2023 北京汇文中学高一（下）期中

数　　学

一、选择题（每题 5 分，共 60 分）

1．在复平面内，复数 $z=i(2+i)$ 对应的点的坐标为（　　）

A．（1，2）　　B．（－1，2）　　C．（2，1）　　D．（2，－1）

2．在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a^2=b^2-c^2-ac$，则角 B 的大小是（　　）

A．45°　　B．60°　　C．120°　　D．150°

3．平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 共线的充要条件是（　　）

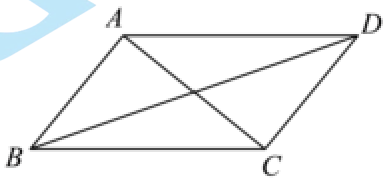
A．$\vec{a}$，$\vec{b}$ 方向相同

B．$\vec{a}$，$\vec{b}$ 两向量中至少有一个为零向量

C．$\exists\lambda\in\mathbf{R}$，$\vec{b}=\lambda\vec{a}$

D．存在不全为零的实数 λ_1，λ_2，$\lambda_1\vec{a}+\lambda_2\vec{b}=\vec{0}$

4．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{AD}=$（　　）



A．$\overrightarrow{CA}$　　B．$\overrightarrow{AC}$　　C．$\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

5．空间中有平面 α 和直线 a，b，若 a∥α，a∥b，则下列说法中一定错误的是（　　）

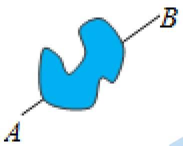
A．直线 b 平行于平面 α　　B．直线 b 在平面 α 内

C．直线 b 与平面 α 交于一点　　D．直线 a 和 b 共面

6．如图所示，为了测量某湖泊两侧 A，B 间的距离，某同学首先选定了与 A，B 不共线的一点 C，然后给出了四种测量方案：（△ABC 的角 A，B，C 所对的边分别记为 a，b，c）

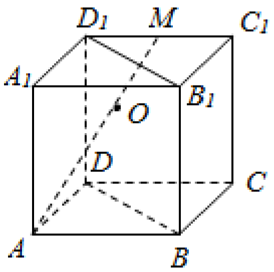
①测量 A，C，b．②测量 a，b，C．③测量 A，B，a．④测量 a，b，B．

则一定能确定 A，B 间距离的所有方案的序号为（　　）



A．①②③　　B．②③④　　C．①③④　　D．①②③④

7．如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M 为棱 D_1C_1 的中点．设 AM 与平面 BB_1D_1D 的交点为 O，则（　　）



A．三点 D_1，O，B 共线，且 $OB=2OD_1$

B．三点 D_1，O，B 不共线，且 $OB=2OD_1$

C．三点 D_1，O，B 共线，且 $OB=OD_1$

D．三点 D_1，O，B 不共线，且 $OB=OD_1$

8．已知向量 $\vec{a}=(0,5)$，$\vec{b}=(4,-3)$，$\vec{c}=(-2,-1)$，那么下列结论正确的是（　　）

A．$\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 为共线向量　　B．$\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 垂直

C．$\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角为钝角　　D．$\vec{a}-\vec{b}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为锐角

9．已知菱形 $ABCD$ 边长为 1，$\angle BAD=60°$，则 $\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{DC}=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

10．在棱长为 3 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 在线段 BD_1 上，且 $\frac{BP}{PD_1}=\frac{1}{2}$，$M$ 为线段 B_1C_1 上的动点，则三棱锥 $M-PBC$ 的体积为（　　）

A．1　　B．$\frac{3}{2}$

C．$\frac{9}{2}$　　D．与 M 点的位置有关

11．现有下列五个结论：

①若 a、$b\in\mathbf{R}$，则有 $|ab|=|a||b|$；

②对任意向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$，有 $|\vec{a}\cdot\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|$；

③对任意向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$，有 $\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$；

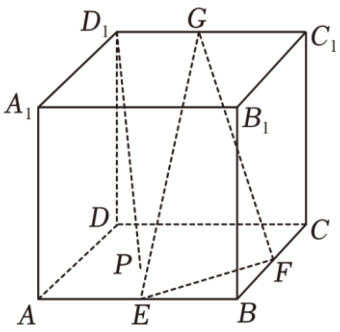
④对任意复数 z，有 $z^2=|z|^2$；

⑤对任意复数 z，有 $|z^2|=|z|^2$．

以上结论中，正确的个数为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

12．如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AD=DD_1=1$，$AB=\sqrt{3}$，E，F，G 分别为 AB，BC，C_1D_1 的中点，点 P 在平面 $ABCD$ 内，若直线 D_1P∥平面 EFG，则线段 D_1P 长度的最小值是（　　）



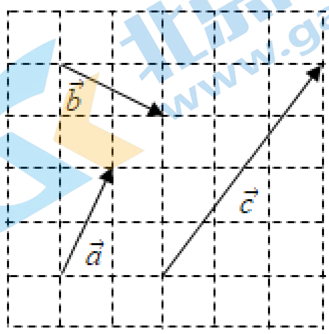
A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　　B. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　　D. $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$

二、填空题（每题 5 分，共 30 分）

13．复数 $z=(x^2-1)+(x-1)i$ 是纯虚数，则实数 $x=$_______.

14．如图，在 6×6 的方格纸中，若起点和终点均在格点的向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$满足 $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$（$x$，$y\in\mathbf{R}$），则$\dfrac{x}{y}$

=____________.

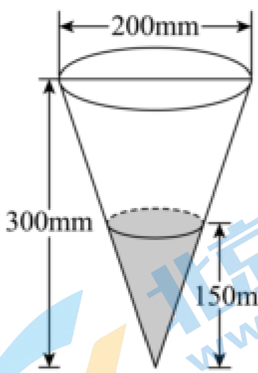


15．在△ABC 中，$BC=\sqrt{7}$，$AC=2\sqrt{3}$，$A=\dfrac{\pi}{6}$，则 AB 长为_______.

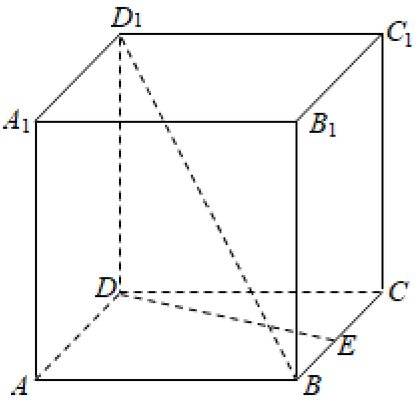
16．对 24 小时内降水在平地上的积水厚度（mm）进行如下定义：

0～10	10～25	25～50	50～100
①小雨	②小雨	③大雨	④暴雨

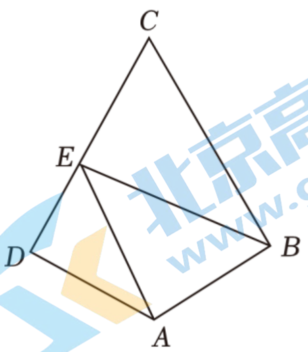
小明用了一个圆锥形容器接了 24 小时的雨水，则这一天的雨水属于等级________.（只填入雨水等级所对应的序号）



17．如图所示，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 是边 BC 的中点．动点 P 在直线 BD_1（除 B，D_1 两点）上运动的过程中，平面 DEP 可能经过的该正方体的顶点是_________.（写出满足条件的所有顶点）



18．如图，在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle CDA=\angle CBA=90^\circ$，$\angle BAD=120^\circ$，$AB=AD=1$，若点 E 为 CD 边上的动点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BE}$ 的最小值为 ________．



三、解答题（每题 15 分，共 60 分）

19．（15 分）已知 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 是同一平面内的三个向量，其中 $\vec{a}=(1,3)$．

（1）若 $|\vec{b}|=2\sqrt{10}$，且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 反向，求 $\vec{b}$ 的坐标；

（2）若 $|\vec{c}|=\sqrt{5}$，且 $(\vec{a}+\vec{c})$ 与 $(2\vec{a}-3\vec{c})$ 垂直，求 $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 的夹角 θ．

20．（15 分）在△ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．已知 $\frac{b}{c}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$A+3C=\pi$；

（1）求 $\cos C$ 的值；

（2）求 $\sin B$ 的值；

（3）若 $b=3\sqrt{3}$，求 a．

21．（15 分）设△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，且 $a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$．

（1）求角 A 的大小；

（2）再从以下三组条件中选择一组条件作为已知条件，使三角形存在且唯一确定，并求△ABC 的面积．

第①组条件：$a=\sqrt{19}$，$c=5$；

第②组条件：AB 边上的高 $h=\sqrt{3}$，$a=3$；

第③组条件：$\cos C=\frac{1}{3}$，$c=4\sqrt{2}$．

22．（15 分）（1）如图 1，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 是 A_1C_1 的中点．求证：BC_1∥平面 AB_1D；

（2）如图 2，在三棱锥 $P-ABC$ 中，E 为 PC 的中点，M 为 AB 的中点，点 F 在 PA 上，且 $AF=2FP$．求证：CM∥平面 BEF．

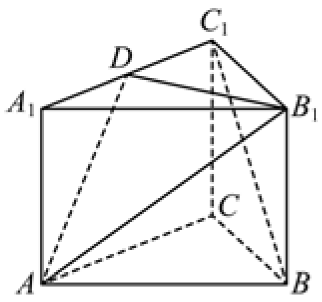


图 1

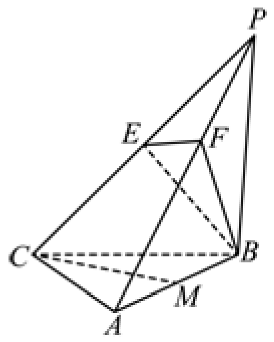


图 2

参考答案

一、选择题（每题 5 分，共 60 分）

1.【解答】解：∵$z=i(2+i)=-1+2i$，

∴复数 z 对应的点的坐标为（－1，2）．

故选：B．

2.【解答】解：$a^2=b^2-c^2-ac\Rightarrow a^2+c^2+ac=b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\Rightarrow \cos B=-\frac{1}{2}$，

∵$0°<B<180°$，∴$B=120°$．

故选：C．

3.【解答】解：对于 A：$\vec{a}$，$\vec{b}$共线不一定同向；

对于 B：$\vec{a}$，$\vec{b}$是非零向量也可以共线；

对于 C：当$\vec{a}=\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$时$\vec{b}=\lambda\vec{a}$不成立，

故选：D．

4.【解答】解：$\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{AD})=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$．

故选：D．

5.【解答】解：因为 $a//\alpha$，$a//b$，

所以 b 与平面 α 平行或直线 b 在平面 α 内，AB 正确，C 错误；

因为 $a//b$，

所以直线 a 和 b 共面，D 正确．

故选：C．

6.【解答】解：对于①③可以利用正弦定理确定唯一的 A，B 两点间的距离．

对于②直接利用余弦定理即可确定 A，B 两点间的距离．

对于④测量 a，b，B，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，$\sin A=\frac{a\sin B}{b}$，$b<a$，此时 A 不唯一

故选：A．

7.【解答】解：【解法一】如图 1

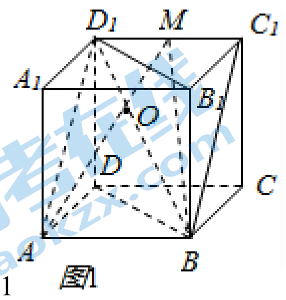


图1

，

连接 AD_1，BC_1，

利用公理 2 可直接证得，

并且由 $D_1M//AB$ 且 $D_1M=\frac{1}{2}AB$，

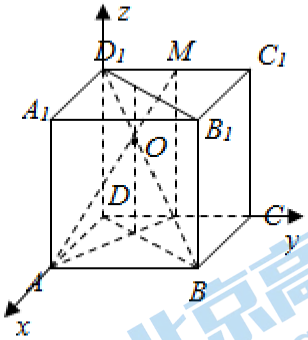
$\therefore OD_1=\frac{1}{2}BO$，

$\therefore D_1$，O，B 三点共线，

且 $OB=2OD_1$．

【解法二】以正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 D 为坐标原点，DA 所在的直线为 x 轴，DC 所在的直线为 y 轴，DD_1 所在的直线为 z 轴建立空间直角坐标系，如图所示，

设正方体的棱长为 1，



则 A（1，0，0），B（1，1，0），D_1（0，0，1），M（0，$\frac{1}{2}$，1）；

设点 O（x，x，z），

$\therefore \overrightarrow{AO}=$（$x-1$，$x$，$z$），$\overrightarrow{AM}=$（$-1$，$\frac{1}{2}$，1）；

又 $\overrightarrow{AO}$ 与 $\overrightarrow{AM}$ 共线，$\therefore \overrightarrow{AO}=\lambda\overrightarrow{AM}$，

$\therefore$（$x-1$，x，z）＝（$-\lambda$，$\frac{1}{2}\lambda$，λ），

即 $\begin{cases} x-1=-\lambda \\ x=\frac{1}{2}\lambda \\ z=\lambda \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ z=\lambda=\frac{2}{3} \end{cases}$，

$\therefore$ 点 O（$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$，$\frac{2}{3}$）；

$\therefore \overrightarrow{BO}=$（$-\frac{2}{3}$，$-\frac{2}{3}$，$\frac{2}{3}$），

又 $\overrightarrow{BD_1}=$（-1，-1，1），

$\therefore \overrightarrow{BO}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BD_1}$，

$\therefore D_1$，O，B 三点共线，且 $OB=2OD_1$．

故选：A．

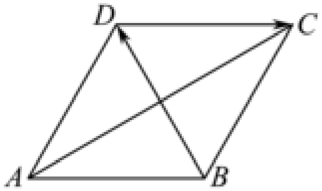
8.【解答】解：根据题意，向量$\vec{a}=(0,5)$，$\vec{b}=(4,-3)$，$\vec{c}=(-2,-1)$，则$\vec{a}-\vec{b}=(-4,8)$，

又由$\vec{c}=(-2,-1)$，有$(-4)\times(-1)\neq(-2)\times 8$，则$(\vec{a}-\vec{b})$与$\vec{c}$不是共线向量，

$\vec{c}=(-2,-1)$，则$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=(-4)\times(-2)+(-1)\times 8=0$，则$(\vec{a}-\vec{b})$与$\vec{c}$垂直；

故选：B.

9.【解答】解：$\because \angle BAD=60^\circ$，



由菱形的几何性质可得：$AB=BD=DC=1$，$\langle\overrightarrow{BD},\overrightarrow{DC}\rangle=120^\circ$，

故$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{DC}=1\times 1\times\cos 120^\circ=-\dfrac{1}{2}$.

故选：D.

10.【解答】解：如图所示，连接BC_1，取$\dfrac{BN}{NC_1}=\dfrac{1}{2}$，

则$PN\parallel D_1C_1$，$\dfrac{PN}{D_1C_1}=\dfrac{BP}{BD_1}=\dfrac{1}{3}$，$PN=1$，

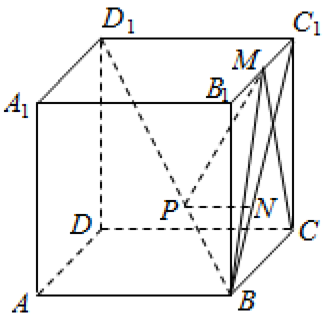
$\because D_1C_1\perp$平面BCC_1B_1，

$\therefore PN\perp$平面BCC_1B_1，

即PN是三棱锥$P-BCM$的高.

$\therefore V_{三棱锥M-PBC}=V_{三棱锥P-BCM}=\dfrac{1}{3}PN\cdot S_{\triangle BCM}=\dfrac{1}{3}\times 1\times\dfrac{1}{2}\times 3^2=\dfrac{3}{2}$.

故选：B.



11.【解答】解：①a、$b\in\mathbf{R}$，则有$|ab|=|a||b|$成立，故①正确；

②对任意向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，有$|\vec{a}\cdot\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$，故②错误；

③对任意向量$\vec{a}$、$\vec{b}$，有$\vec{a}^2=|\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cos 0^\circ=|\vec{a}|^2$，故③正确；

④对任意复数$z=a+bi$，a、$b\in\mathbf{R}$，则有$z^2=a^2+b^2+2abi$，$|z|^2=a^2+b^2$，故④错误；

⑤对任意复数$z=a+bi$，a、$b\in\mathbf{R}$，$z^2=a^2+b^2+2abi$，$|z^2|=a^2+b^2$，$|z|^2=a^2+b^2$，故有$|z^2|=|z|^2$．故⑤正确.

故选：B.

12.【解答】解：连结 D_1A，AC，D_1C，如图所示，

因为 E，F，G 分别为 AB，BC，C_1D_1 的中点，

所以 $AC /\!/ EF$，又 $EF\not\subset$ 平面 ACD_1，$AC\subset$ 平面 ACD_1，则 $EF /\!/$ 平面 ACD_1，

因为 $EG /\!/ AD_1$，同理可得 $EG /\!/$ 平面 ACD_1，又 $EF\cap EG=E$，EF，$EG\subset$ 平面 EFG，

所以平面 $ACD_1 /\!/$ 平面 EFG，

因为直线 $D_1P /\!/$ 平面 EFG，

所以点 P 在直线 AC 上，

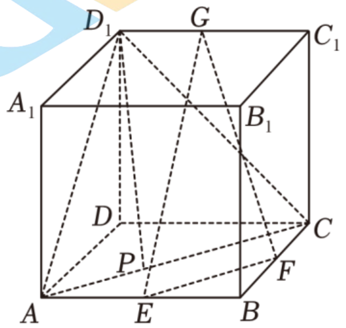
在△ACD_1 中，$AD_1=\sqrt{2}$，$AC=2$，$CD_1=2$，

所以 $S_{\triangle AD_1C}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2^2-(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$，

故当 $D_1P\perp AC$ 时，线段 D_1P 的长度最小，

所以 $S_{\triangle AD_1C}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot D_1P=\frac{\sqrt{7}}{2}$，故 $D_1P=\frac{\frac{\sqrt{7}}{2}}{\frac{1}{2}\times 2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

故选：D.



二、填空题（每题 5 分，共 30 分）

13.【解答】解：∵复数 $z=(x^2-1)+(x-1)i$ 是纯虚数，

∴$x^2-1=0$ 且 $x-1\neq 0$，

∴$x=\pm 1$ 且 $x\neq 1$，

∴$x=-1$，

故答案为：-1.

14.【解答】解：将向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 放入坐标系中，

则向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(2,-1)$，$\vec{c}=(3,4)$，

∵$\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$，

∴$(3,4)=x(1,2)+y(2,-1)$，

即 $\begin{cases}x+2y=3\\2x-y=4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\frac{11}{5}\\y=\frac{2}{5}\end{cases}$，

则$\frac{x}{y}=\frac{11}{2}$，

故答案为：$\frac{11}{2}$.

15.【解答】解：由余弦定理得$\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{AB^2+12-7}{4\sqrt{3}AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得 $AB=5$ 或 1

故答案为：5 或 1.

16.【解答】解：设圆锥形容器中积水水面半径为 r，则$\frac{2r}{200}=\frac{150}{300}$，解得 $r=50$，

所以积水厚度为$\frac{V}{S}=\frac{\frac{1}{3}\pi\times 50^2\times 150}{\pi\times 100^2}=12.5mm$，

所以 $12.5\in(10，25)$.

所以一天的雨水属于中雨.

故答案为：中雨.

17.【解答】解：取 BB_1 的中点 F，则 A_1，D，E，F 四点共面，D_1，B 在平面 $ADEF$ 的两侧，故 D_1B 与平面相交，满足题意；

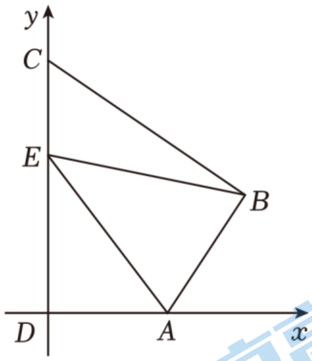
取 A_1D_1 的中点 M，则 M，D，E，B_1 四点共面，D_1，B 在平面 $MDEB_1$ 的两侧，故 D_1B 与平面相交，满足题意；

D 显然满足.

动点 P 在直线 BD_1（除 B，D_1 两点）上运动的过程中，平面 DEP 可能经过的该正方体的顶点是 A_1，B_1，D.

故答案为：A_1，B_1，D.

18.【解答】解：以 D 点为原点，DA 所在直线为 x 轴，DC 所在直线为 y 轴，建立如图平面直角坐标系，



则 $A(1，0)$，$B(\frac{3}{2}，\frac{\sqrt{3}}{2})$，$C(0，\sqrt{3})$，

设点 E 坐标为 $E(0，t)$，则 $t\in[0，\sqrt{3}]$，$\overrightarrow{AE}=(-1，t)$，$\overrightarrow{BE}=(-\frac{3}{2}，t-\frac{\sqrt{3}}{2})$，

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BE}=(-1，t)\cdot(-\frac{3}{2}，t-\frac{\sqrt{3}}{2})=t^2-\frac{\sqrt{3}}{2}t+\frac{3}{2}=(t-\frac{\sqrt{3}}{4})^2+\frac{21}{16}$，

$\therefore$ 当 $t=\frac{\sqrt{3}}{4}$ 时，$(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BE})_{min}=\frac{21}{16}$.

故答案为：$\frac{21}{16}$.

三、解答题（每题 15 分，共 60 分）

19.【解答】解：（1）因为 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 反向，设 $\vec{b}=\lambda\vec{a}=\lambda(1,3)=(\lambda,3\lambda)$，$\lambda<0$，

$\therefore |\vec{b}|=\sqrt{10}\cdot|\lambda|=2\sqrt{10}$，

所以 $\lambda=-2$.

所以 $\vec{b}=(-2,-6)$.

（2）$\because |\vec{c}|=\sqrt{5}$，$|\vec{a}|=\sqrt{10}$，$(\vec{a}+\vec{c})\perp(2\vec{a}-3\vec{c})$，

$\therefore (\vec{a}+\vec{c})\cdot(2\vec{a}-3\vec{c})=2\vec{a}^2-3\vec{c}^2-\vec{a}\cdot\vec{c}=5-\vec{a}\cdot\vec{c}=0$，

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{c}=5$，

$\therefore \cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{|\vec{a}||\vec{c}|}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

又因为 $\theta\in[0,\pi]$，

$\theta=\frac{\pi}{4}$.

20.【解答】解：（1）因为 $A+3C=\pi$ 且 $A+B+C=\pi$，可得 $B=2C$，

由正弦定理 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ 且 $\frac{b}{c}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

可得 $\frac{b}{c}=\frac{\sin B}{\sin C}=\frac{\sin 2C}{\sin C}=\frac{2\sin C\cos C}{\sin C}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，可得 $\cos C=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

（2）因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{1-\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以 $\sin B=\sin 2C=2\sin C\cos C=2\times\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

（3）因为 $B=2C$，所以 $\cos B=\cos 2C=2\cos^2 C-1=2\times\frac{1}{3}-1=-\frac{1}{3}$，

又因为 $A+B+C=\pi$，

所以 $\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+(-\frac{1}{3})\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{9}$，

因为 $b=3\sqrt{3}$，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，可得 $a=\frac{b\sin A}{\sin B}=\frac{3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{9}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=\frac{3}{2}$.

21.【解答】解：（1）因为 $a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$，所以由正弦定理得 $\sin A\sin B=\sqrt{3}\sin B\cos A$，

又因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B>0$，所以 $\sin A=\sqrt{3}\cos A$，

显然 $\cos A\neq0$，则 $\tan A=\sqrt{3}$，

又因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$.

（2）若选①，由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即 $19=b^2+25-5b$，即 $b^2-5b+6=0$，

解得 $b=2$ 或 3，不符合题意；

若选②，因为 AB 边上的高 $h=\sqrt{3}$，所以 $b\sin\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，则 $b=\dfrac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2$，

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即 $9=4+c^2-2c$，即 $c^2-2c-5=0$，

解得 $c=1+\sqrt{6}$，$c=1-\sqrt{6}$（舍去），

故△ABC 唯一，符合题意，

此时△ABC 的面积 $S=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times2\times(1+\sqrt{6})\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2}$；

若选③，因为知道角 A，$\cos C$，边 c，所以△ABC 唯一，符合题意，

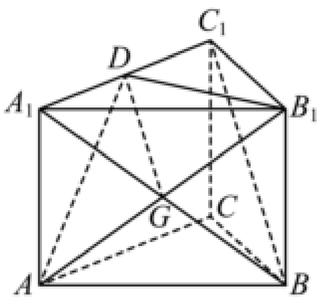
因为 $C\in(0,\pi)$，$\cos C=\dfrac{1}{3}$，所以 $\sin C=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{c}{\sin C}$ 得 $a=\dfrac{c\sin A}{\sin C}=\dfrac{4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}}=3\sqrt{3}$，

则 $\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$，

此时△ABC 的面积 $S=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times4\sqrt{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$.

22.【解答】解：（1）如图所示，



证明：连接 A_1B 交 AB_1 于点 G，连接 DG，

则 G 为 A_1B 的中点，

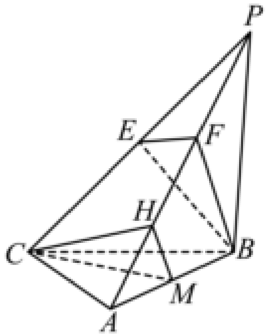
又因为 D 为 A_1C_1 的中点，

所以 $DG\parallel BC_1$，

又因为 $DG\subset$ 面 AB_1D，$BC_1\not\subset$ 面 AB_1D，

所以 $BC_1\parallel$ 面 AB_1D.

（2）如图所示，



证明：取 AF 的中点 H，连接 CH、MH，

又因为 E 为 PC 的中点，$AF=2PF$，M 为 AB 的中点，

所以 $EF\parallel CH$，$MH\parallel BF$，

又因为 $EF\subset$面 BEF，$CH\not\subset$面 BEF，$BF\subset$面 BEF，$MH\not\subset$面 BEF，

所以 $CH\parallel$面 BEF，$MH\parallel$面 BEF，

又因为 $CH\cap MH=H$，CH、$MH\subset$面 CMH，

所以面 $CMH\parallel$面 BEF，

又因为 $CM\subset$面 CMH，

所以 $CM\parallel$面 BEF.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ‘’ 精益求精、专业严谨 ‘’ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。