经C上另一点B反射后沿直线l_2射出，则下列结论正确的是（　　）



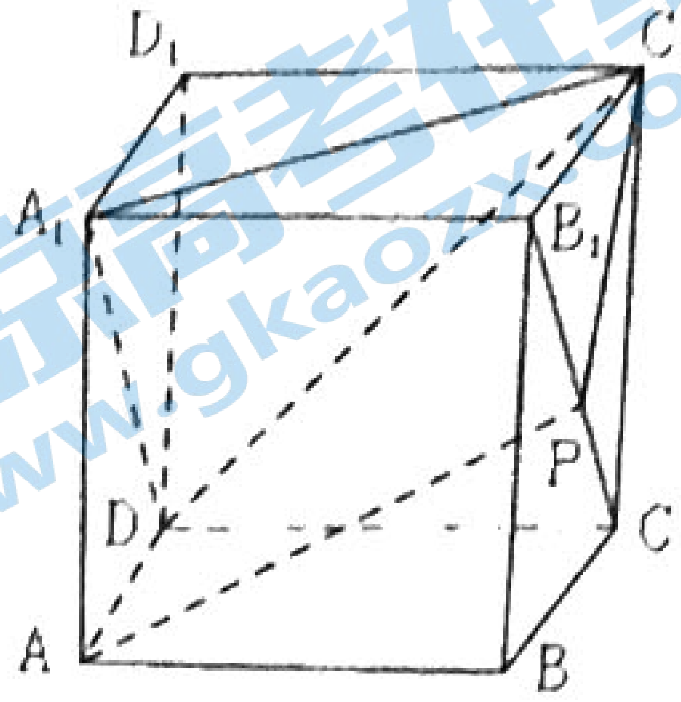
A. 反射光线l_2所在的直线方程为$y=-2$

B. 线段AB的长度为$\frac{16}{3}$

C. ΔOAB的面积为$\frac{7}{2}$

D. 若点P为抛物线上一动点，则$|PM|+|PF|$的最小值为5

12. 在棱长为2的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点P在线段 B_1C 上运动，以下结论正确的有（　　）



A. 直线AP// 平面A_1C_1D

B. 三棱锥$P-A_1C_1D$的体积为定值

C. 线段AP与线段PC_1的长度之和$AP+PC_1$的最小值是$8+4\sqrt{3}$

D. 若点M是平面BCC_1B_1上任一点，点M到直线AB的距离等于点M到直线CC_1的距离，则点M的轨迹是抛物线

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. 已知一个球的半径为$\sqrt{2}$，一个圆柱的上、下底面圆周都在这个球的球面上，且圆柱的侧面积为4π，则圆柱的体积为______.

14. 小明、小杰等5人经过有关专业、礼仪及服务等方面知识的测试，如愿以偿地成为了2022年北京冬奥会的志愿者，他们被组委会随机地安排到4个场馆工作，每人只能到其中一个场馆工作，且每个场馆至少安排一人，则小明与小杰在同一个场馆工作的概率为______.

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2^{n-5}$，S_n是数列$\{a_n\}$的前n项和，Π_n是数列$\{a_n\}$前n项的积，即$S_n=a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n$，$\Pi_n=a_1a_2a_3\ldots a_n$，则满足$S_n>\Pi_n$的最大正整数$n$的值为______.

16. 已知函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{2m}{3}x$，$g(x)=\frac{m^2}{3}\ln x-n(m>0)$ 有公共点，且在公共点处的切线相同，则这样的切线条数有______条，n的最小值为______.（本小题第1空作答正确得2分，第2空作答正确得3分）

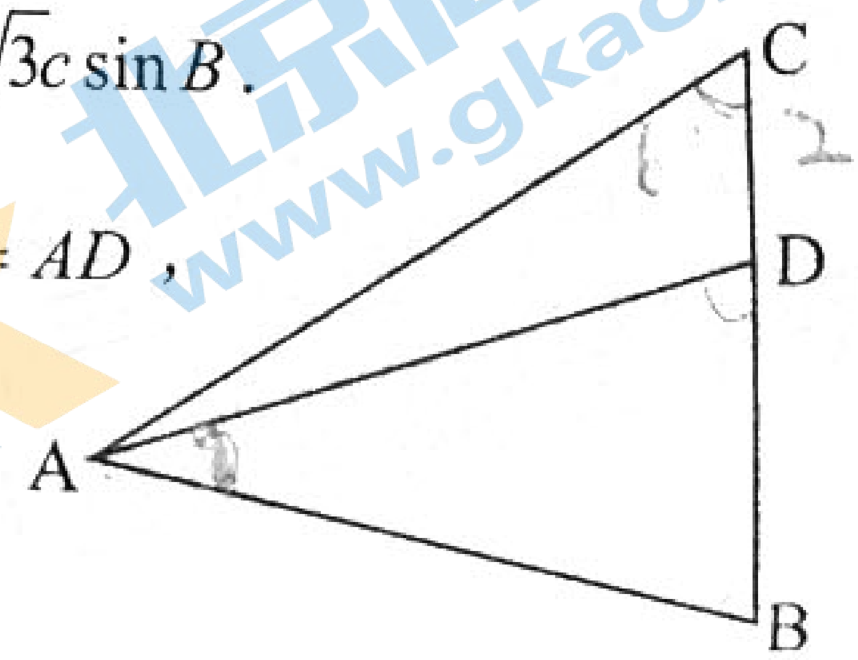
四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. （10分）

在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知 $b+b\cos C=\sqrt{3}c\sin B$.

（1）求角C；

（2）已知$c=2\sqrt{13}$，在边BC上取一点D，使得$CD=2$，且$AB=AD$，求$\sin\angle BAD$.



18. （12分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$\frac{S_n}{n}=\frac{3n-15}{2}$，数列$\{b_n\}$满足$a_n=3\log_2 b_n-9$，$n\in N^*$.

（1）求a_n，b_n；

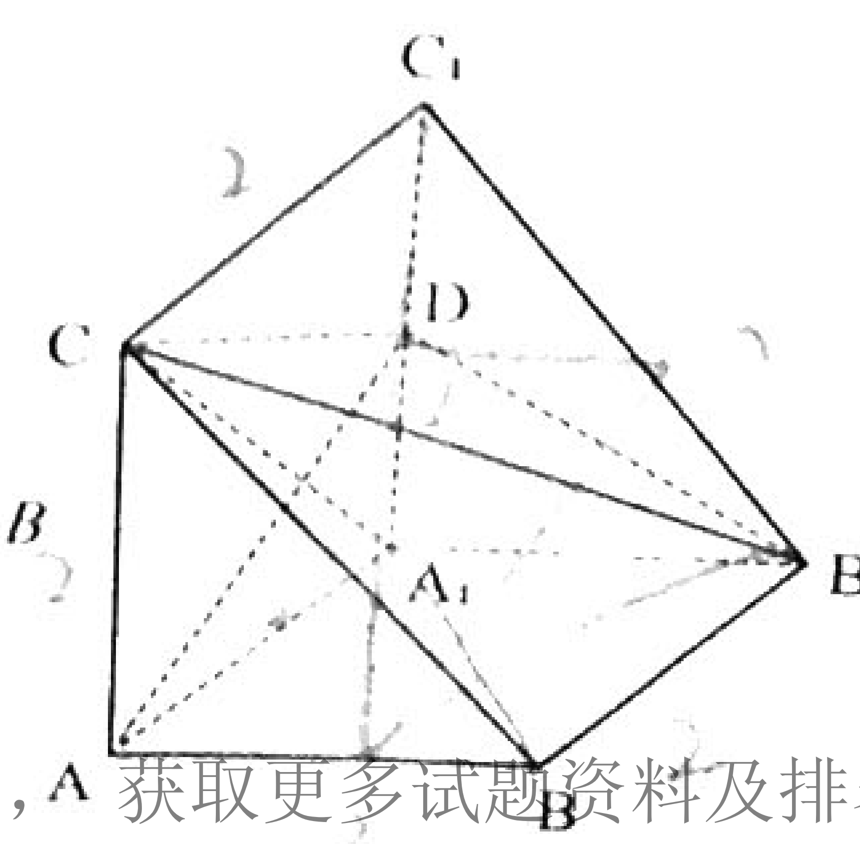
（2）求数列$\{a_n\cdot b_n\}$的前n项和T_n，并求T_n的最小值.

19. （12分）

已知三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$，侧面ABB_1A_1是边长为2的菱形，$\angle BAA_1=60^\circ$，侧面四边形AA_1C_1C是矩形，且平面$AA_1C_1C\perp$平面ABB_1A_1，点D是棱A_1C_1的中点.

（1）在棱AB上是否存在一点E，使得AD//平面B_1C_1E，并说明理由；

（2）当三棱锥$C-A_1B_1D$的体积为$\sqrt{3}$时，求二面角A_1-B_1D-B的余弦值.



20．（12分）

在某校举办的体育艺术节活动中，有一项趣味投篮比赛，比赛规则如下：每人投篮5次，每次可以选择在A区投篮，也可以选择在B区投篮，在A区每投进一球得2分，投不进球得0分；在B区每投进一球得3分，投不进球得0分，已知甲同学在A区和B区每次投篮进球的概率分别为$\frac{2}{3}$和$\frac{1}{2}$，且各次投篮的结果互不影响.

(1) 求事件“甲同学在投篮比赛中得7分”的概率；

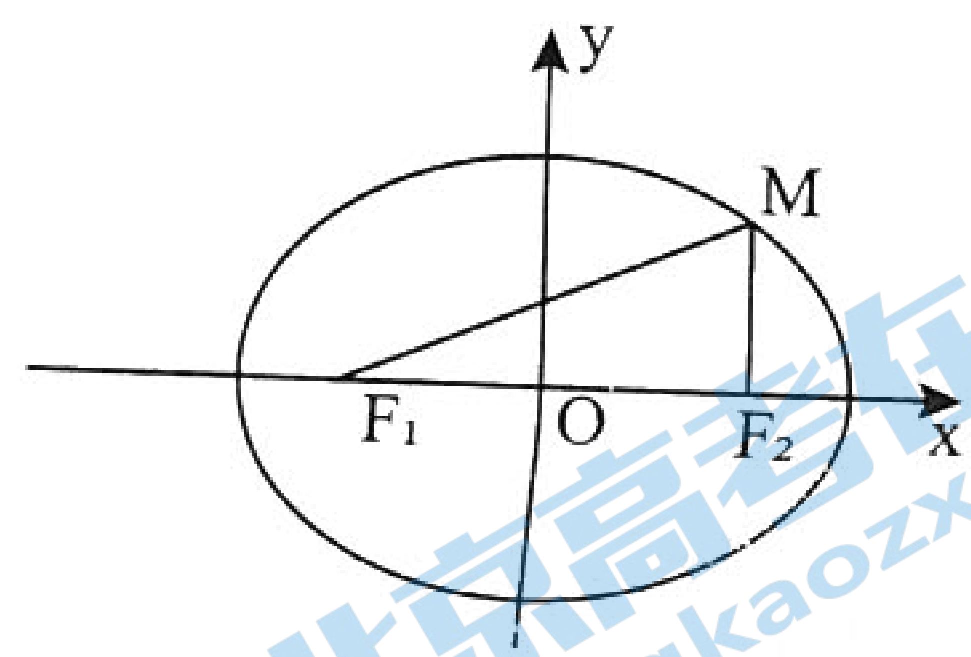
(2) 若甲同学投篮得分的数学期望不低于7分，则甲同学选择在A区投篮的次数最多是几次？

21．（12分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为F_1，F_2，离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，点M在椭圆C上，且$MF_2\perp F_1F_2$，$\triangle MF_1F_2$ 的面积为$\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

(1) 求椭圆C的方程；

(2) 设P为直线$x=-3$上任意一点，过F_1作PF_1的垂线交椭圆C于A，B两点，证明直线OP平分线段AB（其中O为坐标原点），并求$\triangle OAB$面积的最大值.



22．（12分）

已知函数 $f(x)=me^x(x+1)(m\neq 0)$ 有极大值 $\frac{1}{e^2}$，函数 $g(x)=1-x-\ln(x+1)-t$，t 为实数.

(1) 求函数$f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线的方程；

(2) 已知不等式 $f(x)<g(x)$ 恒成立，求实数t的取值范围.

2022年广东省新高考普通高中联合质量测评高三冲刺模拟考试

数学科参考答案

一、单项选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	D	B	C	C	A	D	B

二、多项选择题

题号	9	10	11	12
答案	AC	AD	BD	ABD

三、填空题

13. 2π；　14. $\frac{1}{10}$；　15. 10；　16. 1，　$-\frac{1}{6e^2}$；

详细解答：

1【答案】C

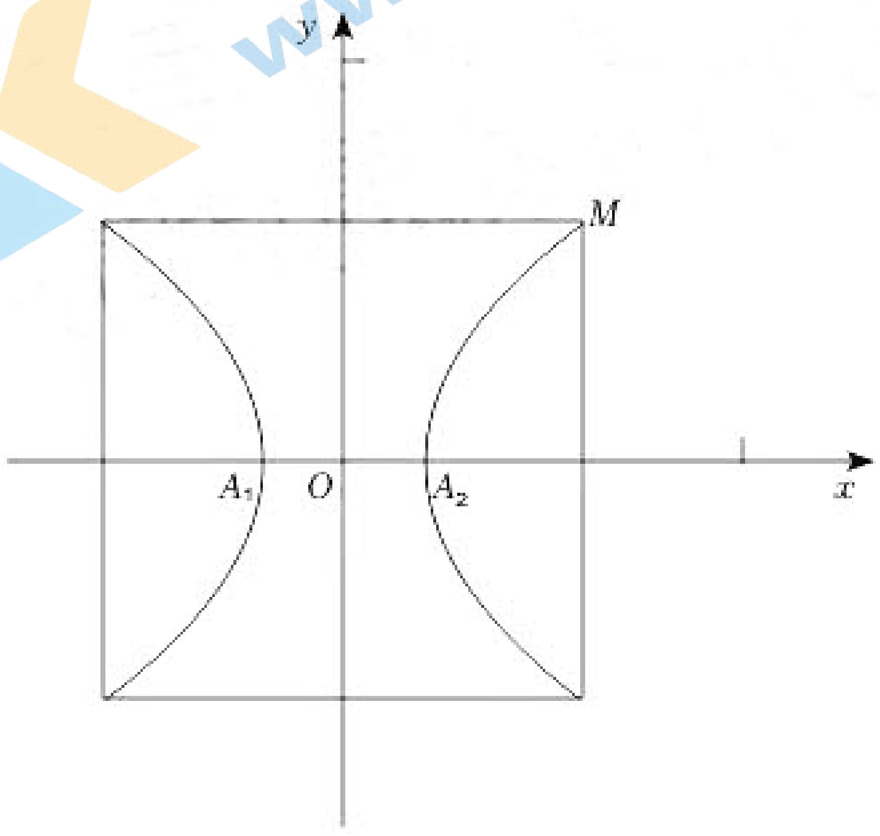
【解析】对于A，$A=\{x|x^2\leqslant 1\}=\{x|-1\leq x\leq 1\}$，$C_UA=\{x|x>1$ 或 $x<-1\}$，$B=\{x|y=\ln(1-x)\}=\{x|x<1\}$，因为 $A\cap B=[-1,1)$，故 A 错误；
对于B，因为 $A\cup B=(-\infty,1]$，故 B 错误；
对于C，因为 $(C_UA)\cap B=(-\infty,-1)$，故 C 正确；
对于D，因为 $(C_UA)\cup B=\{x|x\neq 1\}$，故 D 错误；
故选 C.

2【答案】D

【解析】$\because z=\frac{\sqrt{2}}{1+i}=\frac{\sqrt{2}(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$，$\therefore |z|=\sqrt{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2+(-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=1$，
故选 D.

3【答案】B

【解析】以花瓶最细处所在直线为 x 轴，花瓶的竖直对称轴为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系，设双曲线的方程为：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$．花瓶的最小直径 $|A_1A_2|=2a=4cm$，则 $a=2$，由已知可得 $M(4,3)$，故 $\frac{16}{4}-\frac{9}{b^2}=1$，解得 $b=\sqrt{3}$，所以双曲线的离心率为 $e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.



故选 B.

4【答案】C

【解析】$\because \vec{b}=(\sqrt{3},-1)$，$\therefore |\vec{b}|=2$，又 $\vec{b}\perp(2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b})$，$\therefore \vec{b}\cdot(2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b})=0$，即 $2\vec{b}\cdot\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}^2=0$，

$\therefore 2\times 2\times 1\times\cos\theta-\frac{1}{2}\times 4=0$，$\therefore \cos\theta=\frac{1}{2}$，$\because \theta\in[0,\pi]$，$\therefore \theta=\frac{\pi}{3}$，

故选 C.

5【答案】C

【解析】∵$T_{r+1}=(-\frac{1}{3})^r\cdot C_6^r\cdot x^{\frac{6-3r}{2}}(r=0,1,...,6)$,令 $6-3r=0$，$r=2$，∴常数项为$T_3=\frac{5}{3}$. ∴$a_5=\frac{5}{3}$,

由等差数列性质可得$a_1+a_9=2a_5$. ∴$S_9=\frac{9(a_1+a_9)}{2}=9a_5$=15,

故选 C.

6【答案】A

【解析】∵$\sin(\pi-\alpha)-2\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\alpha-2\cos\alpha$, ∴$\sin\alpha=2+2\cos\alpha$, ∴$2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}=2+2(2\cos^2\frac{\alpha}{2}-1)=4\cos^2\frac{\alpha}{2}$，又$\alpha\in(0,\pi)$，∴$\frac{\alpha}{2}\in(0,\frac{\pi}{2})$，∴$\cos\frac{\alpha}{2}\neq0$，则 $\tan\frac{\alpha}{2}=2$．∴$\tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}=-\frac{4}{3}$,

故选 A.

7【答案】D

【解析】由 $y=\pi^x$在$(0,+\infty)$上单调递增，则 $\pi^e<\pi^3$，

由 $y=x^\pi$在$(0,+\infty)$上单调递增，则$e^\pi<3^\pi$，

令 $f(x)=\frac{\ln x}{x}(x>e)$，则 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}<0$，所以 $f(x)$在$(e,+\infty)$上单调递减，

∵$3<\pi$，∴$\frac{\ln3}{3}>\frac{\ln\pi}{\pi}\Rightarrow\pi\ln3>3\ln\pi\Rightarrow\ln3^\pi>\ln\pi^3\Rightarrow3^\pi>\pi^3$，∴实数$\pi^e$，$3^\pi$，$\pi^3$，$e^\pi$中值最大的是$3^\pi$.

故选 D.

8【答案】B

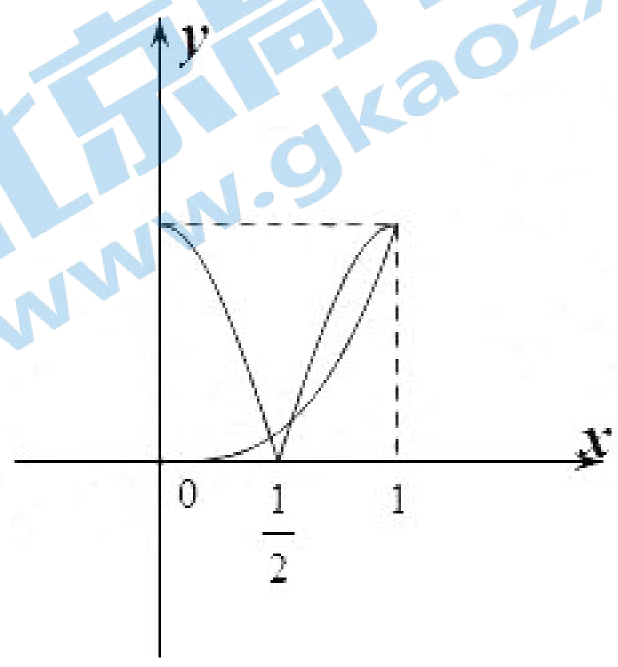
【解析】∵$f(1+x)=f(1-x)$，∴$f(x)$的图象关于直线 $x=1$ 对称，

∵ 函数 $f(x)$是偶函数，∴$f(x)$的图象关于直线 $x=0$ 对称，且当 $0\leqslant x\leqslant1$ 时，

$f(x)=x^2$，令 $1-x=-t$，则 $1+x=2+t$，∴$f(-t)=f(2+t)$，又 $f(x)$是偶函数，∴$f(-t)=f(t)$，∴$f(2+t)=f(t)$ ∴函数 $f(x)$是周期为 2 的周期函数，

又 $y=|\cos(\pi x)|$关于 $x=0$，$x=1$ 对称，∴$x=0$，$x=1$ 为 $g(x)$的对称轴，

作出 $y=|\cos(\pi x)|$和 $y=x^2$在$[0,1]$上的函数图象如图所示：由图象可知 $g(x)$在



$(0,\frac{1}{2})$和$(\frac{1}{2},1)$上各有 1 个零点．又 $g(1)=0$，∴$g(x)$在$[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}]$上共有 5 个零点，

设这 5 个零点从小到大依次为x_1，x_2，x_3，x_4，x_5．则x_1，x_2关于 $x=0$ 对称，x_3，x_5关于 $x=1$ 对称，$x_4=1$，

∴$x_1+x_2=0$，$x_3+x_5=2$，∴$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=3$，

故选 B.

9【答案】AC

【解析】对于 A,∵ $4+10+8+6+2=30$(人)，∴参加本次植树活动的职工共有 30 人，故 A 正确；
对于 B,∵ $(3\times4+4\times10+5\times8+6\times6+7\times2)\div30\approx4.73$(棵)，∴每人植树量的平均数约是 4.73 棵，故 B 错误；
对于 C,∵共有 30 个数，第 15、第 16 个数为 5，∴每人植树量的中位数是 5，故 C 正确；
对于 D，事件"从 30 人中随机抽取 4 人，其中恰有 3 人植树株数为 6"的概率为$\frac{C_6^3C_{24}^1}{C_{30}^4}=\frac{32}{1827}$，故 D 错误；
故选 AC.

10【答案】AD

【解析】对于 A,由图象知，$\frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=\frac{5\pi}{12}-(-\frac{\pi}{12})$，解得$\omega=2$，故 A 正确；

对于 B,由图象和选项 A 可知 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$，由五点法作图得：$2\times\frac{\pi}{3}+\varphi=\pi$，∴ $\varphi=\frac{\pi}{3}$，故 B 错误；

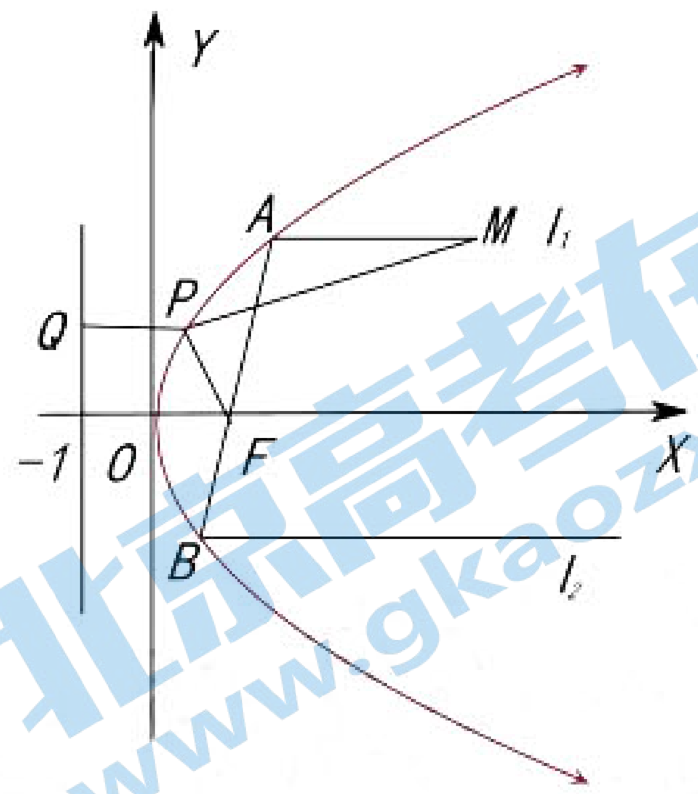
对于 C,由$\frac{\pi}{2}+2k\pi\le2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi$，$k\in Z$，解得$\frac{\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{7\pi}{12}+k\pi$，$k\in Z$，

当 $k=-1$ 时，$f(x)$在$[-\frac{11\pi}{12},-\frac{5\pi}{12}]$上单调递减，故 C 错误；

对于 D,将函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位可得到 $y=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2\sin2x$ 的图象，故 D 正确.
故选 AD.

11【答案】BD

【解析】对于 A,由抛物线的光学性质可知:直线 AB 过抛物线的焦点 $F(1,0)$，



由于l_1从点 $M(4,2\sqrt{3})$射入，$l_1//x$ 轴，A 点纵坐标为 $2\sqrt{3}$，代入$y^2=4x$，

得到 $A(3,2\sqrt{3})$，∴ $k_{AF}=\sqrt{3}$，∴直线 AF：$y=\sqrt{3}(x-1)$

联立$\begin{cases}y^2=4x\\y=\sqrt{3}(x-1)\end{cases}$得$3x^2-10x+3=0$，解得$\begin{cases}x=3\\y=2\sqrt{3}\end{cases}$或$\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\y=-\frac{2\sqrt{3}}{3}\end{cases}$，即

$A(3,2\sqrt{3})$，$B(\frac{1}{3},-\frac{2\sqrt{3}}{3})$，

对于 A，反射光线l_2的方程为 $y=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$，故 A 错误；

对于 B，$|AB|=\sqrt{(3-\frac{1}{3})^2+(2\sqrt{3}+\frac{2\sqrt{3}}{3})^2}=\frac{16}{3}$，故 B 正确；

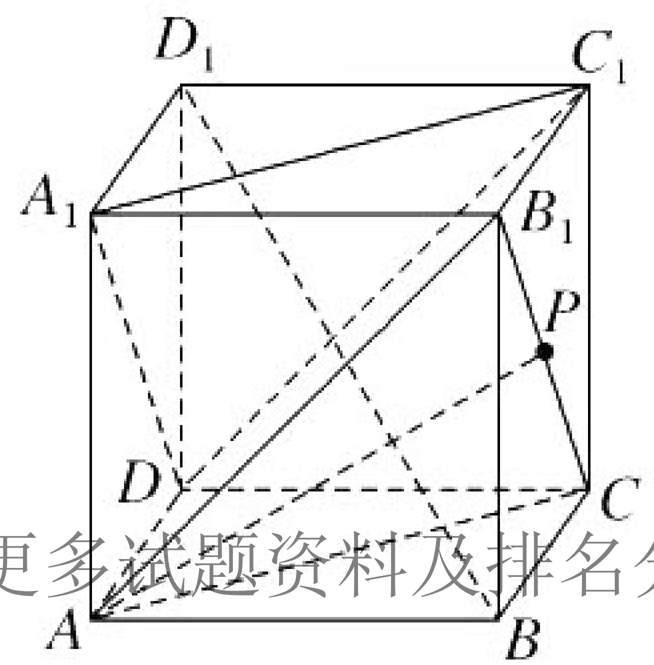
对于 C，∵直线 AB 的方程为$\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$，∴原点到直线 AB 的距离为$\frac{|-\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，∴ $S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times\frac{16}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，或$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}|OF|\times|y_A|+\frac{1}{2}|OF|\times|y_B|=\frac{1}{2}\times1\times2\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times1\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，故 C 错误；

对于 D，如图所示，过 P 作 PQ⊥抛物线的准线 $x=-1$，垂足为 Q，∵ $|PM|+|PF|=|PM|+|PQ|$，易知当 M、P、Q 三点共线时$|PM|+|PQ|=5$为最小，∴ $|PM|+|PF|$的最小值为 5，故 D 正确.

故选 BD.

12【答案】ABD

【解析】对于 A，连接 AP,AB_1,AC，由 $AC\,//\,A_1C_1$，$B_1C\,//\,A_1D$，可得平面 $AB_1C\,//$

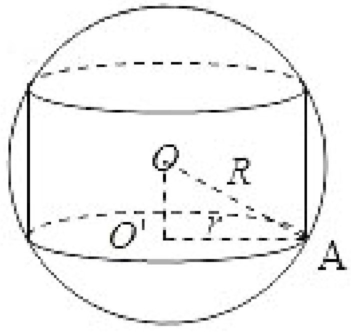


平面 A_1C_1D，而 $AP\subset$ 平面 AB_1C，∴$AP//$ 平面 A_1C_1D，故 A 正确；
对于 B，P 在线段 B_1C 上运动，由 A 选项知 $B_1C//$ 平面 A_1C_1D，

$\therefore V_{P-A_1C_1D}=V_{B_1-A_1C_1D}=V_{D-A_1B_1C_1}=\frac{4}{3}$，

∴三棱锥 $P-A_1C_1D$ 的体积为定值，故 B 正确；

对于 C，把△B_1CC_1沿B_1C翻折到与△AB_1C在同一个平面，连接AC_1，则AC_1是$AP+PC_1$的最小值，∵$AC_1^{\ 2}=AB_1^{\ 2}+B_1C_1^{\ 2}-2AB_1\times B_1C_1\times\cos(60^\circ+45^\circ)=8+4\sqrt{3}$，∴$AC_1=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，即 $AP+PC_1$的最小值是$\sqrt{6}+\sqrt{2}$，故选项 C 错误；
对于 D，∵正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，∴$AB\perp$平面 BCC_1B_1，点 M 到直线 AB 的距离即点 M 到点 B 的距离 MB，在平面 BCC_1B_1内点 M 到点 B 的距离等于点 M 到直线 CC_1的距离，故点 M 的轨迹是以点 B 为焦点，以直线 CC_1为准线的抛物线，故 D 正确.
故选 ABD.
13【答案】2π



【解析】根据题意，设圆柱底面半径为 r，高为 h，∵圆柱的侧面积为 4π，∴ $4\pi=2\pi r\times h$，∴ $hr=2$，又球的半径为 $R=\sqrt{2}$，∴ $R^2=r^2+(\frac{h}{2})^2$，即 $2=r^2+(\frac{h}{2})^2$，

又 $hr=2$，∴ $r=1$，$h=2$，∴圆柱的体积为$\pi r^2h=2\pi$

14【答案】$\frac{1}{10}$

【解析】5 人安排到 4 个场馆工作每人只能到其中一个场馆，且每个场馆至少安排一人的所有情况有$C_5^2A_4^4=240$ 种，小明与小杰在同一个场馆工作的情况有$A_4^4=24$ 种，因此所求的概率为$\frac{24}{240}=\frac{1}{10}$.

15【答案】10

【解析】根据题意，数列$\{a_n\}$为等比数列，首项为$a_1=\frac{1}{16}$，公比 $q=2$，

则$S_n=a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=\frac{\frac{1}{16}(1-2^n)}{1-2}=\frac{2^n-1}{16}$，

$\Pi_n=a_1a_2a_3\dots a_n=2^{-4}\cdot2^{-3}\cdot2^{-2}\cdot\dots\cdot2^{n-5}=2^{\frac{(n-9)n}{2}}$，

由$S_n>\Pi_n$，得$\frac{2^n-1}{16}>2^{\frac{(n-9)n}{2}}$，化简可得：$2^n-1>2^{\frac{(n-9)n}{2}+4}$，

只需满足 $n>\frac{(n-9)n}{2}+4$，解得$\frac{11-\sqrt{89}}{2}<n<\frac{11+\sqrt{89}}{2}$，由于 n 为正整数，因此 n 最大值为 10.

16【答案】1，$-\frac{1}{6e^2}$；

【解析】(1)函数 $f(x)$的导数为 $f'(x)=x-\frac{2m}{3}$，函数 $g(x)$的导数为 $g'(x)=\frac{m^2}{3x}$，

由于 $y=f(x)$，$y=g(x)$有公共点，设为 $P(x_0,y_0)(x_0>0)$，

则$\begin{cases}f(x_0)=g(x_0)\\f'(x_0)=g'(x_0)\end{cases}$，即$\begin{cases}\frac{1}{2}x_0^{\ 2}-\frac{2m}{3}x_0=\frac{m^2}{3}\ln x_0-n\\x_0-\frac{2m}{3}=\frac{m^2}{3x_0}\end{cases}$，解得$x_0=m$ 或$x_0=-\frac{m}{3}$（舍去），

所以函数 $y=f(x)$，$y=g(x)$只有一条公切线；

(2)由(1)知 $n=\frac{m^2}{3}\ln m-\frac{1}{2}m^2+\frac{2m}{3}m=\frac{m^2}{3}\ln m+\frac{1}{6}m^2$

令 $F(m)=\frac{m^2}{3}\ln m+\frac{1}{6}m^2$，$F'(m)=\frac{2m}{3}\ln m+\frac{2m}{3}=\frac{2m}{3}(\ln m+1)$，令 $F'(m)=0$，$m=\frac{1}{e}$，

令 $F'(m)<0$，$0<m<\frac{1}{e}$；令 $F'(m)>0$，$m>\frac{1}{e}$，

所以 $F(m)$ 在 $(0,\frac{1}{e})$ 单调递减，$(\frac{1}{e},+\infty)$ 单调递增，$\therefore F(m)_{min}=F\left(\frac{1}{e}\right)=-\frac{1}{6e^2}$，即 n 的最小值为 $-\frac{1}{6e^2}$.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17 解：(1) $\because b+b\cos C=\sqrt{3}c\sin B$，

由正弦定理可得 $\sin B+\sin B\cos C=\sqrt{3}\sin C\sin B$，……1 分

$\because \sin B\neq 0$，$\therefore 1+\cos C=\sqrt{3}\sin C$，$\therefore \sqrt{3}\sin C-\cos C=1$，即 $\sin(C-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$，……2 分

又 $\because 0<C<\pi$，$\therefore -\frac{\pi}{6}<C-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$，……3 分

$\therefore C-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，$\therefore C=\frac{\pi}{3}$ ……4 分

(2)法一：在ΔACD 中，由余弦定理得，$AD^2=b^2+CD^2-2b\cdot CD\cos C$

$\therefore 52=b^2+4-2\times b\times 2\cos 60°$，即$b^2-2b-48=0$，解得 $b=8$ 或 $b=-6$(舍去) ……5 分

在△ABC 中，由正弦定理可得，$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，即$\frac{8}{\sin B}=\frac{2\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$，$\therefore \sin B=\frac{8\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$，……6 分

在△ABD 中，$\because AB=AD$，$\therefore \angle ADB=\angle B$ 为锐角，$\therefore \cos B=\sqrt{1-\sin^2 B}=\frac{1}{\sqrt{13}}$，……7 分

$\therefore \sin\angle BAD=\sin(\pi-2B)=\sin 2B$ ……8 分

$=2\sin B\cos B$ ……9 分

$=2\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}\times\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{4\sqrt{3}}{13}$. ……10 分

(2)法二：在ΔACD 中，由余弦定理得，$AD^2=b^2+CD^2-2b\cdot CD\cos C$

$\therefore 52=b^2+4-2\times b\times 2\cos 60°$，即$b^2-2b-48=0$，解得 $b=8$ 或 $b=-6$(舍去) ……5 分

在△ACD 中，由正弦定理可得，$\frac{AD}{\sin C}=\frac{b}{\sin\angle ADC}$，即$\frac{2\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{8}{\sin\angle ADC}$，

$\therefore \sin\angle ADC=\frac{8\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$，$\because AB=AD$，$\therefore \angle ADB=\angle ABD$ 为锐角，

又$\angle ADC=\pi-\angle ADB$为钝角，$\therefore \cos\angle ADC=\frac{-1}{\sqrt{13}}$， ……6 分

$\therefore \sin\angle ADB=\sin\angle ADC=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}$，$\cos\angle ADB=-\cos\angle ADC=\frac{1}{\sqrt{13}}$ ……7 分

在$\triangle ABD$中，$\sin\angle BAD=\sin(\pi-2\angle ADB)=\sin 2\angle ADB$ ……8 分

$=2\sin\angle ADB\cos\angle ADB$ ……9 分

$=2\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}\times\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{4\sqrt{3}}{13}$. ……10 分

18 解：(1) 由$\frac{S_n}{n}=\frac{3n-15}{2}$得，$S_n=\frac{1}{2}(3n^2-15n)$， ……1 分

当$n=1$时，$a_1=S_1=\frac{1}{2}(3-15)=-6$; ……2 分

当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{1}{2}(3n^2-15n)-\frac{1}{2}[3(n-1)^2-15(n-1)]=3n-9$. ……3 分

上式对于$n=1$时也成立. $\therefore a_n=3n-9(n\in N^*)$. ……4 分

又$a_n=3\log_2 b_n-9$，即$3n-9=3\log_2 b_n-9$，$\therefore n=\log_2 b_n$ $\therefore b_n=2^n$. ……5 分

(2) 由 (1) 可知$a_n\cdot b_n=(3n-9)\cdot 2^n$ ……6 分

则$T_n=(-6)\times 2+(-3)\times 2^2+0\times 2^3+\dots+(3n-9)\times 2^n$，

$\therefore 2T_n=(-6)\times 2^2+(-3)\times 2^3+\dots+(3n-12)\times 2^n+(3n-9)\times 2^{n+1}$，

两式相减，得：$-T_n=-12+3\times 2^2+3\times 2^3+\dots+3\times 2^n-(3n-9)\times 2^{n+1}$ ……7 分

$=-12+3\times\frac{2^2(1-2^{n-1})}{1-2}-(3n-9)\times 2^{n+1}=-24-(3n-12)\times 2^{n+1}$， ……8 分

$\therefore T_n=24+(3n-12)\times 2^{n+1}$. ……9 分

显然：当$n\geq 4$时，$T_n\geq 24$，且随 n 的增大T_n也增大， ……10 分

易得$T_1=-12$，$T_2=-24$，$T_3=-24$，$T_4=24$， ……11 分

故T_n的最小值为-24. ……12 分

19 解 (1) 存在，当点 E 为棱 AB 的中点时，$AD//$平面B_1C_1E.

理由如下：

取B_1C_1的中点 F，连接 EF、DF，由题意 DF 为$\Delta A_1B_1C_1$的中位线，

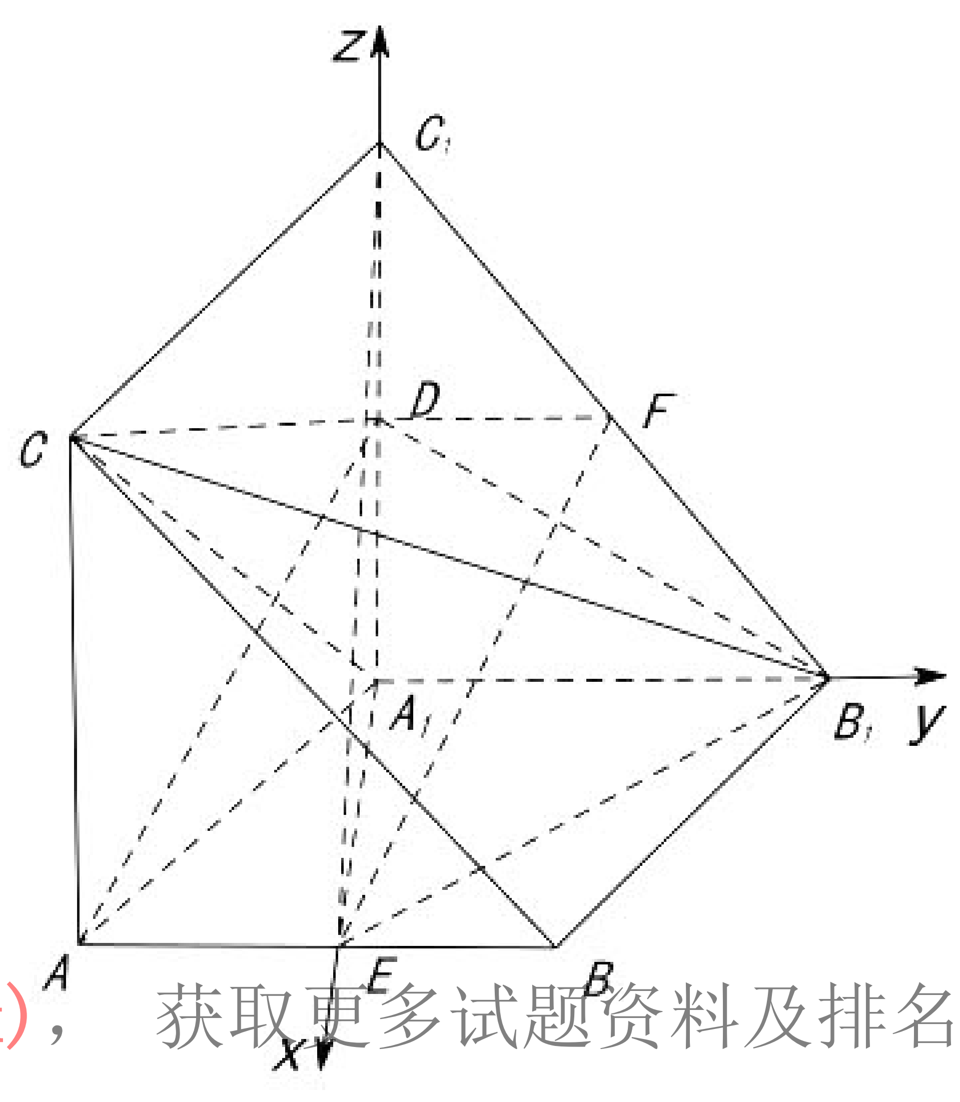
$\therefore DF//A_1B_1$且$DF=\frac{1}{2}A_1B_1$， ……1 分

又$AE//A_1B_1$且$AE=\frac{1}{2}A_1B_1$，故$AE//DF$且$AE=DF$.

$\therefore$四边形 AEFD 为平行四边形， ……2 分

$\therefore AD//EF$， ……3 分

又$AD\not\subset$平面B_1C_1E，$EF\subset$平面B_1C_1E，$\therefore AD//$平面



B_1C_1E，……………………………………4 分

(2)连结A_1E，A_1B，∵四边形AA_1C_1C是矩形，∴$AC//A_1C_1$，

又 $AC\not\subset$平面$A_1B_1C_1$，$A_1C_1\subset$平面$A_1B_1C_1$，

∴ $AC//$平面$A_1B_1C_1$，……………………………………5 分

$\therefore V_{C-A_1B_1D}=V_{A-A_1B_1D}=V_{D-AA_1B_1}=\frac{1}{3}S_{\Delta AA_1B_1}\times A_1D$

$=\frac{1}{3}(\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin120^\circ)\times A_1D=\sqrt{3}$，

∴ $A_1D=3$，$A_1C_1=6$，……………………………6 分

∵平面$AA_1C_1C\perp$平面 ABB_1A_1，侧面四边形AA_1C_1C是矩形，∴ $A_1C_1\perp$平面 ABB_1A_1 ……………………………………………………………………………………7 分

∵底面 ABB_1A_1是菱形，$\angle A_1AB=60^\circ$，∴ ΔA_1AB是正三角形，

∵ E 为 AB 的中点，∴ $A_1E\perp AB$

以A_1为坐标原点建立如图所示的空间直角坐标系，

则$A_1(0,0,0)$，$B_1(0,2,0)$，$B(\sqrt{3},1,0)$，$D(0,0,3)$

……………………………………………………………8 分

设平面BB_1D的一个法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$，$\overrightarrow{B_1B}=(\sqrt{3},-1,0)$，

$\overrightarrow{DB_1}=(0,2,-3)$，由$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{B_1B}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{DB_1}=0\end{cases}$得$\begin{cases}\sqrt{3}x-y=0\\ 2y-3z=0\end{cases}$

令 $x=\sqrt{3}$，则 $y=3$，$z=2$，∴ $\vec{m}=(\sqrt{3},3,2)$，……………………………………9 分

平面A_1B_1D的一个法向量$\vec{n}=(1,0,0)$，……………………………………………………10 分

依题意，二面角A_1-B_1D-B为锐角θ，$\cos\theta=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{\sqrt{3}}{4\times1}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ ……………………………………11 分

∴二面角A_1-B_1D-B的余弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$. ……………………………………………………12 分

20 解：(1)记“甲同学在投篮比赛中得 7 分”为事件 C，则事件 C 即是甲同学在 A 区恰投进 2 球且在 B 区恰投进 1 球，依题意，甲同学的投篮方式有：①在 A 区投 2 球进 2 球，在 B 区投 3 球进 1 球，②在 A 区投 3 球进 2 球，在 B 区投 2 球进 1 球，③在 A 区投 4 球进 2 球，在 B 区投 1 球进 1 球这 3 种情况，………1 分

$\therefore P(C)=C_2^2(\frac{2}{3})^2\cdot C_3^1(\frac{1}{2})^3+C_3^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^1\cdot C_2^1(\frac{1}{2})^2+C_4^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{1}{2}$……………………………………4 分

$=\frac{4}{9}\times3\times\frac{1}{8}+3\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{3}\times2\times\frac{1}{4}+6\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{9}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{6}+\frac{2}{9}+\frac{4}{27}=\frac{9+12+8}{54}=\frac{29}{54}$ ……………………………………………………………………5 分

(2)设甲同学在 A 区投篮 n 次，则甲同学在 B 区投篮$(5-n)$次，甲同学在 A 区得分 X 可取 0，2，…，2n，……………………………………………………………………………………6 分

且 $P(X=0)=(\frac{1}{3})^n$，$P(X=2)=C_n^1\frac{2}{3}(\frac{1}{3})^{n-1}$，…，$P(X=2n)=C_n^n(\frac{2}{3})^n$

$\therefore E(X)=0\times(\frac{1}{3})^n+2C_n^1\frac{2}{3}(\frac{1}{3})^{n-1}+\cdots+2n(\frac{2}{3})^n$ ……………………………………7 分

甲同学在 B 区得分 Y 可取 0，3，…，$3(5-n)$，

且 $P(Y=0)=(\frac{1}{2})^{5-n}$，$P(Y=3)=C_{5-n}^1\left(\frac{1}{2}\right)^{5-n}$，…，$P(Y=3(5-n))=\left(\frac{1}{2}\right)^{5-n}$，

$\therefore E(Y)=0\times(\frac{1}{2})^{5-n}+3\times C_{5-n}^1\left(\frac{1}{2}\right)^{5-n}+\cdots+3(5-n)\left(\frac{1}{2}\right)^{5-n}$，……………………8 分

由上可知甲同学的总得分为 $X+Y$，且 $E(X+Y)=E(X)+E(Y)$.

当 $n=2$ 时，$E(X)+E(Y)=C_2^1\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times2+(\frac{2}{3})^2\times4+(\frac{1}{2})^3\times0+C_3^1(\frac{1}{2})^3\times3+C_3^2(\frac{1}{2})^3\times6+C_3^3(\frac{1}{2})^3\times$

$9=\frac{43}{6}>7$ 满足; ………………………………………………………………9 分

当 $n=3$ 时，$E(X)+E(Y)=(\frac{1}{3})^3\times0+C_3^1\times\frac{2}{3}\times(\frac{1}{3})^2\times2+C_3^2\times(\frac{2}{3})^2\times\frac{1}{3}\times4+(\frac{2}{3})^3\times6+(\frac{1}{2})^2\times0+C_2^1\times$

$(\frac{1}{2})^2\times3+(\frac{1}{2})^2\times6=7$ 满足; ………………………………………………………10 分

当 $n=4$ 时，$E(X)+E(Y)=(\frac{1}{3})^4\times0+C_4^1\times\frac{2}{3}\times(\frac{1}{3})^3\times2+C_4^2\times(\frac{2}{3})^2\times(\frac{1}{3})^2\times4+C_4^3\times(\frac{2}{3})^3\times\frac{1}{3}\times6+$

$C_4^4\times(\frac{2}{3})^4\times8+(\frac{1}{2})\times0+(\frac{1}{2})\times3=\frac{41}{6}<7$ 不满足; ………………………………………11 分

∴甲同学选择在 A 区投篮的次数最多 3 次. ………………………………………………12 分

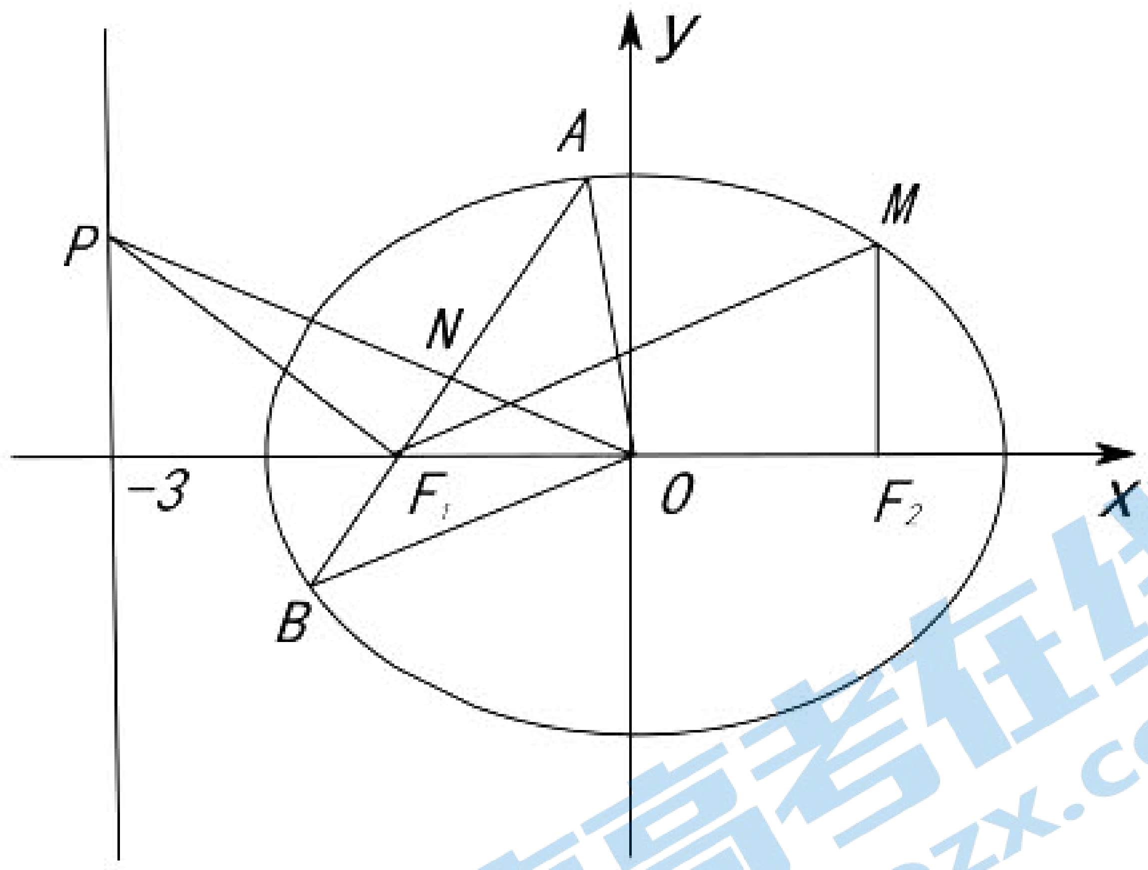
21 解：(1)$\because MF_2\perp F_1F_2$，$\therefore M(c,\frac{b^2}{a})$，……………………………………………1 分

又 $S_{\Delta MF_1F_2}=\frac{1}{2}\cdot2c\cdot\frac{b^2}{a}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，离心率 $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

$\therefore\frac{\sqrt{6}}{3}\cdot b^2=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，$\therefore b^2=2$，…………………2 分

又 $\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}=\frac{6}{9}$，$\therefore a^2=6, c^2=4$. ………………3 分

∴椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$. ………4 分



(2)法一：设 $P(-3,t)$，$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，AB 的中点为 $N(x_0,y_0)$

由 $F_1(-2,0)$，可设直线 AB 的方程为 $x=my-2$，则 AB 的斜率 $k_{AB}=\frac{1}{m}(m\neq0)$. ………………………………5 分

由 $\begin{cases}x=my-2\\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}\Rightarrow(m^2+3)y^2-4my-2=0$，

所以 $\begin{cases}\Delta=16m^2+8(m^2+3)=24(m^2+1)>0\\ y_1+y_2=\frac{4m}{m^2+3}\\ y_1\cdot y_2=\frac{-2}{m^2+3}\end{cases}$， ………………………………………………6 分

于是 $y_0=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{2m}{m^2+3}$，从而 $x_0=my_0-2=\frac{2m^2}{m^2+3}-2=\frac{-6}{m^2+3}$，

即 $N(\frac{-6}{m^2+3},\frac{2m}{m^2+3})$，则直线 ON 的斜率 $k_{ON}=-\frac{m}{3}$， ………………………………………………7 分

又由 $AB\perp PF_1$ 知，直线 PF_1 的斜率 $k_{PF_1}=\frac{t-0}{-3+2}=-\frac{1}{k_{AB}}=-\frac{1}{\frac{1}{m}}=-m$，得 $t=m$.

从而 $k_{OP}=\frac{t}{-3}=-\frac{m}{3}=k_{ON}$，即 $k_{OP}=k_{ON}$，

$\therefore$ O，N，P 三点共线，从而 OP 平分线段 AB， ………………………………………………8 分

当 $m=0$ 时，则 $P(-3,0)$，显然直线 OP 平分线段 AB，

故得证. ……………………………………………………………………………………9 分

又 $\because |y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\frac{\sqrt{24(m^2+1)}}{m^2+3}$ ……………………………………10 分

$\therefore S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}\cdot|OF_1|\cdot|y_1-y_2|=|y_1-y_2|=\frac{\sqrt{24(m^2+1)}}{m^2+3}$ ……………………………11 分

$=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{m^2+1}+\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}}\leqslant\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{3}$,

当且仅当 $\sqrt{m^2+1}=\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$, 即 $m=\pm1$ 时, 等号成立.

$\therefore \Delta OAB$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$ ……………………………………………………12 分

注: 也可由弦长公式和点线距表示面积后利用基本不等式求面积的最值, 请参考下列过程给分。

由弦长公式得: $|AB|=\sqrt{(1+m^2)[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2]}=\sqrt{1+m^2}\cdot\frac{\sqrt{24(m^2+1)}}{m^2+3}$

又原点到直线 AB 的距离 $d=\frac{2}{\sqrt{1+m^2}}$ ……………………………………………………10 分

$\therefore S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{1+m^2}\cdot\frac{\sqrt{24(m^2+1)}}{m^2+3}\cdot\frac{2}{\sqrt{1+m^2}}=\frac{\sqrt{24(m^2+1)}}{m^2+3}=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{m^2+1}+\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}}$

$\leqslant\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{3}$, ……………………………………………………………………11 分

当且仅当 $\sqrt{m^2+1}=\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}$, 即 $m=\pm1$ 时, 等号成立.

$\therefore \Delta OAB$ 面积的最大值为 $\sqrt{3}$ ……………………………………………………12 分

(2)法二: 当直线 AB 的斜率存在时, 设直线 AB 的方程为 $y=k(x+2)(k\neq0)$,

设 $P(-3,t)$, $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, AB 的中点为 $N(x_0,y_0)$, ……………………………5 分

由 $\begin{cases}y=k(x+2)\\ \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1\end{cases}$ 得 $(1+3k^2)x^2+12k^2x+12k^2-6=0$,

$\therefore\begin{cases}\Delta=144k^4-4(1+3k^2)(12k^2-6)=24(k^2+1)>0\\ x_1+x_2=-\frac{12k^2}{1+3k^2}\\ x_1\cdot x_2=\frac{12k^2-6}{1+3k^2}\end{cases}$, ……………………………………6 分

$\therefore x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{6k^2}{1+3k^2}$, $y_0=k(x_0+2)=k\cdot\frac{2}{1+3k^2}=\frac{2k}{1+3k^2}$,

$\therefore N(-\frac{6k^2}{1+3k^2},\frac{2k}{1+3k^2})$, $\therefore$ 直线 ON 的斜率 $k_{ON}=-\frac{1}{3k}$, …………………………7 分

又由 $AB\perp PF_1$ 知, 直线 PF_1 的斜率 $k_{PF_1}=\frac{t-0}{-3+2}=-\frac{1}{k_{AB}}=-\frac{1}{k}$, $\therefore t=\frac{1}{k}$,

从而 $k_{OP}=\frac{\frac{1}{k}}{-3}=-\frac{1}{3k}=k_{ON}$, 即 $k_{OP}=k_{ON}$,

$\therefore$ O, N, P 三点共线, 从而 OP 平分线段 AB, …………………………………………8 分

当直线 AB 的斜率不存在时, $\because AB\perp PF_1$ 则 $P(-3,0)$, 显然直线 OP 平分线段 AB,

故得证. ……………………………………………………………………………………9 分

由弦长公式得：$|AB|=\sqrt{(1+k^2)[(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2]}=\sqrt{(1+k^2)[(-\frac{12k^2}{1+3k^2})^2-4\frac{12k^2-6}{1+3k^2}]}$

$=\sqrt{(1+k^2)\cdot\frac{24(1+k^2)}{(1+3k^2)^2}}=\frac{2\sqrt{6}(1+k^2)}{1+3k^2}$，

又原点到直线 AB 的距离 $d=\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}$ ……………………10 分

$\therefore S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}|AB|\cdot d=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{6}(1+k^2)}{1+3k^2}\cdot\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2\sqrt{6}\sqrt{1+k^2}\cdot|k|}{1+3k^2}=\frac{2\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{1+k^2}}{|k|}+\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}}\leqslant\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=\sqrt{3}$， ……………………11 分

当且仅当$\frac{\sqrt{1+k^2}}{|k|}=\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}$，即 $k=\pm1$ 时，等号成立.

$\therefore \Delta OAB$ 面积的最大值为$\sqrt{3}$ ……………………12 分

22 解：(1)函数 $f(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$，

且 $f'(x)=me^x(x+2)(m\neq0)$， ……………………1 分

由 $f'(x)=0$ 得 $x=-2$，

依题意，$f(-2)=me^{-2}(-2+1)=\frac{1}{e^2}\therefore m=-1$ ……………………2 分

当 $m=-1$ 时，$f'(x)=-e^x(x+2)$，

当 $x<-2$ 时 $f'(x)>0$，当 $x>-2$ 时 $f'(x)<0$，

$\therefore f(x)$在$(-\infty,-2)$上单调递增，在$(-2,+\infty)$上单调递减，

$\therefore f(x)_{极大值}=f(-2)=\frac{1}{e^2}$， ……………………3 分

$\therefore f(x)=-e^x(x+1)$，$f'(x)=-e^x(x+2)$，$f(0)=-1$，$f'(0)=-2$， ……………………4 分

$\therefore$在点$(0,-1)$处的切线的方程为：$y+1=-2(x-0)$，

即 $2x+y+1=0$ 为所求. ……………………5 分

(2)法一：不等式 $f(x)<g(x)$即$-e^x(x+1)<1-x-ln(x+1)-t$

即 $t<e^x(x+1)-\ln(x+1)-x+1$，

设 $h(x)=e^x(x+1)-\ln(x+1)-x+1,(x>-1)$，

则问题等价于 $t<h(x)_{min}$，$x\in(-1,+\infty)$ ……………………6 分

$h'(x)=e^x(x+1)+e^x-\frac{1}{x+1}-1=\frac{(x+2)[(x+1)e^x-1]}{x+1}$， ……………………7 分

设 $m(x)=(x+1)e^x-1$，$x\in(-1,+\infty)$，则 $m'(x)=(x+2)e^x>0$， ……………………8 分

$\therefore m(x)=(x+1)e^x-1$ 在$(-1,+\infty)$上单调递增，又 $m(0)=0$. ……………………9 分

$\therefore x\in(-1,0)$时，$m(x)<0$，即 $h'(x)<0$，$\therefore h(x)$在$(-1,0)$上单调递减，

$x\in(0,+\infty)$时，$m(x)>0$，即 $h'(x)>0$，$\therefore h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增， ……………………10 分

$\therefore h(x)_{min}=h(0)=2$ ……………………11 分

$\therefore t<2$，

$\therefore$实数 t 的取值范围为$(-\infty,2)$. ……………………12 分

(2)法二：不等式 $f(x)<g(x)$即$-e^x(x+1)<1-x-ln(x+1)-t$

即 $t<e^x(x+1)-\ln(x+1)-(x+1)+2,(x>-1)$ ……………………6 分

$\because e^x(x+1)=\frac{1}{e}e^{x+1}(x+1)=\frac{1}{e}\cdot e^{\ln(x+1)+(x+1)}$

$\therefore t<\frac{1}{e}\cdot e^{\ln(x+1)+(x+1)}-[\ln(x+1)+(x+1)]+2$ ……………………7 分

令 $k(x)=\ln(x+1)+(x+1),(x>-1)$，则 $k'(x)=\frac{1}{x+1}+1>0$，

$\therefore k(x)$在$(-1,+\infty)$上是增函数，……………………………………………………8 分

又当 $x\in(-1,+\infty)$，$(x+1)\in(0,+\infty),\ln(x+1)\in R$，

设 $k=k(x)\in R$，

设 $g(k)=\frac{1}{e}e^k-k+2,(k\in R)$，则只需 $t<g(k)_{min}$，……………………………………9 分

$\because g'(k)=\frac{1}{e}e^k-1=e^{k-1}-1$，令 $g'(k)=0$ 得 $k=1$，

$\therefore$当 $k<1$ 时，$g'(k)<0$，当 $k>1$ 时，$g'(k)>0$，

$\therefore g(k)$在$(-\infty,1)$上是减函数，在$(1,+\infty)$上是增函数，……………………10 分

$\therefore k=1$ 是 $g(k)$的极小值点，且 $g(k)_{min}=g(1)=2$，$\therefore t<2$，……………………11 分

$\therefore$实数 t 的取值范围为$(-\infty,2)$。……………………………………………………12 分

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。