

人大附中 2021~2022 学年度第二学期高一年级数学期中练习 2022 年 4 月 25 日

制卷人：战景林 审卷人：梁丽平 成绩：

说明：本试卷共六道大题，共 6 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟；请在密封线内填写个人信息。

第I卷(共 18 道题，满分 100 分)

一、单选题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分)

1. 已知角 α 的终边过点 $P(4a-3a)$ ($a > 0$)，则 $\cos\alpha$ 的值是()

- A. $-\frac{3}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$

2. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (-1, m)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则实数 m 的值为()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

3. 下列函数的最小正周期为 π 且为奇函数的是()

- A. $y = \cos 2x$ B. $y = \tan 2x$ C. $y = |\sin x|$ D. $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right)$

4. 扇形的半径为 2，弧长为 $\frac{\pi}{5}$ ，它的面积为()

- A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{2\pi}{5}$ C. $\frac{\pi^2}{5}$ D. $\frac{2\pi^2}{5}$

5. 要得到函数 $y = \sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像，小强数学只需要将函数 $y = \sin 4x$ 的图像()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

6. 若锐角 α 、 β 满足 $\cos\alpha = \frac{4}{5}$, $\cos(\alpha + \beta) = \frac{3}{5}$, 则 $\sin\beta$ 的值是()

- A. $\frac{17}{25}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{7}{25}$ D. $\frac{1}{5}$

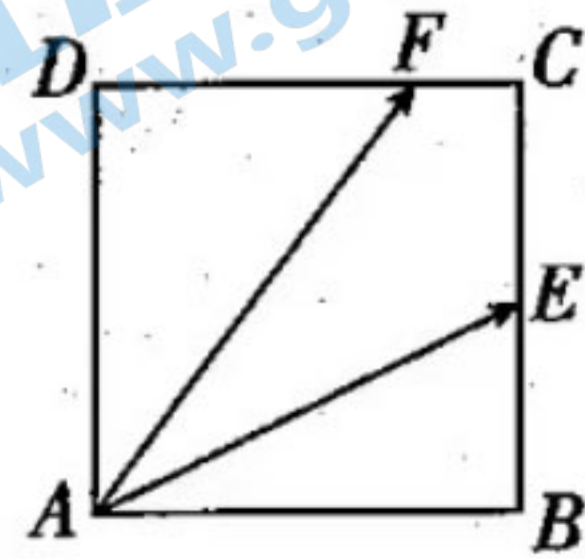
7. “ α 为锐角”是“ $0 < \cos\alpha < 1$ ”的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知 $\frac{\sin(\alpha + \pi) + \cos(\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(2\pi - \alpha)} = 5$, 则 $\tan\alpha =$ ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

9.如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 为边 BC 的中点, F 为边 CD 上一点, 若 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{AE} = |\overrightarrow{AE}|^2$, 则 $|\overrightarrow{AF}| = (\quad)$



A. 3

B. 5

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{5}{2}$

10.若函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 在区间 $(\pi, 2\pi)$ 内没有最值, 则 ω 的取值范围是()

A. $\left(0, \frac{1}{12}\right] \cup \left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$

B. $\left(0, \frac{1}{12}\right] \cup \left[\frac{1}{6}, \frac{7}{12}\right]$

C. $\left(0, \frac{7}{12}\right]$

D. $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right]$

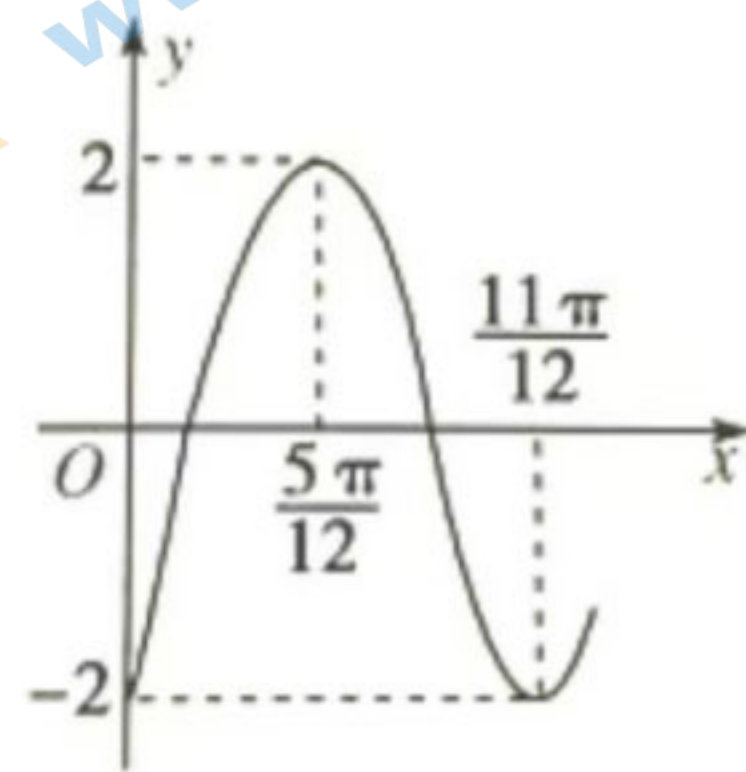
二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11.已知向量 $\mathbf{a} = (2, 1)$, $\mathbf{b} = (1, 3)$, 则 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$ _____

12.已知 $|\mathbf{a}| = 4$, $|\mathbf{b}| = 5$, 且 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = 45^\circ$, 则 \mathbf{a} 在 \mathbf{b} 上小强数学的投影的数量为 _____

13.函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 则 $\omega =$ _____,

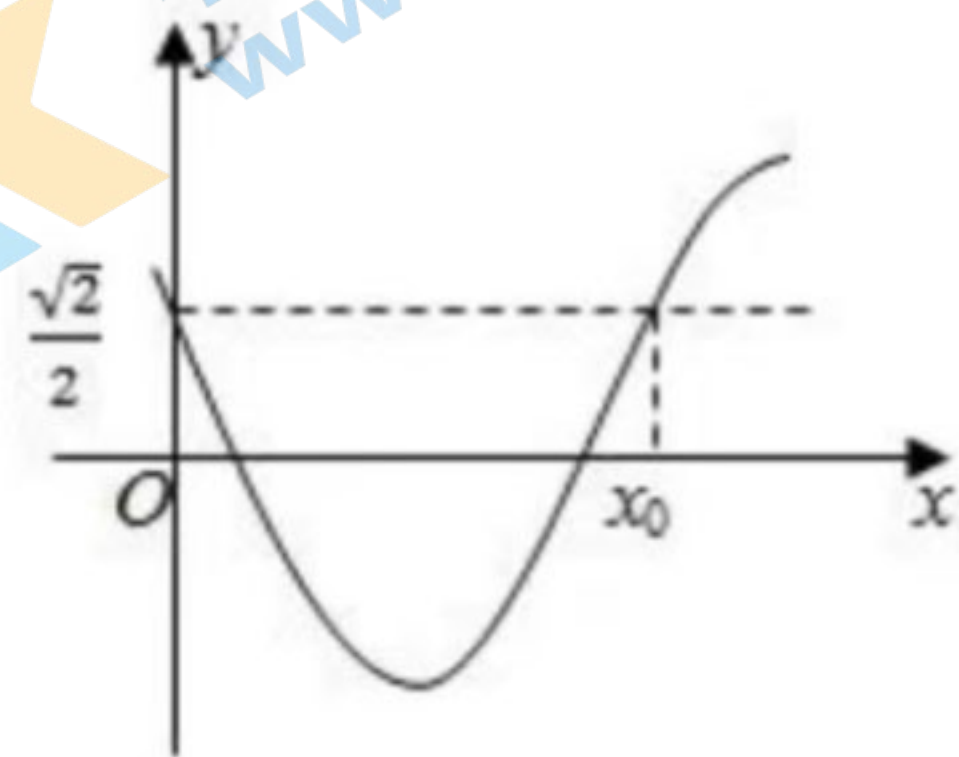
$\varphi =$ _____



14.已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}\sin 2x - \frac{\cos 2x - 1}{2}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期是_, 它的对称中心是_____

15. 函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($0 < \omega < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如图所示, 则 $\varphi =$ _____, 若方程 $f(x) = a$

在 $(0, x_0)$ 上有两个不同的实数解 x_1, x_2 , 则 $x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2)$ 的取值范围是 _____



三、解答题(本大题共 3 小题, 共 35 分)

16. 已知第二象限角 α 满足 $\sin \alpha, \cos \alpha$ 是关于 x 的方程 $25x^2 - 5x - 12 = 0$ 的两个实根.

(1) 求 $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}$ 的值;

(2) 求 $\frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{\sin^2 \alpha (2 \cos \alpha - \sin \alpha)}$ 的值.

17. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 再从条件①、条件②、条件③这三个条件

中选择两个作为一组已知条件，小强数学使 $f(x)$ 的解析式唯一确定.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式，并写出单调区间；

(II) 设函数 $g(x) = f(x) + f\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ ，求 $g(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值.

条件①: $f(x)$ 的最小正周期为 π ；

条件②: $f(x)$ 为奇函数；

条件③: $f(x)$ 图象的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{4}$.

注: 如果选择多组条件分别解答，按第一个解答计分.

18. 已知函数 $f(x) = \cos x \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3} \cos^2 x + \frac{\sqrt{3}}{4}$ ($x \in \mathbf{R}$)

(1) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 的值域；

(2) 设函数 $g(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ ，有 $g\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = g(x)$ ，且当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时， $g(x) = \frac{1}{2} - f(x)$ ，求 $g(x)$

在区间 $[-\pi, 0]$ 上的解析式.

第II卷(共8道题, 满分50分)

四、单选题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分)

19. 已知函数 $f(x) = -10\sin^2 x - 10\sin x - \frac{1}{2}$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}\right]$, 则 $f(x)$ 的值域为()

- A. $\left[-\frac{1}{2}, 2\right]$ B. $[-8, 2]$ C. $\left[-8, -\frac{1}{2}\right]$ D. $[-8, -2]$

20. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别为 a, b, c , 且 $b^2 + c^2 = a^2 + bc$, 若 $\sin B \cdot \sin C = \sin^2 A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是()

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

21. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边分别为 a, b, c , 则下列判断中正确的是()

- A. $a=9, c=10, \angle B=60^\circ$ 无解
 B. $a=30, b=25, \angle A=150^\circ$ 有一解
 C. $a=6, b=9, \angle A=45^\circ$ 有两解
 D. $a=7, b=14, \angle A=30^\circ$ 有两解

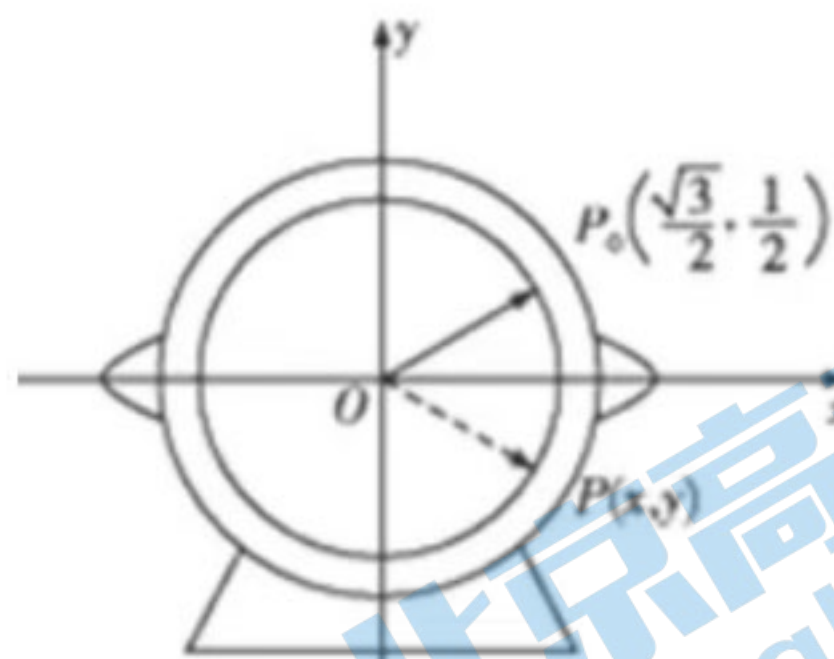
22. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=1$, 点 D 在 $\triangle ABC$ 所在平面内, 对任意 $t \in \mathbf{R}$, 都有 $|\overrightarrow{DC} - t \cdot \overrightarrow{DB}| \geq |\overrightarrow{BC}|$

恒成立, 且 $|\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{BC}|$, 则 $|\overrightarrow{AD}|$ 的最大值为()

- A. $1 + \sqrt{2}$ B. $3 + 2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{4 - \sqrt{3}}$ D. $4 - \sqrt{3}$

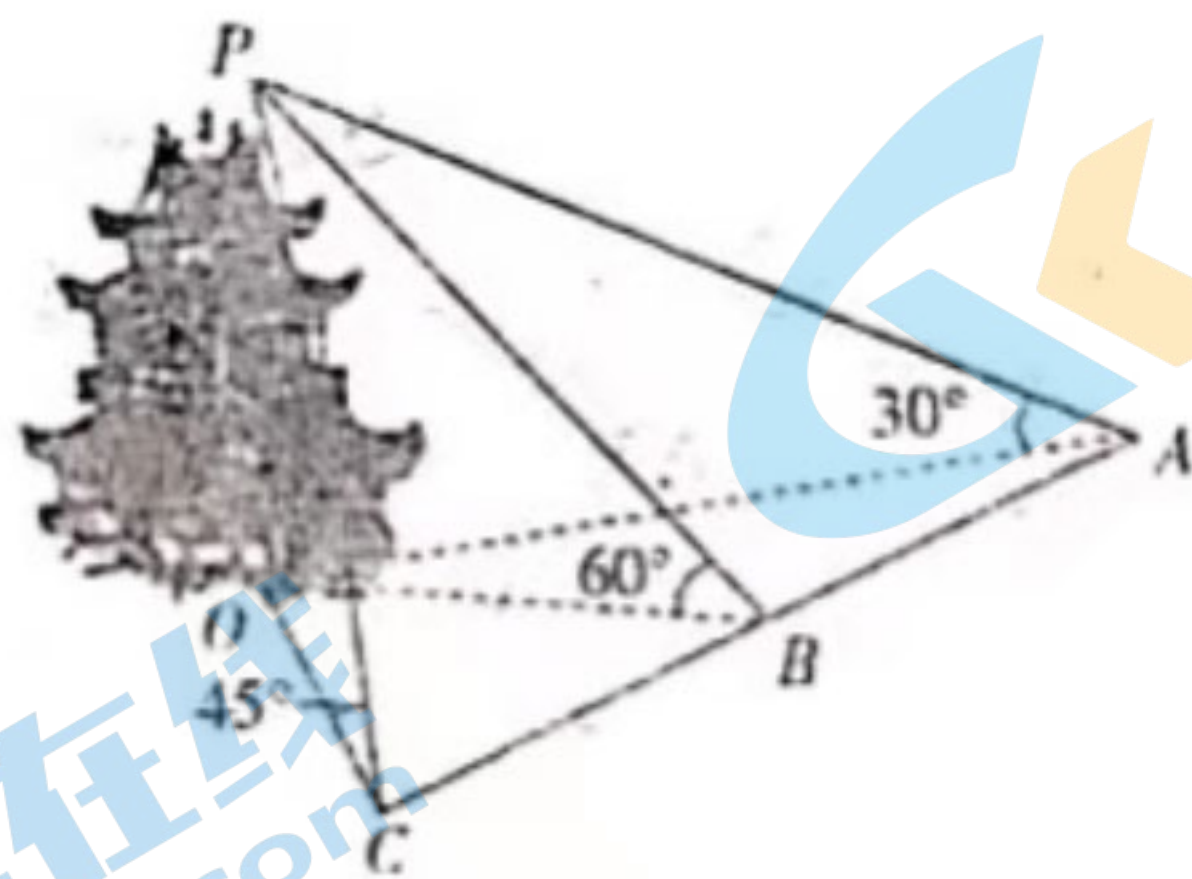
五、填空题(本大题共3小题, 每小题5分, 共15分)

23. 为了研究钟表与三角函数的关系, 建立如图所示的平面直角坐标系. 设秒针针尖的位置为 $P(x, y)$, 若初始位置为 $P_0\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, 当秒针针尖从 P_0 (注: 此时 $t=0$) 正常开始走时, 点 P 的纵坐标 y 与时间 t 的函数关系式为_____



24. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin C$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为_____

25.滕王阁，江南三大名楼之一，因初唐诗人王勃所作《滕王阁序》中的“落霞与孤鹜齐飞，秋水共长天一色”而名传千古.如图，在滕王阁旁水平地面上共线的三点 A, B, C 处测得其顶点 P 的仰角分别为 30° , 60° , 45° ，且 $AB=BC=75$ 米，则滕王阁的高度 $OP=$ _____米.



六、解答题(本小题 15 分)

26.小强数学在 $\triangle ABC$ 中，周长为 20，面积为 $10\sqrt{3}$ ，且 $2\angle A = \angle B + \angle C$.

(1)求边 BC 的长度；

(2)若动点 P 是 $\triangle ABC$ 的内切圆 O 上的一点，且 $\overrightarrow{AO} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$.

①求 $\lambda + \mu$ 的值；

②求 $|\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP}|$ 的取值范围.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。



微信搜一搜

北京高考资讯

官方微信公众号: bjkzx

官方网站: www.gaokzx.com

咨询热线: 010-5751 5980

微信客服: gaokzx2018