

2019 北京东城高二（上）期末

数 学

本试卷共 4 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。老试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分(选择题共 40 分)

一、选择题:本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每个小题给出的四个备选答案中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z=(1+x)+i$ (i 为虚数单位, $x \in \mathbb{R}$) 在复平面内对应的点在第二象限, 那么 x 的取值范围是

- A. $x < -1$ B. $-1 < x < 0$ C. $x < 0$ D. $0 < x < 1$

2. 已知 $a < 0, b > 0$, 那么下列不等式中一定成立的是

- A. $b-a < 0$ B. $|a| > |b|$ C. $a^2 < ab$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 15 项和 $S_{15}=45$, 那么 a_4+a_{12} 等于

- A. 6 B. 10 C. 12 D. 15

4. 已知 i 为虚数单位, 那么复数 $\frac{2i}{1-i} = 1$

- A. $-1-i$ B. $-1+i$ C. $1-i$ D. $1+i$

5. 已知椭圆 $\frac{x^2}{k} + y^2 = 1$ 的一个焦点是 $(2, 0)$, 那么实数 $k =$

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. 5

6. 已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $a_1 = -2, a_{n+1} = S_n$, 那么 $a_5 =$

- A. -4 B. -8 C. -16 D. -32

7. “直线 $l \parallel$ 平面 α ” 是直线 l 在平面 α 外的

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

8. 已知 v 为直线 l 的方向向量, n_1, n_2 分别为平面 α, β 的法向量 (α, β 不重合), 那么下列说法中:

- ① $n_1 \parallel n_2 \iff \alpha \parallel \beta$ ② $n_1 \perp n_2 \iff \alpha \perp \beta$
③ $v \parallel n_1 \iff l \parallel \alpha$ ④ $v \perp n_1 \iff l \perp \alpha$

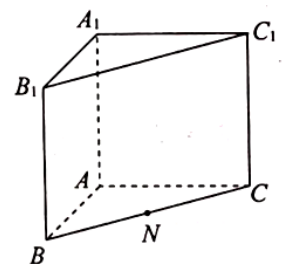
正确的有

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面垂直, $AA_1=AB=AC=1, AB \perp AC, N$ 是 BC 的中点, 点 P 在 A_1B_1 上, 且满足 $\overrightarrow{A_1P} = \lambda \overrightarrow{A_1B_1}$, 当直线 PN 与平面 ABC 所成的角 θ 取最大值时, λ 的值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 已知数列 1, 1, 2, 1, 2, 4, 1, 2, 4, 8, 1, 2, 4, 8, 16, ... 其中第一项是



(9 题图)

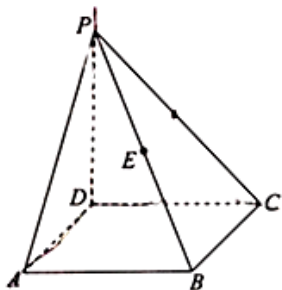
2^0 , 接下来的两项是 $2^0, 2^1$, , 再接下来的三项是 $2^0, 2^1, 2^2$, 依此类推, 那么该数列的前 50 项和为

- A. 1044 B. 1024 C. 1045 D. 1025

第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分。

11. 命题 “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 3 > 0$ ” 的否定是_____。
12. 当且仅当 $x =$ _____时, 函数 $y = 4x + \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 取得最小值。
13. 已知抛物线 C 的顶点在原点, 准线方程为 $y = -2$, 则抛物线 C 的标准方程为_____。
14. 不等式 $\frac{x-1}{x-3} \leq 0$ 的解集为_____。
15. 已知 F_1, F_2 是椭圆的两个焦点, 过 F_1 且与椭圆长轴垂直的直线交椭圆于 A, B 两点, 若 $\triangle ABF_2$ 是等边三角形, 则这个椭圆的离心率是_____。
16. 如图所示, 四棱锥 P-ABCD 中 $PD \perp$ 底面 ABCD, 底面 ABCD 是边长为 2 的正方形, $PD = 2$, E 是棱 PB 的中点, M 是棱 PC 上的动点, 当直线 PA 与直线 EM 所成的角为 60° 时, 那么线段 PM 的长度是_____。



(16 题图)

三、解答题: 本大题共 4 小题, 每小题 9 分, 共 36 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

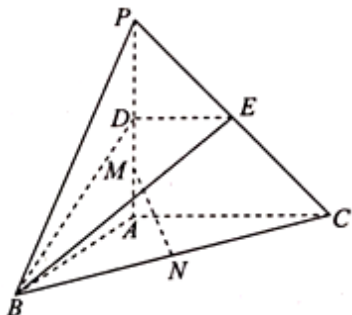
17. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 = 6, a_5 = 10$.
- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 若 a_4, a_8 分别是等比数列 $\{b_n\}$ 的第 4 项和第 5 项, 试求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式。
18. 已知顶点在原点, 焦点在 x 轴上的抛物线 C 经过点 P (3, 6) .
- (I) 求抛物线 C 的标准方程;
- (II) 经过抛物线 C 的焦点且斜率为 2 的直线 l 交抛物线 C 于点 A, B 两点, 求线段 AB 的长。

19. 如图，在三棱锥 P-ABC 中，PA⊥底面 ABC，∠BAC=90°。点 D, E 分别为棱 PA, PC 的中点，M 是线段 AD 的中点，N 是线段 BC 的中点，PA=AC=4, AB=2.

(I) 求证：MN//平面 BDE

(II) 求直线 MN 到平面 BDE 的距离

(III) 求二面角 B-DE-P 的大小



19 题图

20. 已知椭圆 C 的中心在原点，焦点在 x 轴上，短轴长为 $\sqrt{2}$ ，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(I) 求椭圆 C 的方程；

(II) 若过点 P(-1, 1) 的直线与椭圆 C 交于 A, B 两点，且 P 点平分线段 AB，求直线 AB 的方程；

(1) 一条动直线 l' 与椭圆 C 交于不同两点 M, N，O 为坐标原点， $\triangle OMN$ 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$,

求证： $|OM|^2 + |ON|^2$ 为定值.



长按识别关注