海淀区 2022—2023 学年第二学期期中练习

高三数学

2023.04

数

本试卷共4页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

(1) 已知集合 $A=\{x|1<x<3\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap B=$

(A) $\{2\}$　(B) $\{0,1\}$　(C) $\{1,2\}$　(D) $\{0,1,2\}$

(2) 若 $a+2\mathrm{i}=\mathrm{i}(b+\mathrm{i})$ $(a,b\in\mathbf{R})$，其中 i 是虚数单位，则 $a+b=$

(A) -1　(B) 1　(C) -3　(D) 3

(3) 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=1$，$a_4=5$，则 $a_8=$

(A) 9　(B) 11　(C) 13　(D) 15

(4) 已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，点 P 在该抛物线上，且 P 的横坐标为 4，则 $|PF|=$

(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

(5) 若 $(x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则 $a_4-a_3+a_2-a_1=$

(A) -1　(B) 1　(C) 15　(D) 16

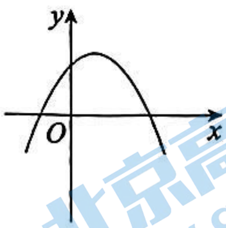
(6) 已知直线 $y=x+m$ 与圆 $O:x^2+y^2=4$ 交于 A,B 两点，且 $\triangle AOB$ 为等边三角形，则 m 的值为

(A) $\pm\sqrt{2}$　(B) $\pm\sqrt{3}$　(C) ± 2　(D) $\pm\sqrt{6}$

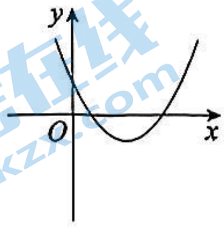
(7) 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D. 若 $\overrightarrow{AD}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$ $(\lambda,\mu\in\mathbf{R})$，则 $\frac{\lambda}{\mu}=$

(A) $\frac{1}{3}$　(B) $\frac{1}{2}$　(C) 2　(D) 3

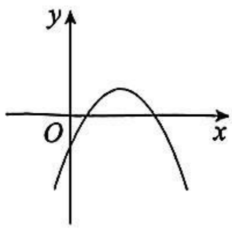
(8) 已知二次函数 $f(x)$，对任意的 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(2x)<2f(x)$，则 $f(x)$ 的图象可能是



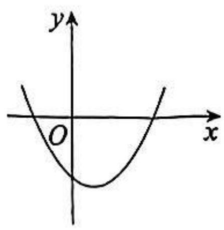
(A)



(B)



(C)



(D)

(9) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，且 $q\neq1$，记 $T_n=a_1a_2\cdots a_n\ (n=1,2,3,\cdots)$，则“$a_1>0$ 且 $q>1$”是“$\{T_n\}$ 为递增数列”的

（A）充分而不必要条件　　（B）必要而不充分条件

（C）充分必要条件　　（D）既不充分也不必要条件

(10) 刘老师沿着某公园的环形跑道（周长大于 1 km）按逆时针方向跑步，他从起点出发、并用软件记录了运动轨迹，他每跑 1 km，软件会在运动轨迹上标注出相应的里程数．已知刘老师共跑了 11 km，恰好回到起点，前 5 km 的记录数据如图所示，则刘老师总共跑的圈数为

（A）7　　（B）8　　（C）9　　（D）10

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 不等式 $\dfrac{x-1}{x+2}>0$ 的解集为 ________.

(12) 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$，则 C 的离心率为 ________.

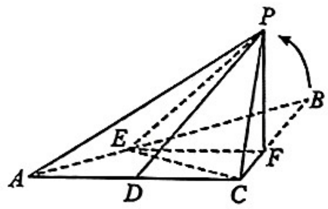
(13) 已知函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)\ (0\leqslant\varphi<2\pi)$．若 $f(x)$ 在区间 $[\dfrac{\pi}{3},\pi]$ 上单调递减，则 φ 的一个取值可以为 ________.

(14) 设函数 $f(x)=\begin{cases}(x-a+1)(x+1), & x<1,\\ \lg x-a, & x\geqslant1.\end{cases}$

① 当 $a=0$ 时，$f(f(1))=$ ________；

② 若 $f(x)$ 恰有 2 个零点，则 a 的取值范围是 ________.

(15) 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC=2$，D 是边 AC 的中点，E 是边 AB 上的动点（不与 A，B 重合），过点 E 作 AC 的平行线交 BC 于点 F，将 $\triangle BEF$ 沿 EF 折起，点 B 折起后的位置记为点 P，得到四棱锥 $P-ACFE$，如图所示．给出下列四个结论：



① AC// 平面 PEF；

② $\triangle PEC$ 不可能为等腰三角形；

③ 存在点 E，P，使得 $PD\perp AE$；

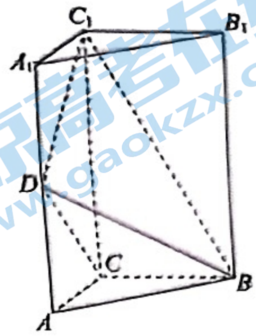
④ 当四棱锥 $P-ACFE$ 的体积最大时，$AE=\sqrt{2}$．

其中所有正确结论的序号是 ________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

(16)（本小题 13 分）

如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=1$，$AA_1=2$，$AC\perp BC$，D 是 AA_1 的中点．



（Ⅰ）证明：$C_1D\perp$ 平面 BCD；

（Ⅱ）求直线 CD 与平面 BC_1D 所成角的正弦值．

(17)（本小题 14 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$b\sin 2A=\sqrt{3}a\sin B$．

（Ⅰ）求 $\angle A$；

（Ⅱ）若 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$，再从条件①、条件②、条件③这三个条件中选择一个作为已知，使 $\triangle ABC$ 存在且唯一确定，求 a 的值．

条件①：$\sin C=\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$；　条件②：$\dfrac{b}{c}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$；　条件③：$\cos C=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$．

注：如果选择的条件不符合要求，第（Ⅱ）问得 0 分；如果选择多个符合要求的条件分别解答，按第一个解答计分．

(18)（本小题 14 分）

网购生鲜蔬菜成为很多家庭日常消费的新选择．某小区物业对本小区三月份参与网购生鲜蔬菜的家庭的网购次数进行调查，从一单元和二单元参与网购生鲜蔬菜的家庭中各随机抽取 10 户，分别记为 A 组和 B 组，这 20 户家庭三月份网购生鲜蔬菜的次数如下图：

A组		B组
9 8	0	5
8 7 5 3 1	1	2 4
9 6	2	1 4 7 8
0	3	3 5 9

假设用频率估计概率，且各户网购生鲜蔬菜的情况互不影响．

（Ⅰ）从一单元参与网购生鲜蔬菜的家庭中随机抽取 1 户，估计该户三月份网购生鲜蔬菜次数大于 20 的概率；

（Ⅱ）从一单元和二单元参与网购生鲜蔬菜的家庭中各随机抽取 1 户，记这两户中三月份网购生鲜蔬菜次数大于 20 的户数为 X，估计 X 的数学期望 $E(X)$；

（Ⅲ）从 A 组和 B 组中分别随机抽取 2 户家庭，记 ξ_1 为 A 组中抽取的两户家庭三月份网购生鲜蔬菜次数大于 20 的户数，ξ_2 为 B 组中抽取的两户家庭三月份网购生鲜蔬菜次数大于 20 的户数，比较方差 $D(\xi_1)$ 与 $D(\xi_2)$ 的大小．（结论不要求证明）

(19)(本小题 14 分)

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2, 上、下顶点分别为 B_1, B_2, $|B_1B_2|=2$、四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的周长为 $4\sqrt{6}$.

(Ⅰ)求椭圆 E 的方程;

(Ⅱ)设斜率为 k 的直线 l 与 x 轴交于点 P, 与椭圆 E 交于不同的两点 M, N, 点 M 关于 y 轴的对称点为 M'、直线 $M'N$ 与 y 轴交于点 Q. 若 $\triangle OPQ$ 的面积为 2, 求 k 的值.

(20)(本小题 15 分)

已知函数 $f(x)=e^{ax}-x$.

(Ⅰ)当 $a=1$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(Ⅱ)求 $f(x)$ 的单调区间;

(Ⅲ)若存在 $x_1, x_2\in[-1, 1]$, 使得 $f(x_1)f(x_2)\geqslant 9$, 求 a 的取值范围.

(21)(本小题 15 分)

已知数列 $\{a_n\}$. 给出两个性质:

① 对于 $\{a_n\}$ 中任意两项 a_i, a_j $(i\geqslant j)$, 在 $\{a_n\}$ 中都存在一项 a_k, 使得 $a_k=a_ia_j$;

② 对于 $\{a_n\}$ 中任意连续三项 a_n, a_{n+1}, a_{n+2}, 均有 $(a_n-a_{n+1}-a_{n+2})(a_n-\frac{1}{2}a_{n+1}-a_{n+2})=0$.

(Ⅰ)分别判断以下两个数列是否满足性质①, 并说明理由:

(ⅰ)有穷数列 $\{a_n\}$: $a_n=2^{n-1}(n=1, 2, 3)$;

(ⅱ)无穷数列 $\{b_n\}$: $b_n=2n-1(n=1, 2, 3, \cdots)$.

(Ⅱ)若有穷数列 $\{a_n\}$ 满足性质①和性质②, 且各项互不相等, 求项数 m 的最大值;

(Ⅲ)若数列 $\{a_n\}$ 满足性质①和性质②, 且 $a_1>0$, $a_2<-1$, $a_3=2$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承 ″ 精益求精、专业严谨 ″ 的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。