数学试卷

（试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

1.已知集合 $A=\{x\mid -1\le x<3\}$，$B=\{x\in Z\mid x^2<4\}$，则 $A\cap B=$ 【　　】

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,1\}$　　C. $\{-1,0,1,2\}$　　D. $\{-2,-1,0,1,2\}$

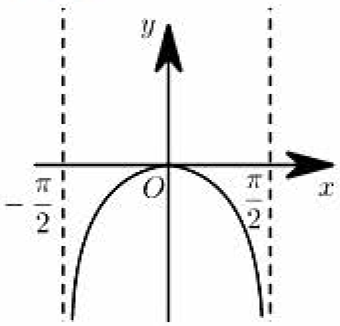
2.已知复数 z 满足 $z+|z|=3+i$，则 $z=$ 【　　】

A. $1-i$　　B. $1+i$　　C. $\frac{4}{3}-i$　　D. $\frac{4}{3}+i$

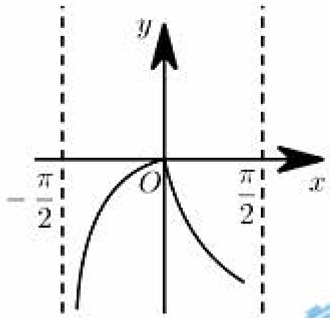
3.设 $\{a_n\}$ 为等差数列，$a_1=22$，S_n 为其前 n 项和，若 $S_{10}=S_{13}$，则公差 $d=$ 【　　】

A.-2　　B.-1　　C.1　　D.2

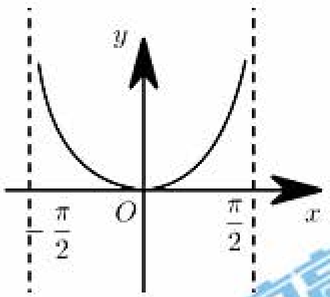
4.函数 $y=\ln\cos x\left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象是 【　　】



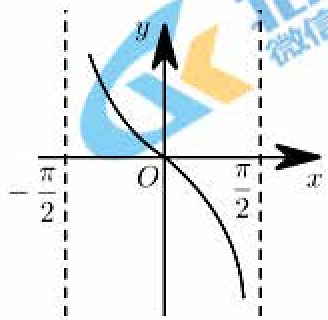
A.



B.



C.



D.

5.已知向量 $a=(1,1)$，$4a+b=(4,2)$，则向量 a 与 b 的夹角为 【　　】

A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{4}$

6.从 0，2 中选一个数字，从 1，3，5 中选两个数字，组成无重复数字的三位数，则这个数是奇数的概率为 【 】

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{3}{4}$

7.已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, x\geq a,\\ -x, x<a.\end{cases}$，若函数 $f(x)$ 存在零点，则实数 a 的取值范围是 【 】

A. $(-\infty,0)$　　B. $(-\infty,1)$　　C. $(1,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

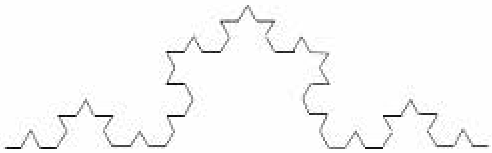
8.已知实数 $x>0$， $y>0$，则“$2^x+2^y\leq 4$”是“$xy\leq 1$”的 【 】

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件

9. 科赫曲线是一种外形像雪花的几何曲线，一段科赫 曲线可以通过下列操作步骤构造得到，任画一条线段，然后把它均分成三等分，以中间一段为边向外作正三角形，并把中间一段去掉，这样，原来的一条线段就变成了 4 条小线段构成的折线，称为“一次构造”；用同样的方法把每条小线段重复上述步骤，得到 16 条更小的线段构成的折线，称为“二次构造”，…，如此进行 “n 次构造” ，就可以得到一 条科赫曲线若要在构造过程中使得到的折线的长度达到初始线段的 1000 倍，则至少需要通过构造的次数是 【 】

(取 $\lg 3\approx 0.4771$， $\lg 2\approx 0.3010$)



A.16　　B.17　　C.24　　D.25

10.袋中装有偶数个球，其中红球、黑球各占一半.甲、乙、丙是三个空盒.每次从袋中任意取出两个球，将其中一个球放入甲盒，如果这个球是红球，就将另一个球放入乙盒，否则就放入丙盒.重复上述过程，直到袋中所有球都被放入盒中，则 【 】

A.乙盒中红球与丙盒中黑球一 样多

B.乙盒中黑球不多于丙盒中黑球

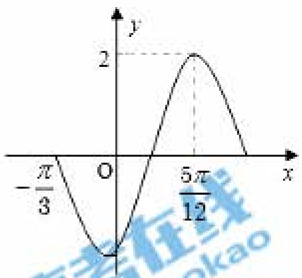
C.乙盒中黑球与丙盒中红球一样多

D.乙盒中红球不多于丙盒中红球

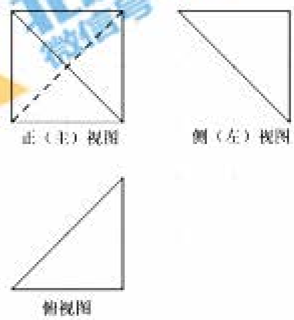
二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分)

11.在 $\left(x+\frac{2}{x}\right)^6$ 的展开式中常数项为________.

12.已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f(0)$ 的值为________.



第 12 题



第 13 题

13.某三棱锥的三视图如图所示（网格纸上小正方形的边长为 1），则该三棱锥的体积为________.

14.能说明"直线 $x-y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2+4x-20=0$ 有两个不同的交点"是真命题的 一个 m 的值为

________.

15. 笛卡尔、牛顿都研究过方程 $(x-1)(x-2)(x-3)=xy$，关于这个方程的曲线有下列说法：①该曲线关于 y 轴对称；②该曲线关于原点对称；③该曲线不经过第三象限；④该曲线上有且只有三个点的横、纵坐标都是整数.其中**不正确**的是________.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 85 分）

16.（本题满分 14 分）

已知 $\triangle ABC$ 满足________，且 $b=\sqrt{6}$，$A=25$,求 $\sin C$ 的值及 $\triangle ABC$ 面积.

从① $B=\frac{\pi}{2}$ ② $a=\sqrt{3}$ ③ $a=3\sqrt{2}\sin B$ 这三个条件中选一个，补充上面的问题中，并完成解答。

注:如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

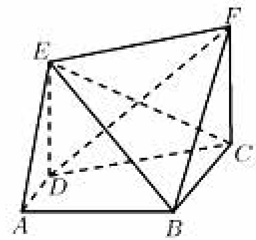
17.（本题满分 14 分）

如图,已知梯形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$\angle DAB=90^\circ$，$AB=BC=2AD=4$，四边形 $EDCF$ 为矩形，$DE=2$，平面 $EDCF\perp$ 平面 $ABCD$.

（I）求证：$DF//$平面 ABE；

（II）求二面角 $A-BE-F$ 的余弦值;

（III）若点 P 在线段 EF 上，且直线 AP 与平面 BEF 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{21}}{63}$，求线段 AP 的长.



18.（本题满分 14 分）

某贫困县在政府“精准扶贫”的政策指引下，充分利用自身资源，大力发展养茶业。该县农科所为了对比 A, B 两种不同品种茶叶的产量，在试验田上分别种植了 A, B 两种茶叶各 20 亩，所得亩产数据(单位:千克)如下:

A: 41.3，47.3，48.1， 49.2，51.2，5L3，52.7，53.3，54.2，55.3，56.4，57.6，58.9，59.3，59.6，59.7，60.6，60.7，61.1，62.2;

B: 46.3，48.2，48.3，48.9，49.2，50.1，50.2，50.3，50.7，51.5，52.3，52.5，52.6，52.7， 53.4，54.9，|55.6，56.7，56.9，58.7;

（I）从 A, B 两种茶叶亩产数据中各任取 1 个，求这两个数据都不低于 55 的概率；

（II）从 B 品种茶叶的亩产数据中任取 2 个，记这两个数据中不低于 55 的个数为 X，求 X 的分布列及数学期望；

（III）根据以上数据，你认为选择该县应种植茶叶 A 还是茶叶 B？请说明理由.

19.（本题满分 14 分）

已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 左、右焦点分别为 F_1， F_2，且 $F_1(-1,0)$，椭圆经过点 $\left(1,\frac{3}{2}\right)$.

（I）求椭圆的方程；

（II）直线 l 过椭圆右项点 B，交椭圆于另一点 A，点 G 在直线 l 上，且 $\angle GOB=\angle GBO$.若 $GF\perp AF$，求直线 l 的斜率.

20.（本题满分 15 分）

已知函数 $f(x)=x^2(x>0)$， $g(x)=a\ln x(a>0)$.

（I）若 $f(x)>g(x)$恒成立，求实数 a 的取值范围；

（II）当 $a=1$ 时，过 $f(x)$ 上点 $(1,1)$ 作 $g(x)$ 的切线，判断:可以作出多少条切线，并说明理由.

21.（本题满分 14 分）

已知项数为 $m\left(m\in N^{*},m>2\right)$ 的数列 $\{a_n\}$ 满足如下条件:① $a_n\in N^{*}(n=1,2,\ldots,m)$;② $a_1<a_2<\ldots<a_m$.

若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\dfrac{(a_1+a_2+\ldots+a_n)}{m-1}\in N^{*}$,其中 $n=1,2,\ldots,m$,则称 $\{b_n\}$ 为 $\{a_n\}$ 的"伴随数列".

（I）数列 1,3,5,7,9 是否存在"伴随数列"，若存在，写出其"伴随数列"；若不存在，请说明理由；

（II）若 $\{b_n\}$ 为 $\{a_n\}$ 的"伴随数列"，证明: $b_1>b_2>\ldots>b_m$ ；

（III）已知数列 $\{a_n\}$ 存在"伴随数列" $\{b_n\}$ ，且 $a_1=1$ ， $a_m=2049$,求 m 的最大值，