北师大实验中学 2022-2023 学年初三下数学测试 3 参考答案

0314（满分 100 分　时间 120 分钟）

班级______________　姓名________________　学号________________

一、选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1．目前世界上已知最小的动物病毒的最大颗粒的直径约有 0.000 000 023 米．将 0.000 000 023 用科学记数法表示应为 A

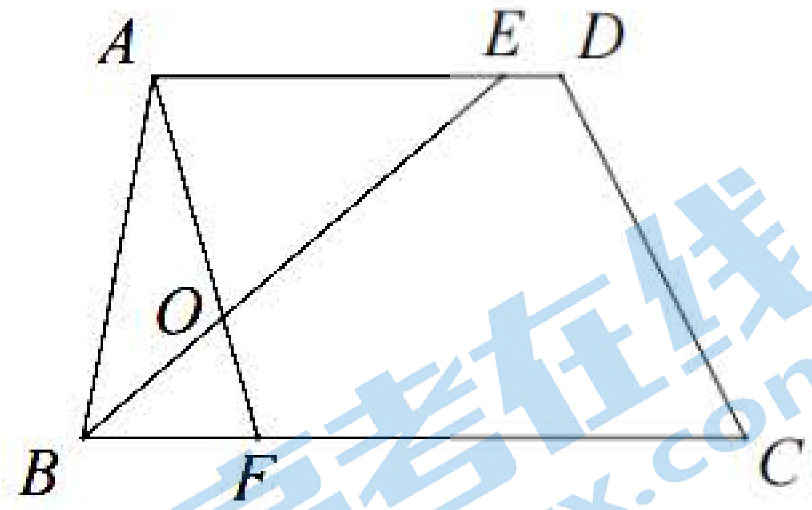
（A）2.3×10^{-8}　（B）2.3×10^{-9}　（C）0.23×10^{-8}　（D）23×10^{-9}

2．下列运算正确的是 A

（A）$2a+3a=5a$　（B）$a^2+a^3=a^5$

（C）$\frac{2}{a}+\frac{3}{a}=\frac{5}{2a}$　（D）$\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$

3．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，点 E，F 分别是边 AD，BC 上的点，AF 与 BE 交于点 O，$AE=2$，$BF=1$，则△AOE 与△BOF 的面积之比为 D



（A）$\frac{1}{2}$　（B）$\frac{1}{4}$　（C）2　（D）4

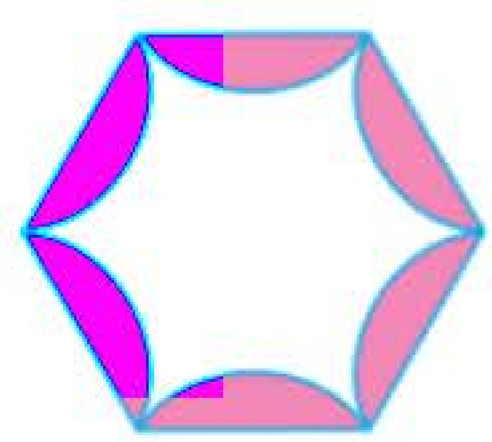
4．一个圆锥的侧面展开图是圆心角为 120°，半径为 3 的扇形，这个圆锥的底面圆的半径为 D

（A）π　（B）3　（C）2　（D）1

5．一个不透明的袋中装有 8 个黄球，m 个红球，n 个白球，每个球除颜色外都相同．任意摸出一个球，是黄球的概率与不是黄球的概率相同，下列 m 与 n 的关系一定正确的是 C

（A）$m=n=8$　（B）$n-m=8$　（C）$m+n=8$　（D）$m-n=8$

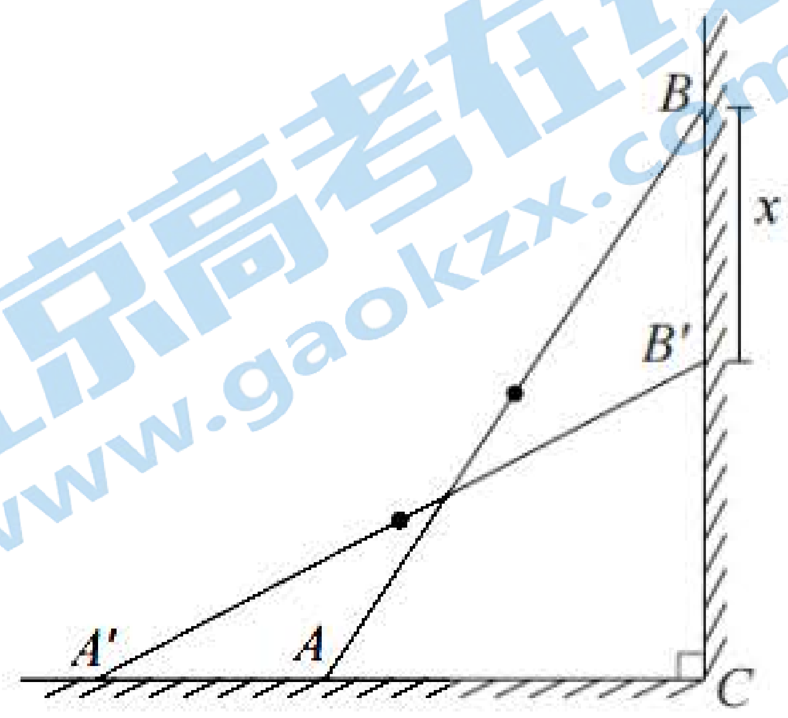
6．小明将图案  绕某点连续旋转若干次，每次旋转相同角度 α，设计出一个外轮廓为正六边形的图案（如图），则 α 可以为 B



(A) 30°　(B) 60°

(C) 90°　(D) 120°

7. 如图，一架梯子 AB 靠墙而立，梯子顶端 B 到地面的距离 BC 为 2 m，梯子中点处有一个标记，在梯子顶端 B 竖直下滑的过程中，该标记到地面的距离 y 与顶端下滑的距离 x 满足的函数关系是 B



（A）正比例函数关系　　（B）一次函数关系

（C）二次函数关系　　（D）反比例函数关系

8. 某地扶贫人员甲从办公室出发，骑车匀速前往所 A 村走访群众，出发几分钟后，扶贫人员乙发现甲的手机落在办公室，无法联系，于是骑车沿相同的路线匀速去追甲．乙刚出发 2 分钟，甲也发现自己手机落在办公室，立刻原路原速骑车返回办公室，2 分钟后甲遇到乙，乙把手机给甲后立即原路原速返回办公室，甲继续原路原速赶往 A 村．甲、乙两人相距的路程 y（米）与甲出发的时间 x（分）之间的关系如图所示（乙给甲手机的时间忽略不计）．有下列四个说法：

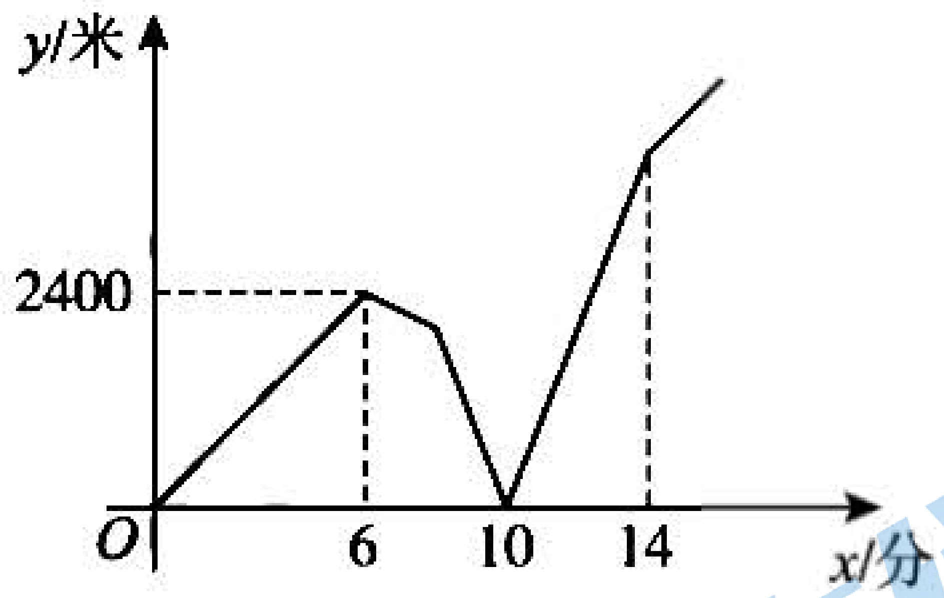
①甲出发 10 分钟后与乙相遇；

②甲的速度是 400 米/分；

③乙的速度是 600 米/分；

④乙返回办公室用时 4 分钟．

其中所有正确说法的序号是__A____.



（A）①②③④　　（B）②③④　　（C）①②④　　（D）②④

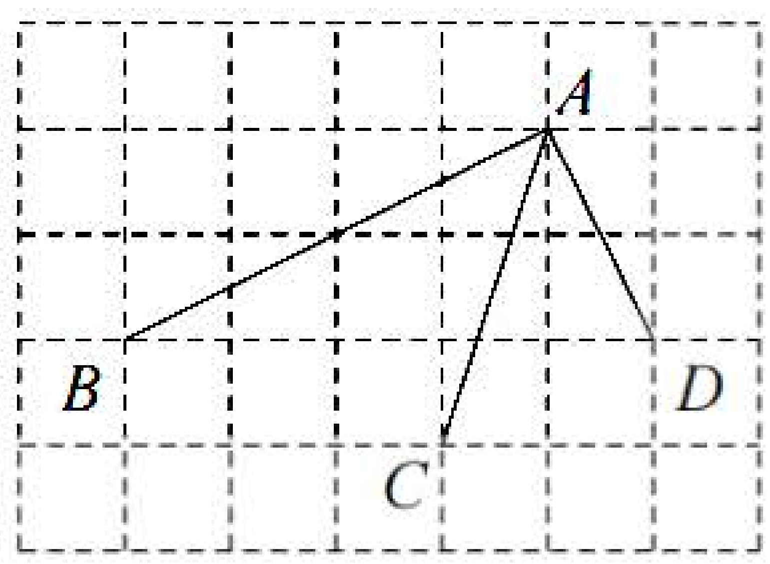
二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. 0.5 的倒数是__2____ .

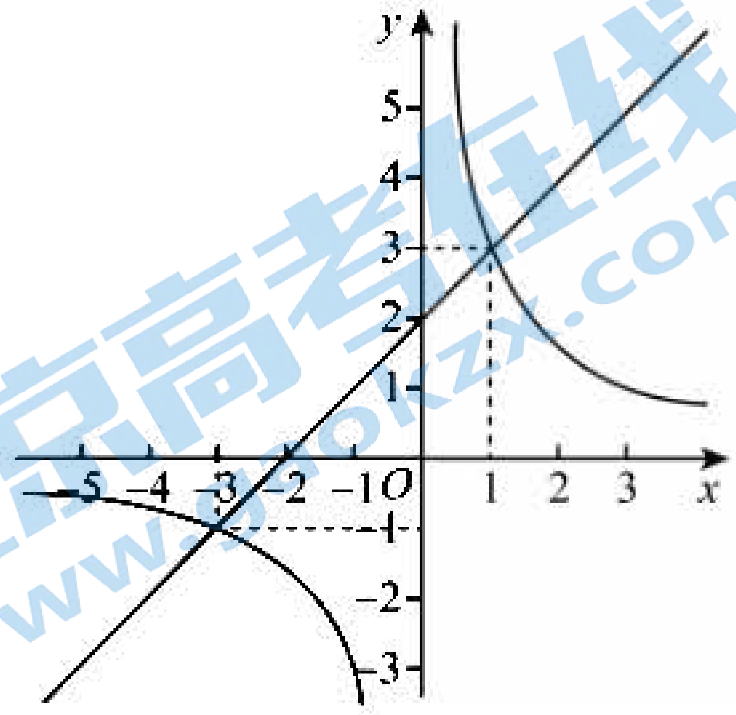
10. 分解因式：$3m^2+6m+3=$_$3(m+1)^2$____.

11. 方程组 $\begin{cases}x+y=5,\\2x-y=1\end{cases}$ 的解为. $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

12. 如图所示的网格是正方形网格，A，B，C，D 是网格线交点，则∠BAC 与∠DAC 的大小关系为：∠BAC=∠DAC（填“>”，“=”或“<”）.

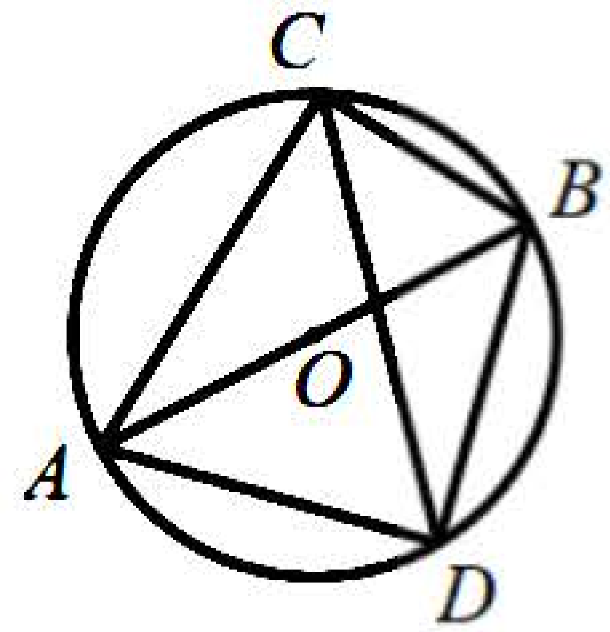


13. 两个函数 $y=ax+b$ 和 $y=\frac{c}{x}$（$abc\neq 0$）的图象如图所示，

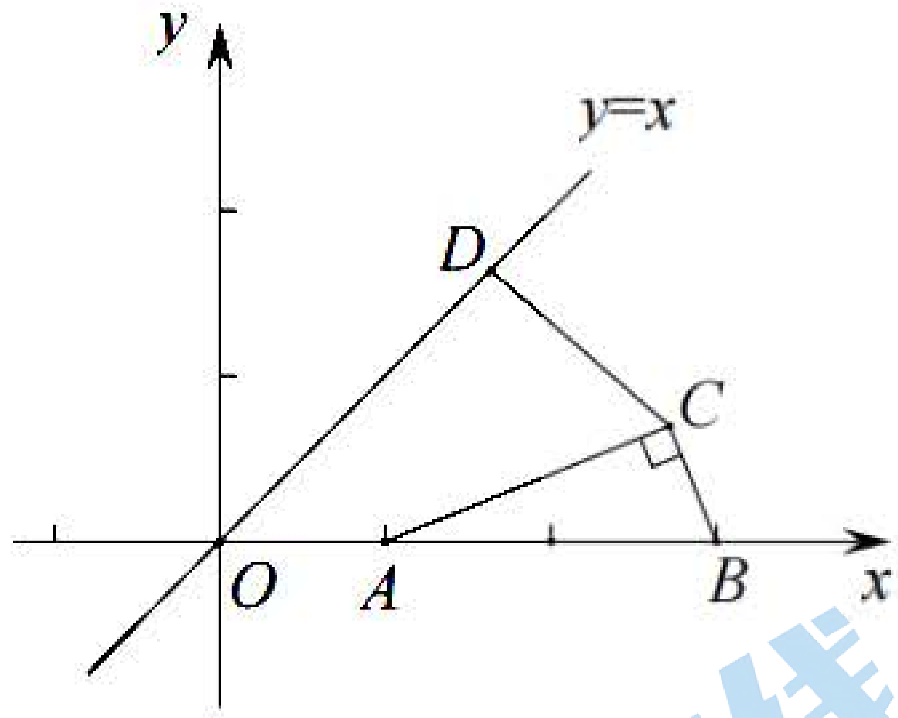


请直接写出关于 x 的不等式 $ax+b>\frac{c}{x}$ 的解集 $\underline{-3<x<0 \text{ 或 } x>1}$.

14. 如图，AB 是⊙O 的直径，C 是⊙O 上一点，$\angle ACB$ 的平分线交⊙O 于 D，且 $AB=10$，则 AD 的长为___$5\sqrt{2}$___.



15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(1,0)$，$B(3,0)$，C 为平面内的动点，且满足 $\angle ACB=90°$，D 为直线 $y=x$ 上的动点，则线段 CD 长的最小值为__$\sqrt{2}-1$___.



16. 甲、乙、丙三人进行乒乓球单打训练，每局两人进行比赛，第三个人做裁判，每一局都要分出胜负，胜方和原来的裁判进行新一局的比赛，输方转做裁判，依次进行. 半天训练结束时，发现甲共当裁判 4 局，乙、丙分别打了 9 局、14 局比赛，在这半天的训练中，甲、乙、丙三人共打了__19__局比赛，其中第 7 局比赛的裁判是__乙____.

三、解答题（第 17~22 题各 5 分，第 23~26 题各 6 分，第 27、28 题各 7 分，共 68 分）

17. 计算：$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\sqrt{27}+|\sqrt{3}-1|-2\sin 60°$.

$=3+3\sqrt{3}+\sqrt{3}-1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$…………各 1 分

$=3\sqrt{3}+2$……………………………5 分

18．解不等式组：$\begin{cases}2(x-1)<x+2, \\ \dfrac{x+1}{2}<x.\end{cases}$

解：解①得 x<4;…………2 分
解②得 x>1；………………4 分
综上 1<x<4…………………5 分

19．先化简再求值：$(\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2-1})\cdot\frac{x-1}{x}$，在 0,1,2 中选择合适的 x 的值代入并求值.

解：化简得原式=$\frac{1}{x+1}$…………3 分

x≠0,1，-1，所以 x=2，原式=$\frac{1}{3}$…………5 分

20．已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2-m)x+1-m=0$.

（1）求证：方程总有两个实数根；
（2）若 $m<0$，且此方程的两个实数根的差为 3，求 m 的值.

（1）证明：依题意，得

$\Delta=(2-m)^2-4(1-m)$ ……1 分

$=m^2-4m+4-4+4m=m^2$.

∵ $m^2\geq 0$， ……2 分

∴ $\Delta\geq 0$.

∴ 该方程总有两个实数根. ……3 分

（2）解：解方程，得 $x_1=-1$， $x_2=m-1$. ……4 分

∵ $m<0$，

∴ $-1>m-1$.

∵该方程的两个实数根的差为 3，

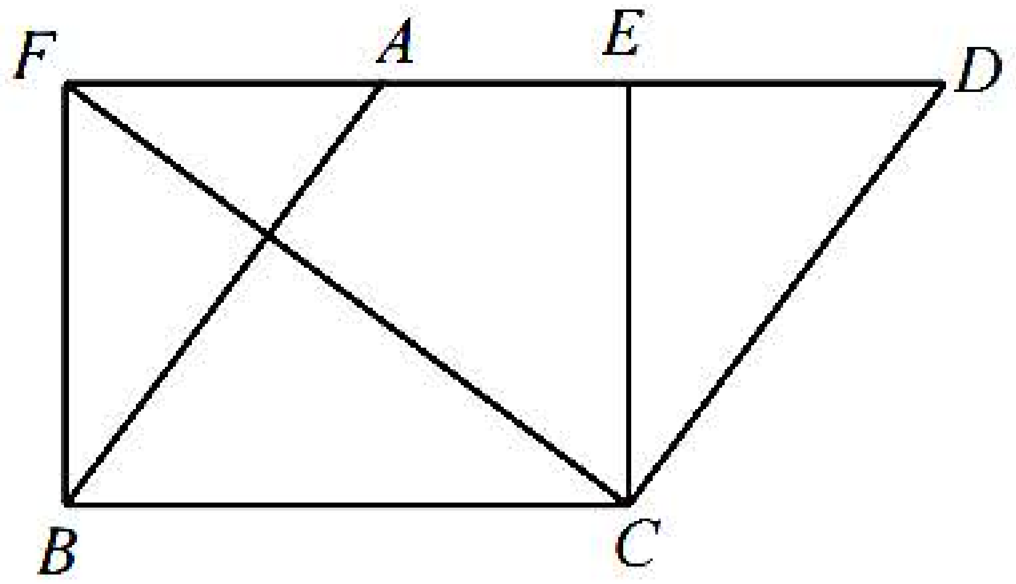
∴ $-1-(m-1)=3$.

∴ $m=-3$. ……5 分

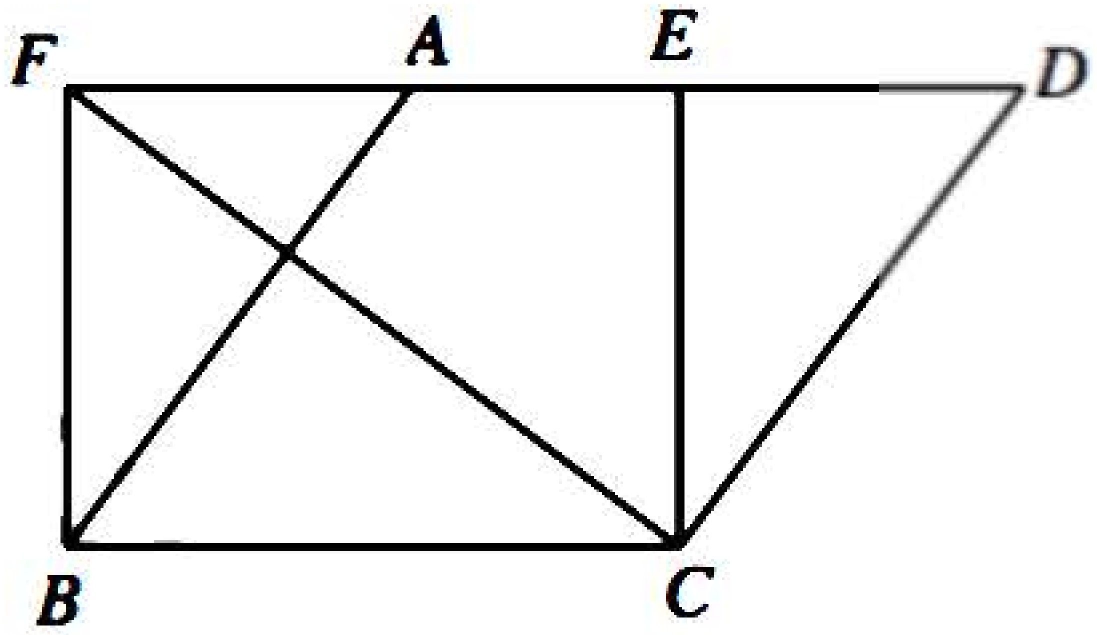
21．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$CE\perp AD$ 于点 E，延长 DA 至点 F，使得 $EF=DA$，连接 BF， CF.

（1）求证：四边形 $BCEF$ 是矩形；

（2）若 $AB=3$， $CF=4$， $DF=5$，求 EF 的长．



（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，



∴ $AD // BC$，

$AD=BC$.

∵ $EF=DA$，

∴ $EF=CB$.

∴四边形 $BCEF$ 是平行四边形.

∵ $CE\perp AD$，

∴ $\angle CEF=90°$.

∴四边形 $BCEF$ 是矩形. ……………………………………2 分

（2）解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $DC=AB=3$.

又∵ $CF=4$， $DF=5$.

∴ $CF^2+CD^2=FD^2$.

∴ $FC\perp CD$.

∴ $\frac{1}{2}\cdot FC\cdot CD=\frac{1}{2}\cdot DF\cdot CE$.

∴ $CE=\frac{12}{5}$.

在 Rt△CEF 中， $\angle CEF=90°$， $FC=4$， $CE=\frac{12}{5}$，

∴ $EF=\frac{16}{5}$. ……………………………………5 分

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 y=kx+b（k≠0）的图像由函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象向下平移 1 个单位长度得到.

（1）求这个一次函数的解析式.

（2）当 x＞－2 时，对于 x 的每一个值，函数 y=mx（m≠0）的值大于一次函数 y=kx+b 的值，直接写出 m 的取值范围.

（1）$y=\frac{1}{2}x-1$ ……2 分

（2）$\frac{1}{2}\le m\le 1$ ……5 分

23．“化圆为方”是古希腊尺规作图难题之一，即：求作一个正方形，使其面积等于给定圆的面积．这个问题困扰了人类上千年，直到 19 世纪，该问题被证明仅用直尺和圆规是无法完成的．如果借用一个圆形纸片，我们就可以化圆为方，方法如下：

已知：$\odot O$（纸片），其半径为 r．

求作：一个正方形，使其面积等于$\odot O$的面积．

作法：①如图 1，取$\odot O$的直径 AB，作射线 BA，过点 A 作 AB 的垂线 l；

②如图 2，以点 A 为圆心，OA 为半径画弧交直线 l 于点 C；

③将纸片$\odot O$沿着直线 l 向右无滑动地滚动半周，使点 A，B 分别落在对应的 A'，B' 处；

④取 CB' 的中点 M，以点 M 为圆心，MC 为半径画半圆，交射线 BA 于点 E；

⑤以 AE 为边作正方形 $AEFG$．

正方形 $AEFG$ 即为所求．

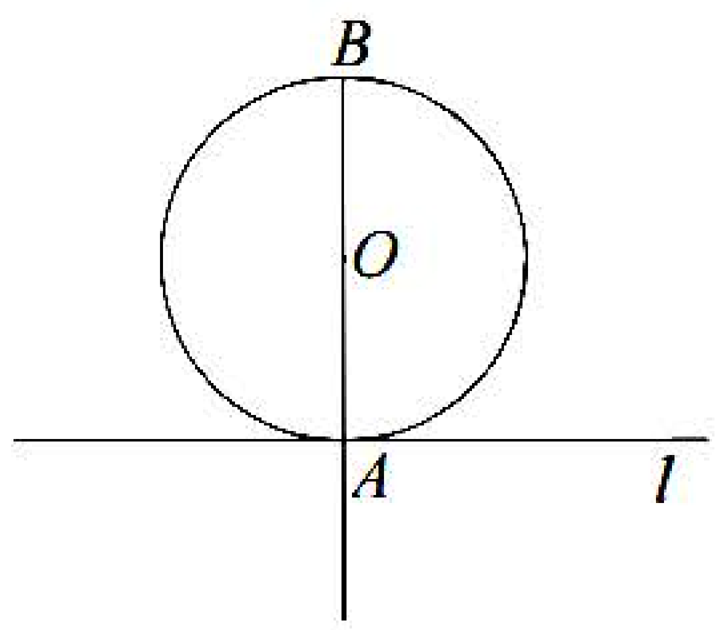


图 1

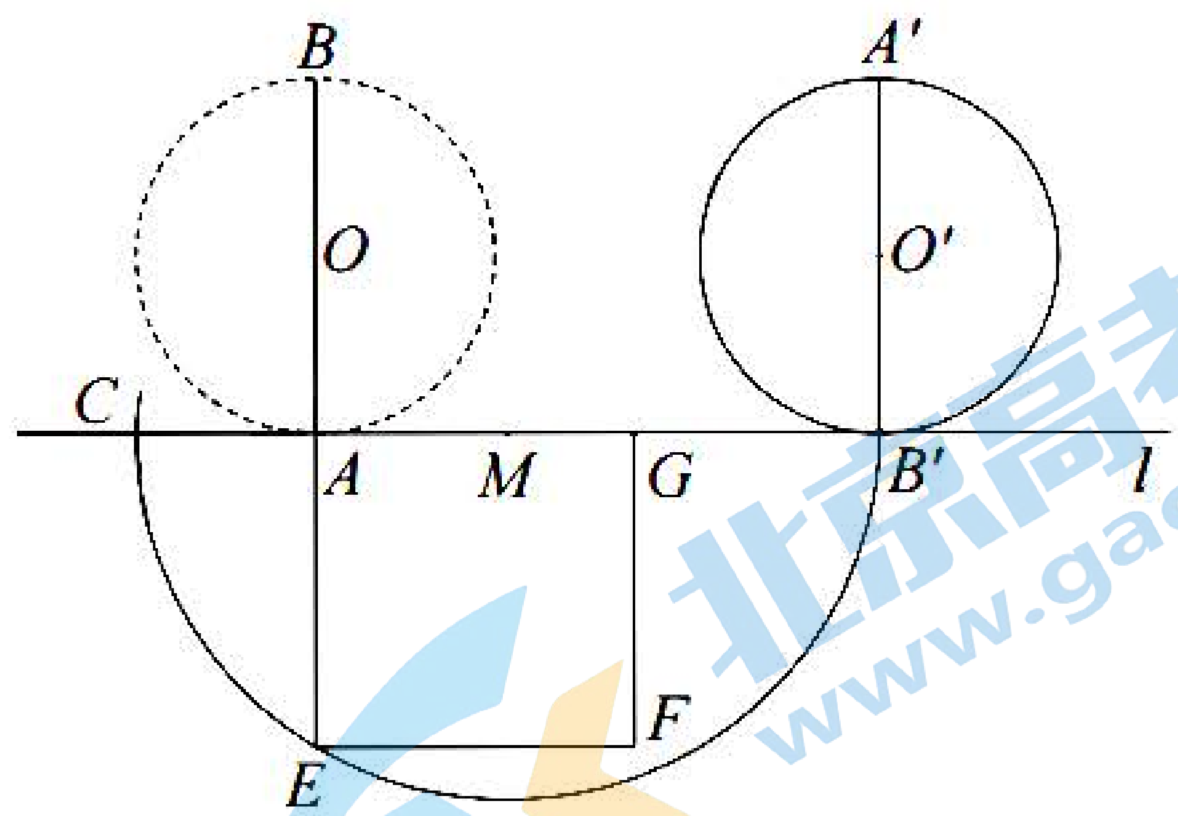


图 2

根据上述作图步骤，完成下列填空：

（1）由①可知，直线 l 为$\odot O$的切线，其依据是______________________．

（2）由②③可知，$AC=r$，$AB'=\pi r$，则 $MC=$__________，$MA=$________（用含 r 的代数式表示）．

（3）连接 ME，在 Rt$\triangle AME$ 中，根据 $AM^2+AE^2=EM^2$，可计算得 $AE^2=$______（用含 r 的代数式表示）．

由此可得 $S_{正方形AEFG}=S_{\odot O}$．

（1）经过半径外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线；　　……1 分

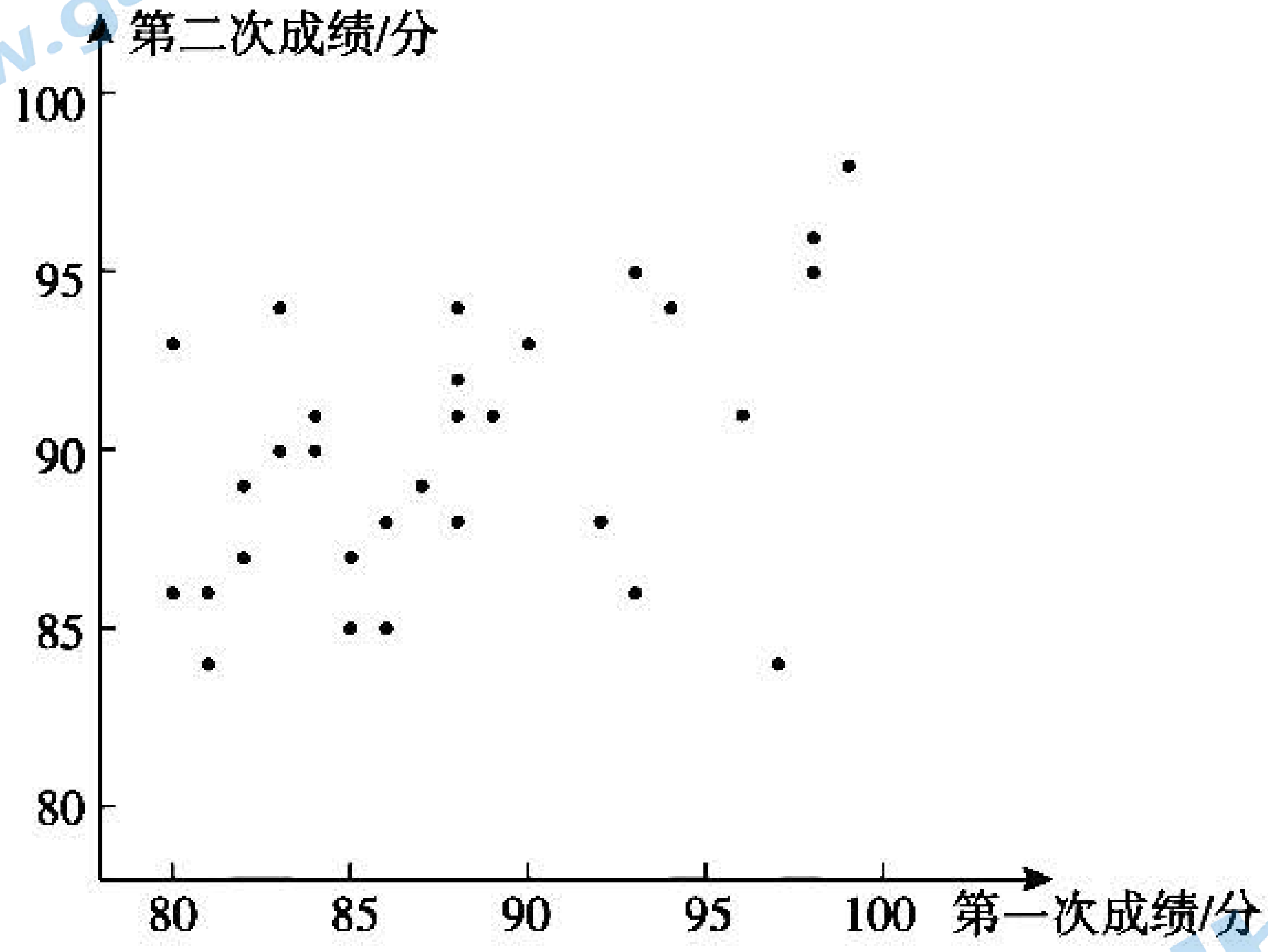
（2）$\frac{(\pi+1)r}{2}$，　　……3 分

$\frac{(\pi-1)r}{2}$；　　……5 分

（3）πr^2.　　……6 分

24. 为进一步增强中小学生“知危险会避险”的意识，某校初三年级开展了系列交通安全知识竞赛，从中随机抽取 30 名学生两次知识竞赛的成绩（百分制），并对数据（成绩）进行收集、整理、描述和分析．下面给出了部分信息．

a. 这 30 名学生第一次竞赛成绩和第二次竞赛成绩得分情况统计图：



b. 下表是这 30 名学生两次知识竞赛的获奖情况相关统计：

		参与奖	优秀奖	卓越奖
第一次竞赛	人数	10	10	10
	平均分	82	87	95
第二次竞赛	人数	2	12	16
	平均分	84	87	93

（规定：分数≥90，获卓越奖；85≤分数<90，获优秀奖；分数<85，获参与奖）

c. 第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90　90　91　91　91　91　92　93　93　94　94　94　95　95　96　98

d. 两次竞赛成绩样本数据的平均数、中位数、众数如下表：

	平均数	中位数	众数
第一次竞赛	m	87.5	88
第二次竞赛	90	n	91

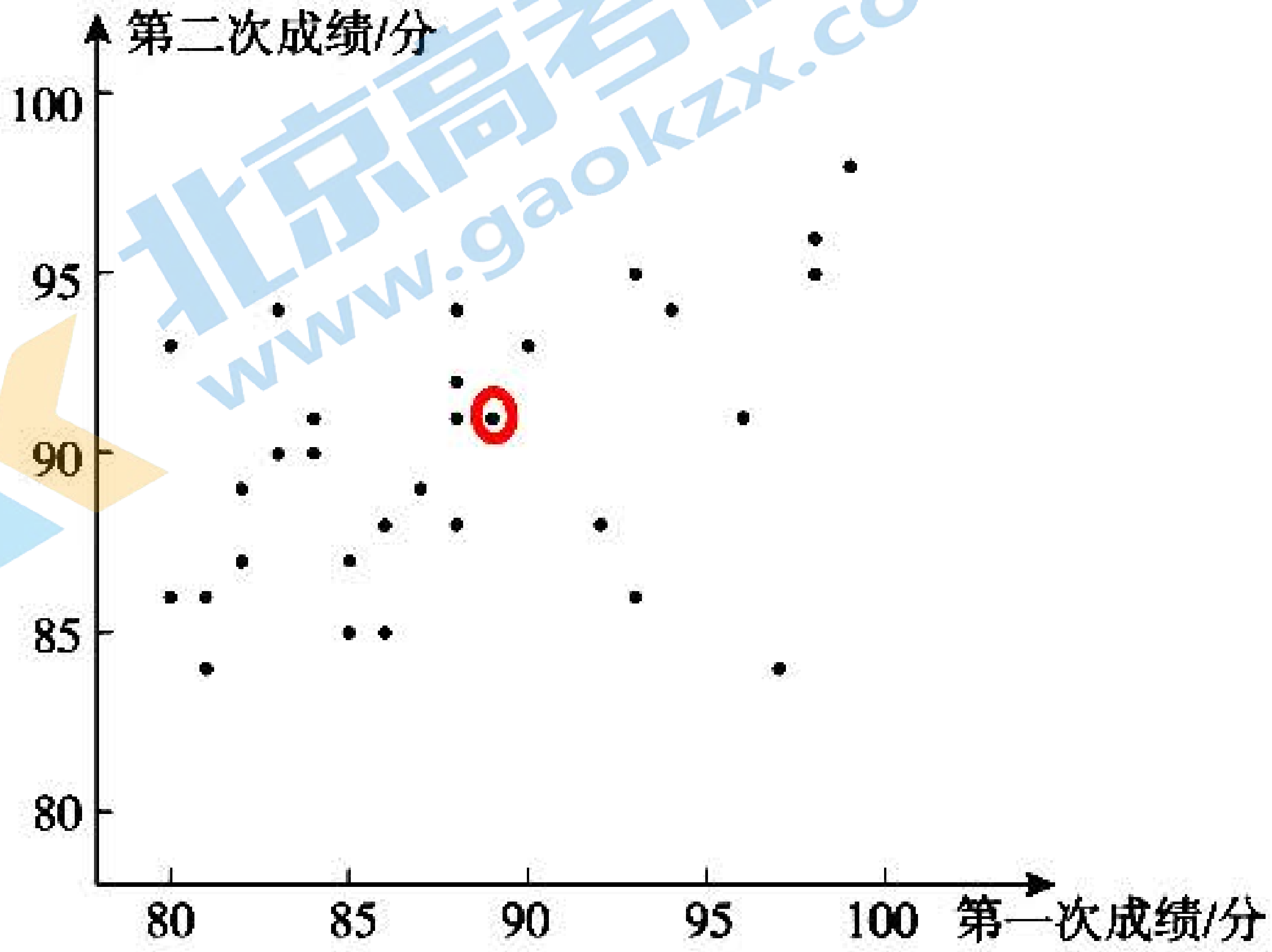
根据以上信息，回答下列问题：

（1）小松同学第一次竞赛成绩是 89 分，第二次竞赛成绩是 91 分，在图中用“○”圈出代表小松同学的点；

（2）直接写出 m， n 的值；

（3）可以推断出第______次竞赛中初三年级全体学生的成绩水平较高，理由是____________________．（至少从两个不同角度说明推断的合理性）

（1）



······1 分

（2）m=88······2 分

n=90······3 分

（3）二······4 分

两个角度分析数据和理由，合理即可······6 分

参考答案：第一次参与奖 10 人多于第二次的 2 人，第二次低分少；

第一次优秀奖 10 人少于第二次的 12 人，第二次高分多；

第一次卓越奖 10 人少于第二次的 16 人，第二次高分多；

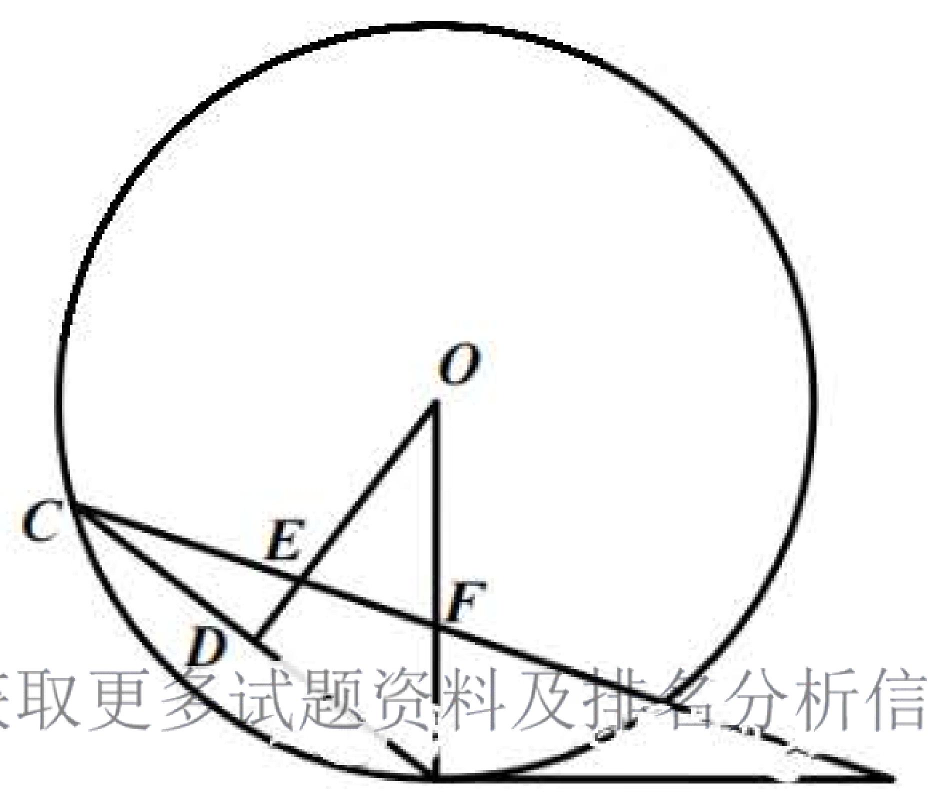
第一次平均数 88 分低于第二次的 90 分，第二次平均分更高；

第一次中位数 87.5 分低于第二次的 90 分，第二次中位数更高；

23. 如图，OA 是⊙O 的半径，AB 与⊙O 相切于点 A，点 C 在⊙O 上且 $AC=AB$，D 为 AC 的中点，连接 OD，连接 CB 交 OD 于点 E，交 OA 于点 F．

（1）求证：$OE=OF$；

（2）若 OE=3，$\sin\angle AOD=\frac{3}{5}$，求 BF 的长．



23.（1）证明：∵ D 为 AC 中点，

$\therefore OD\perp AC$.

∵ AB 是⊙ O 的切线，

$\therefore OA\perp AB$.

∵ $AB=AC$，

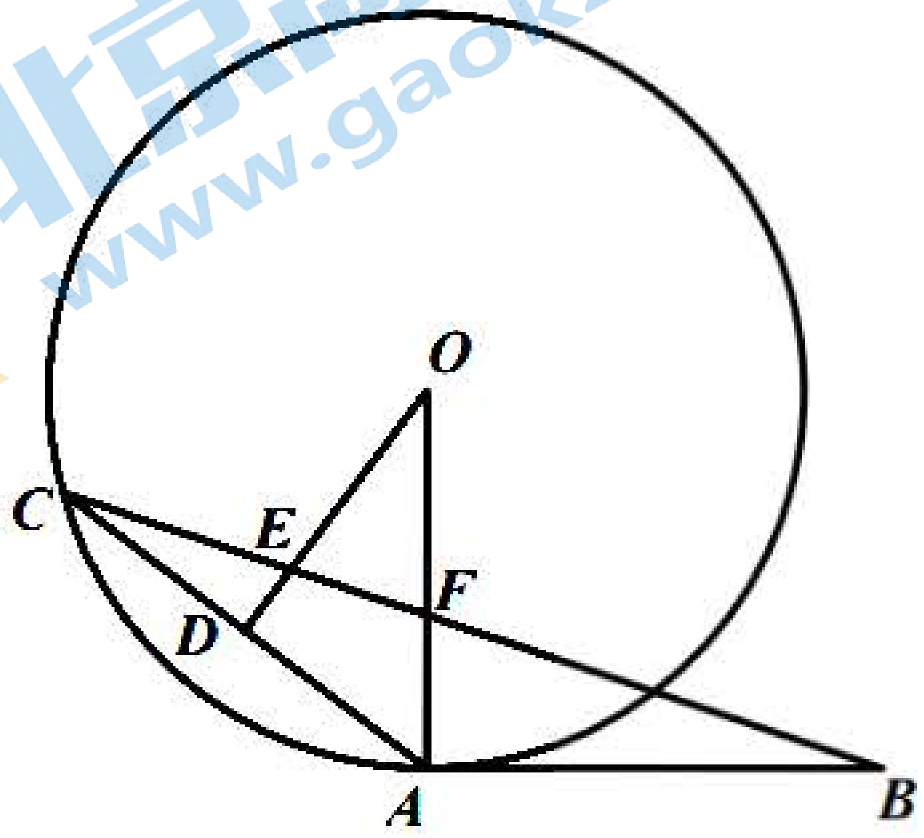
$\therefore \angle B=\angle ACB$.

$\therefore \angle AFB=\angle DEC$.

∵ $\angle OFE=\angle AFB$，$\angle OEF=\angle DEC$，

$\therefore \angle OFE=\angle OEF$.

$\therefore OE=OF$.



……………………………………………3分

（2）解：由（1）可证△CDE ∽ △BAF.

$\therefore \dfrac{DE}{AF}=\dfrac{CD}{BA}=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

设 $DE=x$，则 $AF=2x$.

在 Rt△OAD 中，$\angle ODA=90^\circ$，$\sin\angle AOD=\dfrac{3}{5}$，

$\therefore \cos\angle AOD=\dfrac{OD}{OA}=\dfrac{4}{5}$.

Q $OE=OF$=3，

$\therefore \dfrac{3+x}{3+2x}=\dfrac{4}{5}$.

解得 $x=1$.（经检验，$x=1$ 是所列方程的根）

$\therefore DE=1$，$AF=2$.

$\therefore OA=5$.

$\therefore AD=3$.

$\therefore AB=AC=2AD=6$.

在 Rt△ABF 中，$\angle FAB=90^\circ$，$AF=2$，$AB=6$，

$\therefore BF=2\sqrt{10}$. ……………………………………………6 分

26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-2mx+m^2$ 与 y 轴的交点为 A，过点 A 作直线 l 垂直于 y 轴．

（1）求抛物线的对称轴（用含 m 的式子表示）；

（2）将抛物线在 y 轴右侧的部分沿直线 l 翻折，其余部分保持不变，组成图形 G. 点 $M(x_1,y_1)$， $N(x_2,y_2)$为图形 G 上任意两点.

①当 m=0 时，若 $x_1<x_2$，判断 y_1 与 y_2 的大小关系，并说明理由；

②若对于 $x_1=m-2$， $x_2=m+2$，都有 $y_1>y_2$，求 m 的取值范围.

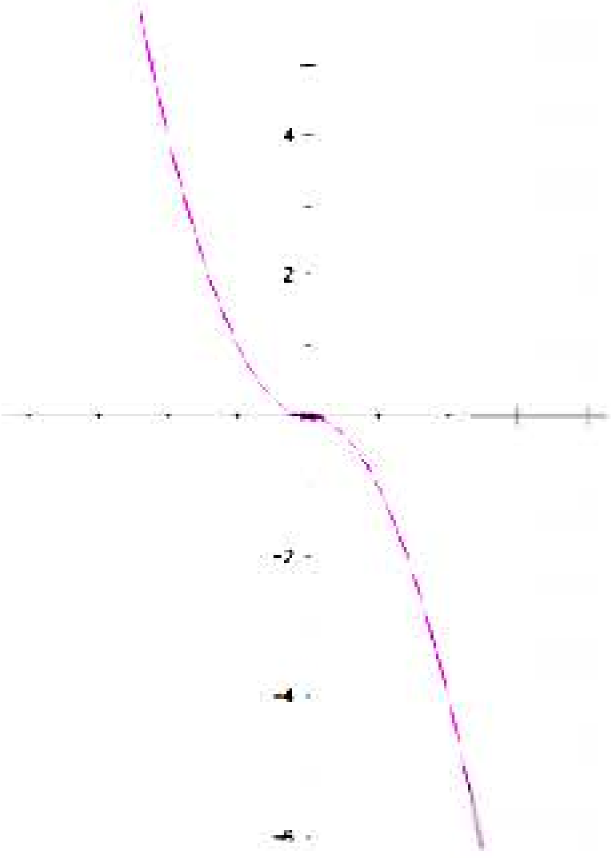
26.（本小题满分 6 分）

（1）抛物线 $y=x^2-2mx+m^2$的对称轴为直线 $x=-\frac{-2m}{2}=m$；　　……1 分

（2）① $y_1>y_2$；　　……2 分

理由：当 m=0 时，二次函数解析式是 $y=x^2$，对称轴为 y 轴；所以图形 G 上的点的横纵坐标 x 和 y，满足 y 随 x 的增大而

减小；



∵ $x_1<x_2$，

∴ $y_1>y_2$.　　……3 分

②通过计算可知，$P(m-2,4),Q(m+2,4)$为抛物线上关于对称轴 $x=m$ 对称的两点，

下面讨论当 m 变化时，y 轴与点 P，Q 的相对位置：

如图1，当y轴在点P左侧时（含点P），

经翻折后，得到点 M，N 的纵坐标相同， $y_1=y_2$，不符题意；

如图2，当y轴在点Q右侧时（含点Q），

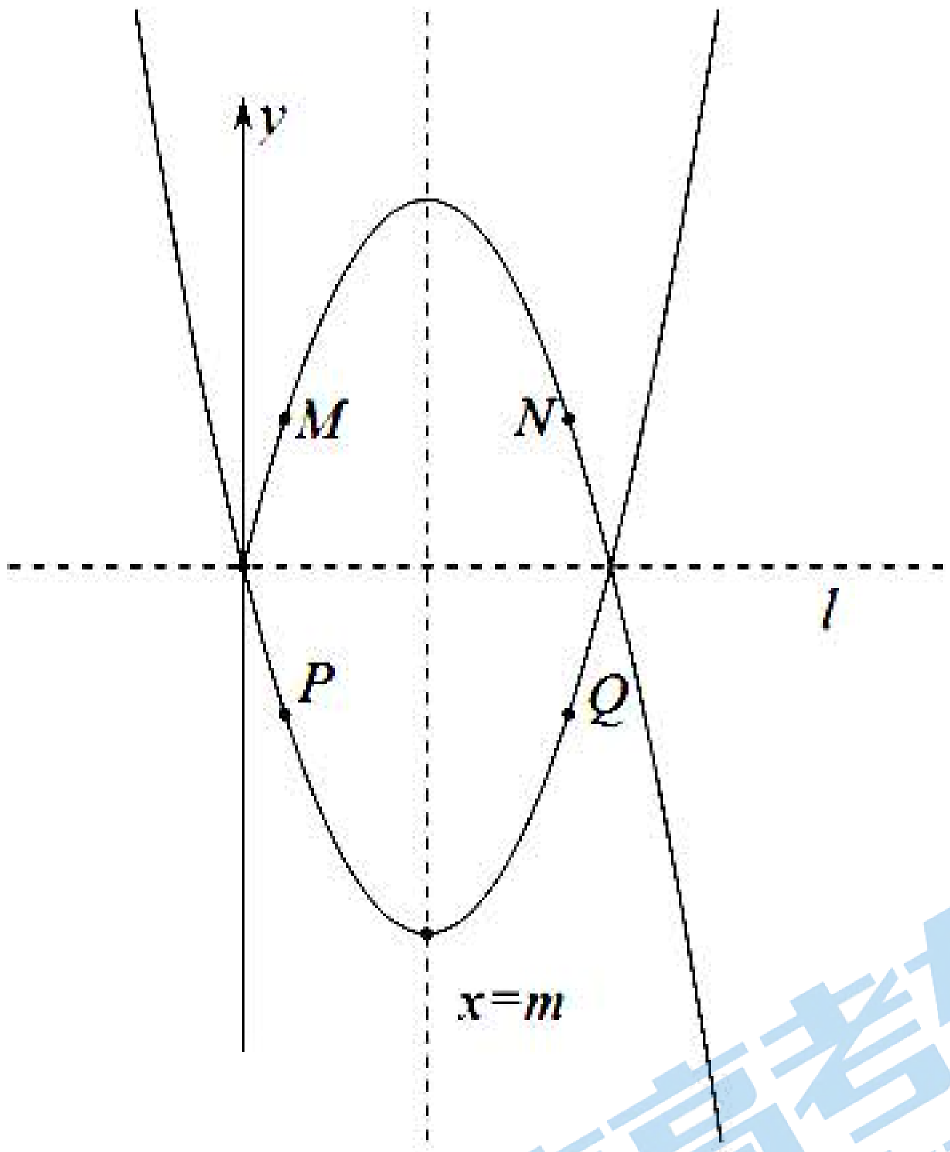
点 M，N 分别和点 P，Q 重合， $y_1=y_2$，不符题意；

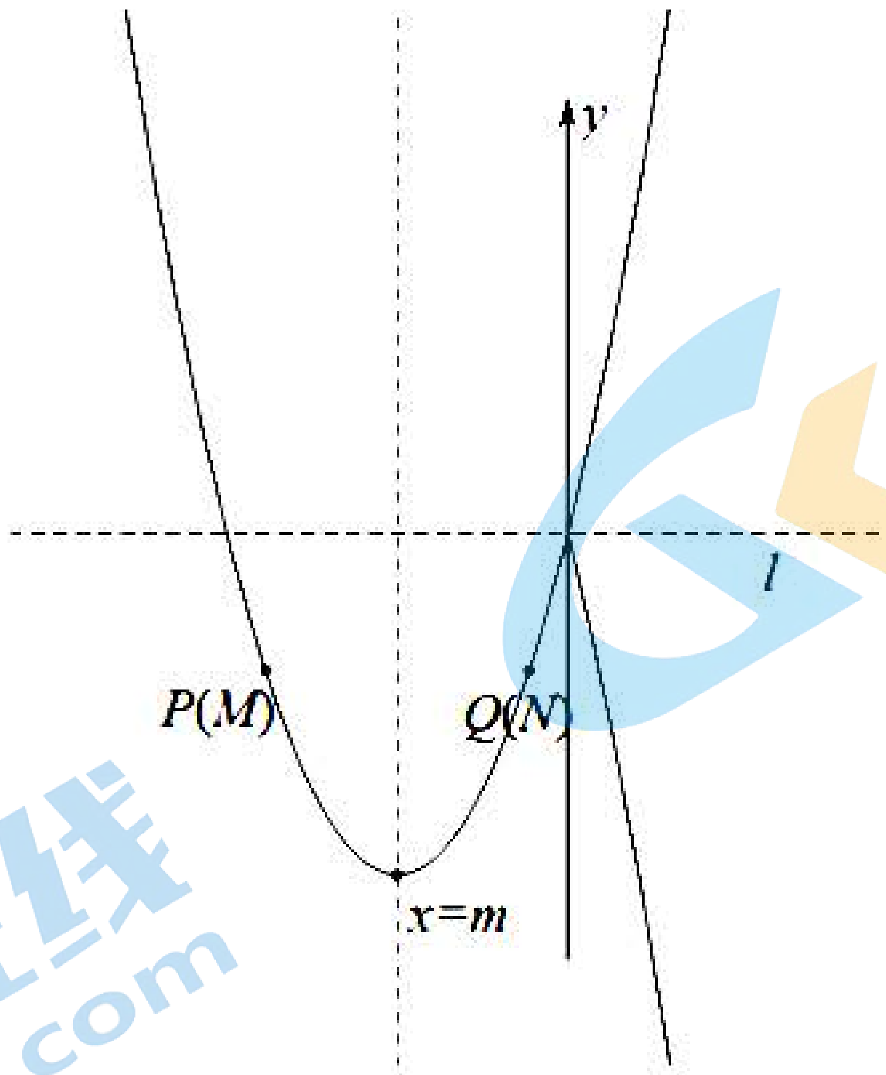
如图3，当y轴在点P，Q之间时（不含P，Q），

经翻折后，点 N 在 l 下方，点 M，P 重合，在 l 上方， $y_1>y_2$，符合题意.

此时有 $m-2<0<m+2$，即 $-2<m<2$.

综上所述，m 的取值范围为 $-2<m<2$．　……6 分





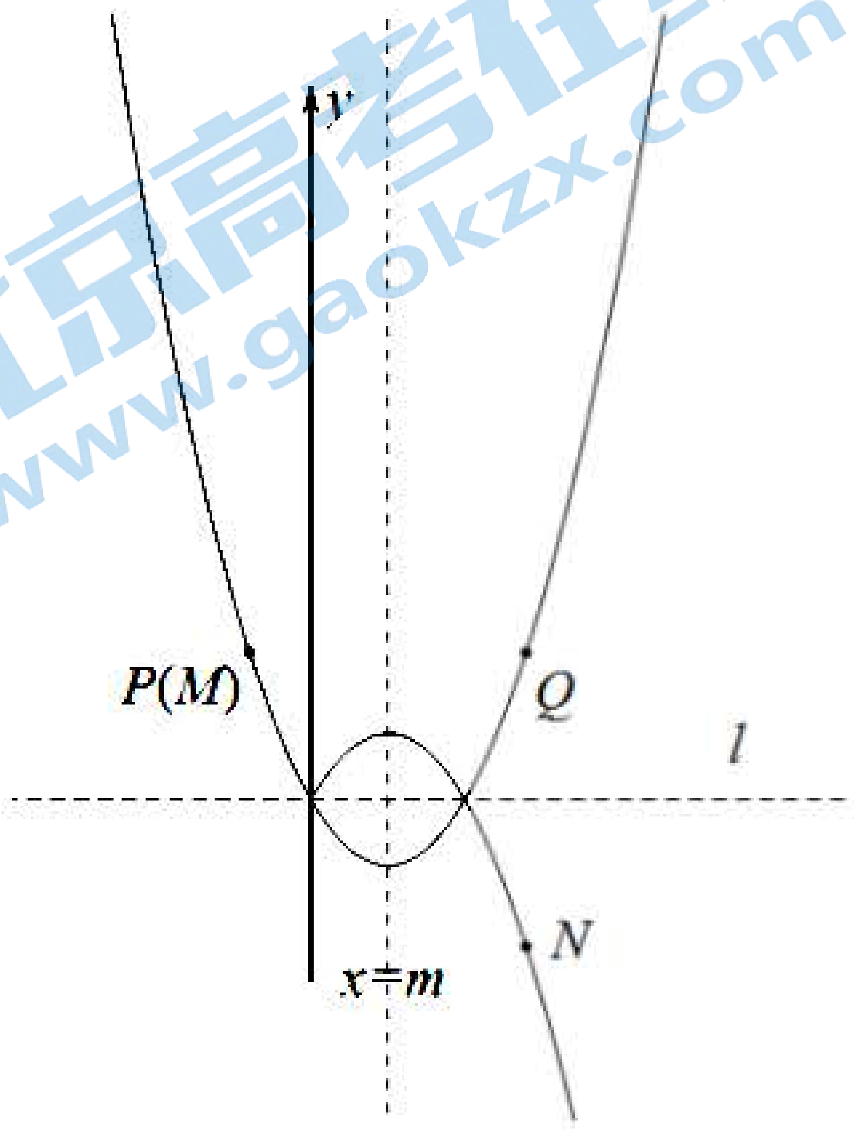


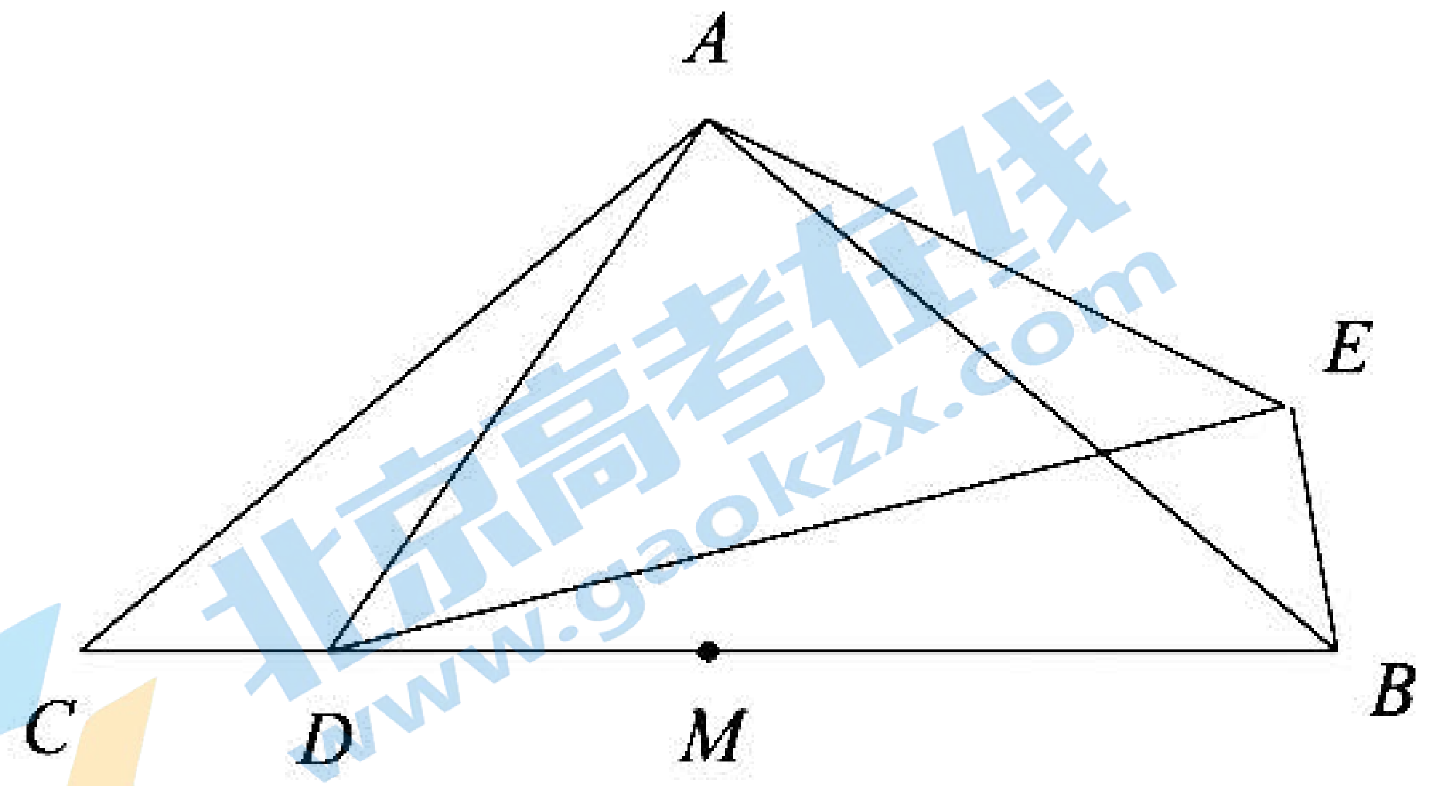
图 1　　图 2

图 3

27. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=\alpha$，M为BC的中点，点D在MC上，以点A为中心，将线段AD逆时针旋转α得到线段AE，连接BE，DE.

(1)比较$\angle BAE$与$\angle CAD$的大小；用等式表示线段BE，BM，MD之间的数量关系，并证明；

(2)过点M作AB的垂线，交DE于点N，用等式表示线段NE与ND的数量关系，并证明.

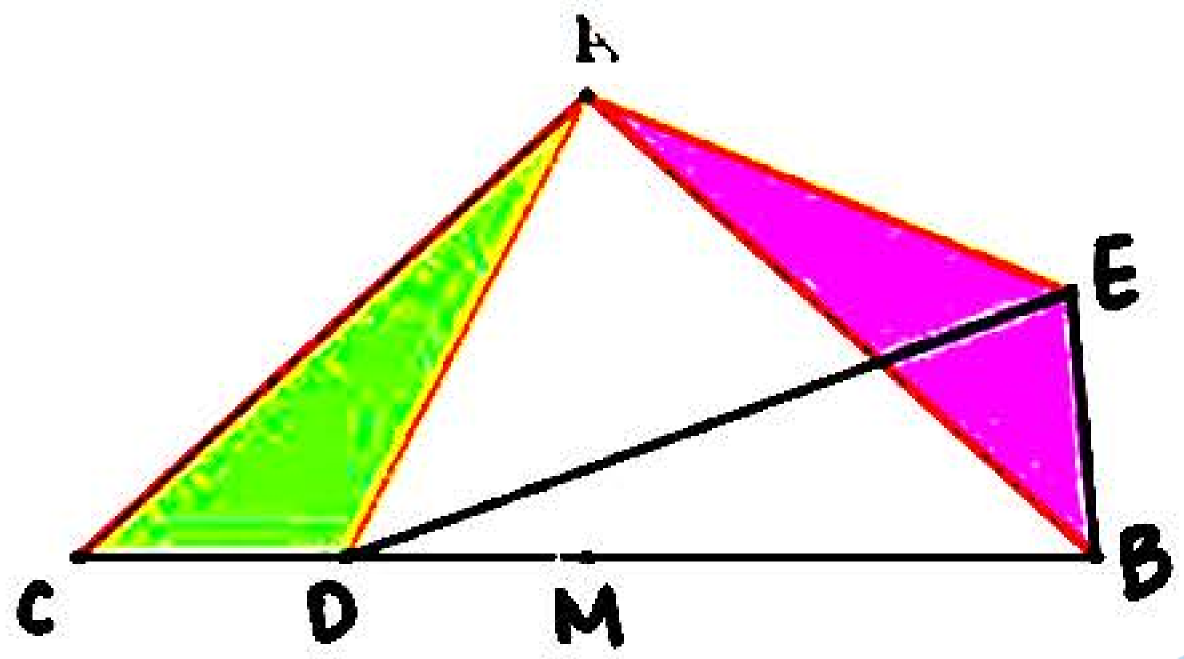


【答案】

（1）$\angle BAE=\angle CAD$，……1分

$BE+MD=BM$

解析：易证$\triangle AEB\cong\triangle ADC$.……3分

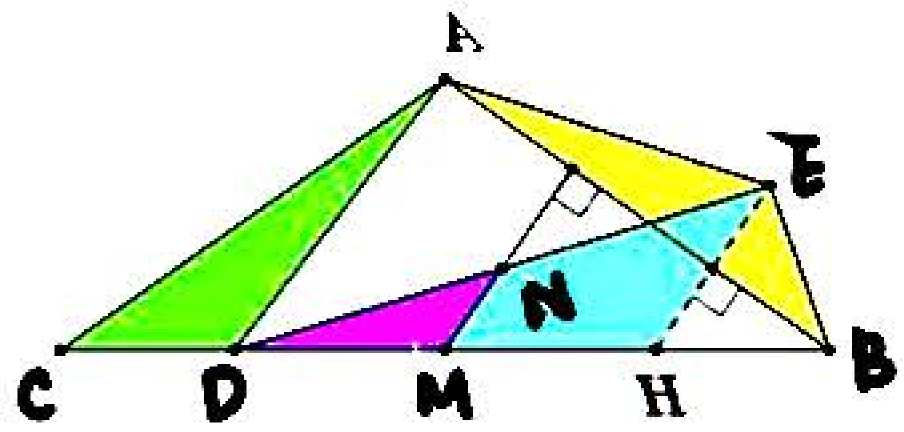


（2）$NE=ND$……7分

解析：方法1：过点E作$EH\perp AB$

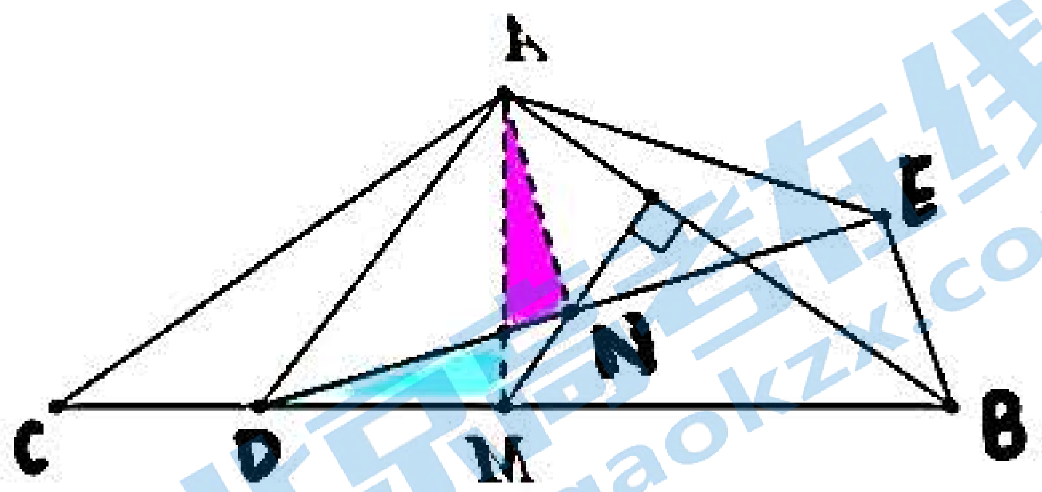
①易证$BH=BE=CD\rightarrow DM=HM$

②由$MN\parallel EH\rightarrow\triangle DMN\backsim\triangle DHE\rightarrow N$是$DE$中点得证

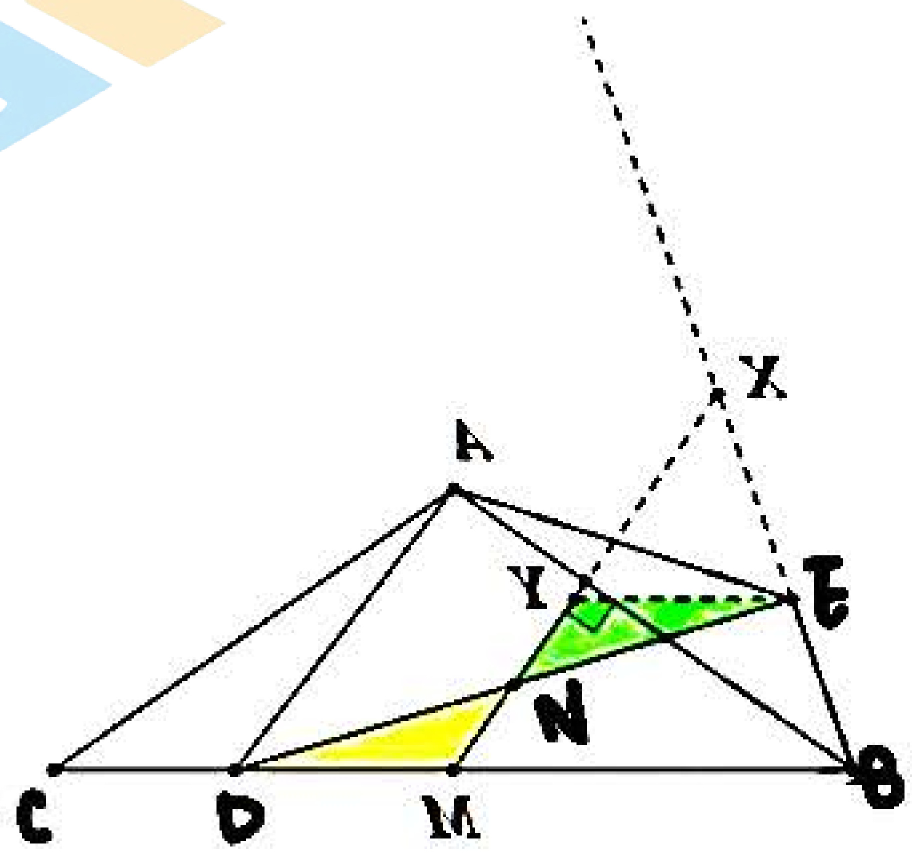


（模型：角平分线对称+A 相似（中位线））

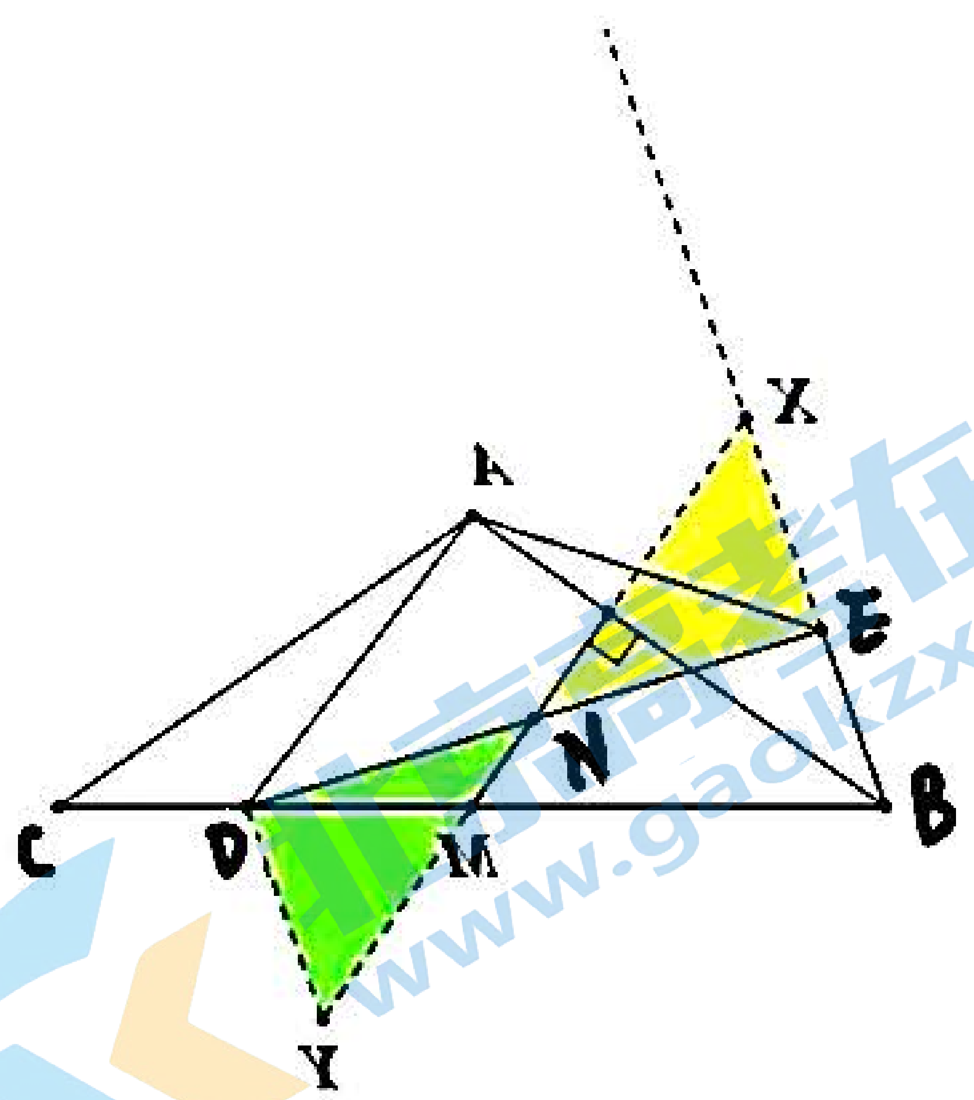
方法 2：模型：相似



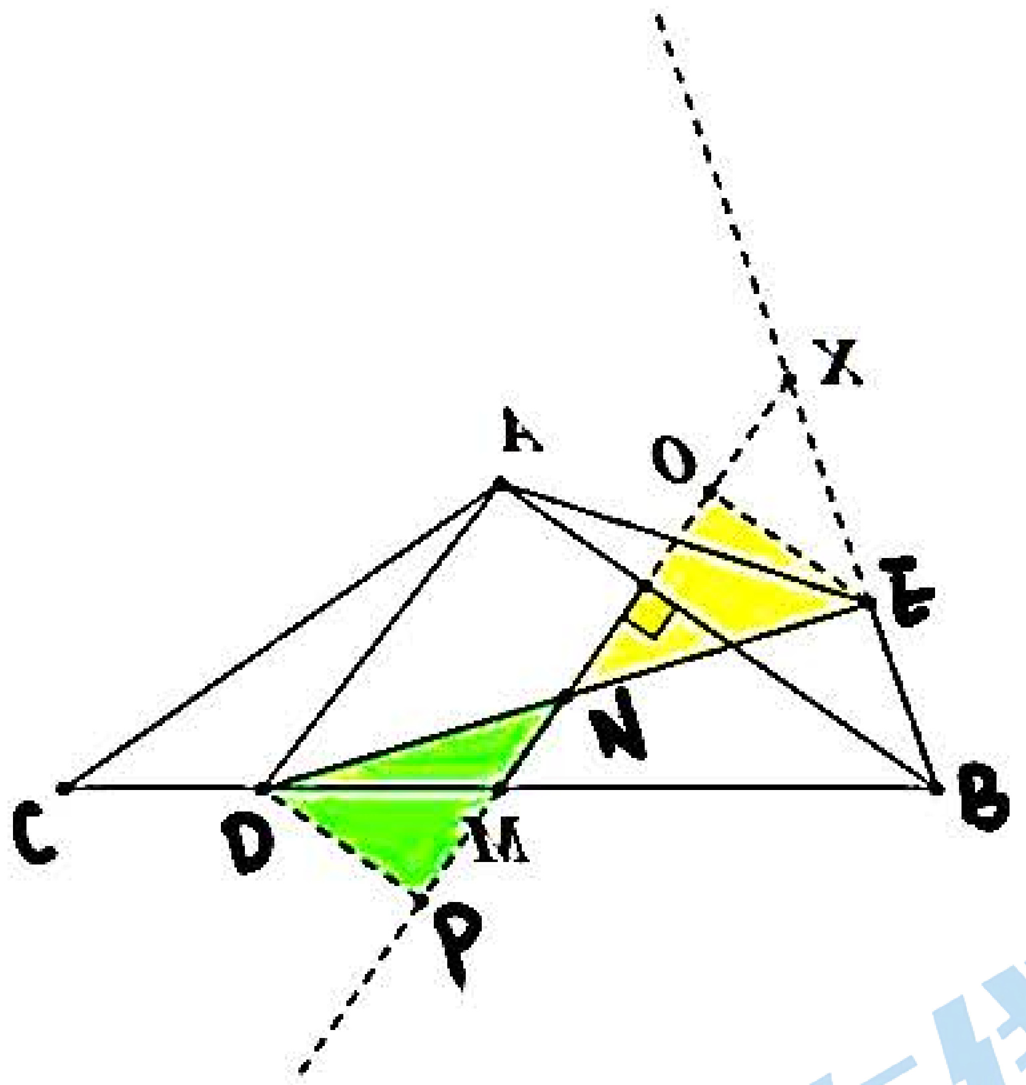
方法 3：模型：角平分线对称+8 字相似（中位线）



方法 4：模型：角平分线对称+8 字相似（中位线）



方法 5：模型：角平分线对称+8 字相似（中位线）



28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于图形 Q 和 $\angle P$，给出如下定义：若图形 Q 上的所有的点都在 $\angle P$ 的内部或 $\angle P$ 的边上，则 $\angle P$ 的最小值称为点 P 对图形 Q 的可视度．如图 1，$\angle AOB$ 的度数为点 O 对线段 AB 的可视度．

（1）已知点 N（2，0），在点 $M_1(0,\frac{2}{3}\sqrt{3})$，$M_2(1,\sqrt{3})$，$M_3(2,3)$ 中，对线段 ON 的可视度为 60° 的点是______．

（2）如图 2，已知点 A（-2，2），B（-2，-2），C（2，-2），D（2，2），E（0，4）．

①直接写出点 E 对四边形 $ABCD$ 的可视度为______°；

②已知点 F（a，4），若点 F 对四边形 $ABCD$ 的可视度为 45°，求 a 的值．

③直线 $y=-x+b$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 S、T，若线段 ST 上存在点 G，使得点 G 对四边形 $ABCD$ 的可视度不小于 45°，则 b 的取值范围是____________．

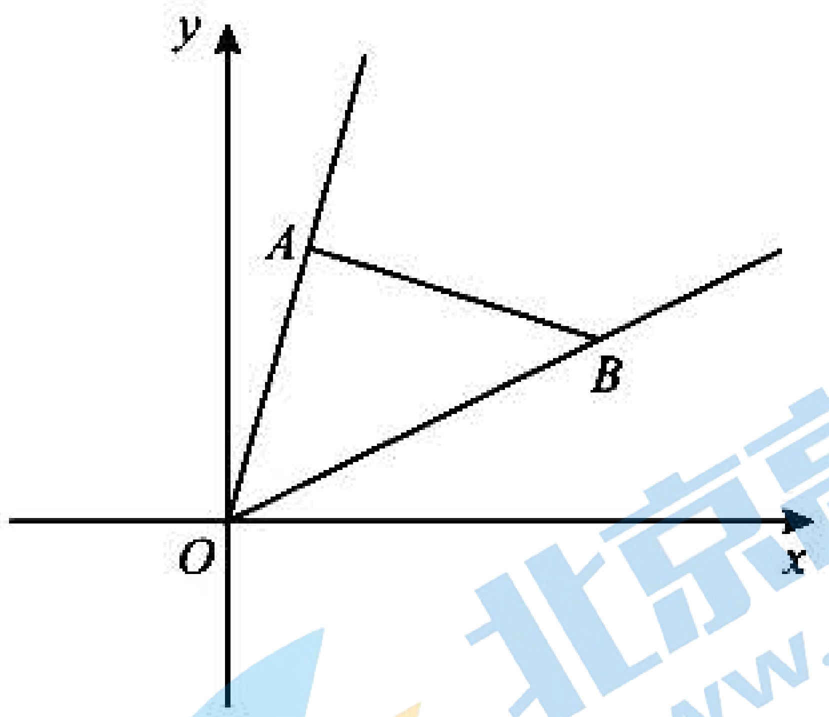
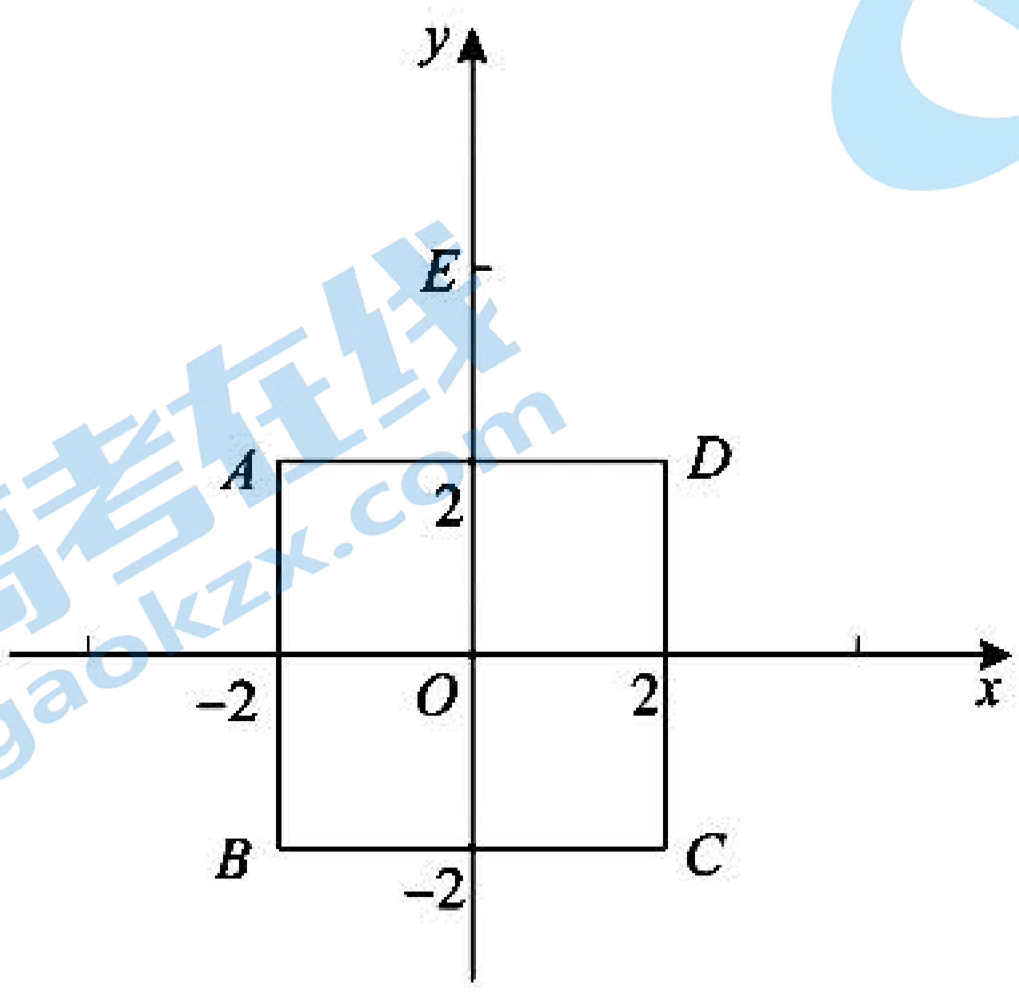


图 1



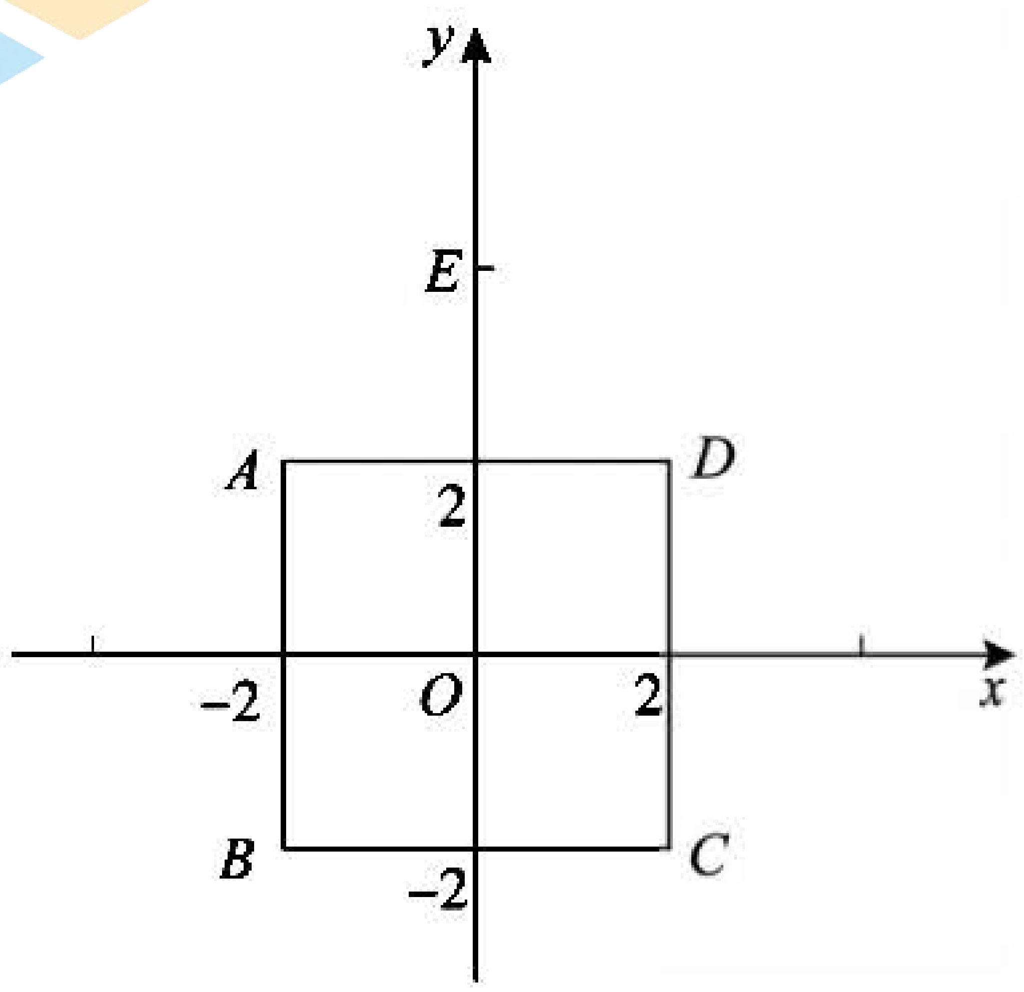


图 2

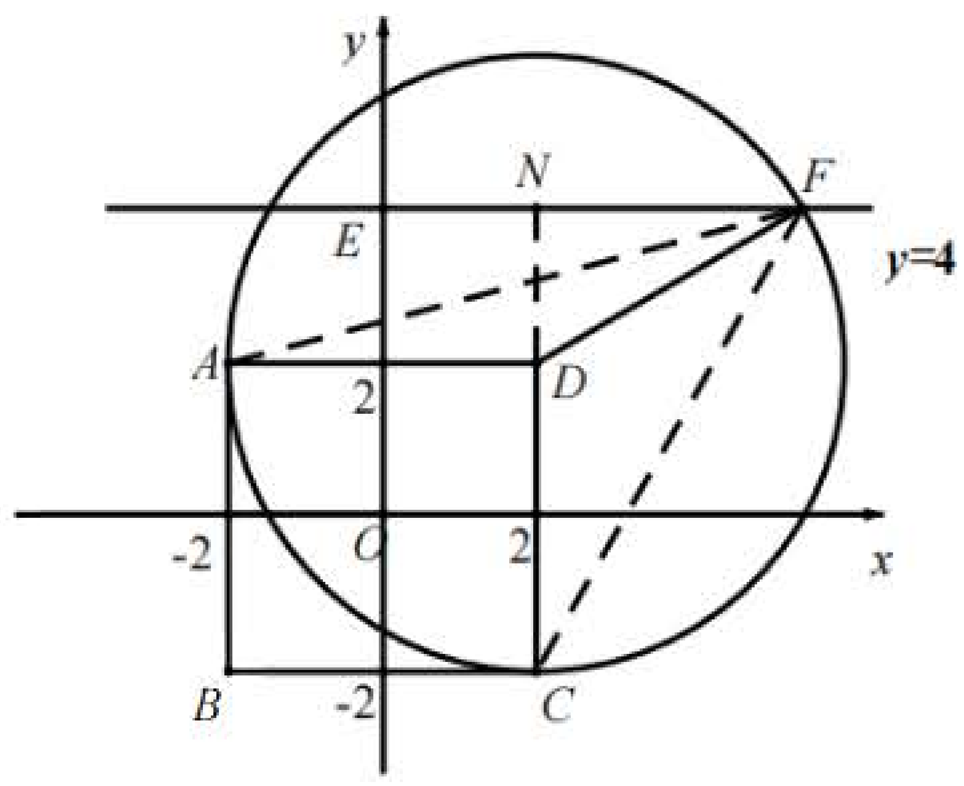
28．（1）M_1，M_2．……………………2 分

（2）①90；　……………………………………3 分

②解：由题意可知，四边形 $ABCD$ 是正方形，点 F 在直线 $y=4$ 上.

如图所示，点 F 对正方形 $ABCD$ 的可视度为 45°，

当点 F 是以点 D 为圆心，4 为半径的圆和直线 $y=4$ 的交点时，过点 D 作 $DN\perp EF$ 于点 N，则有 $DN=2$，$DF=4$，



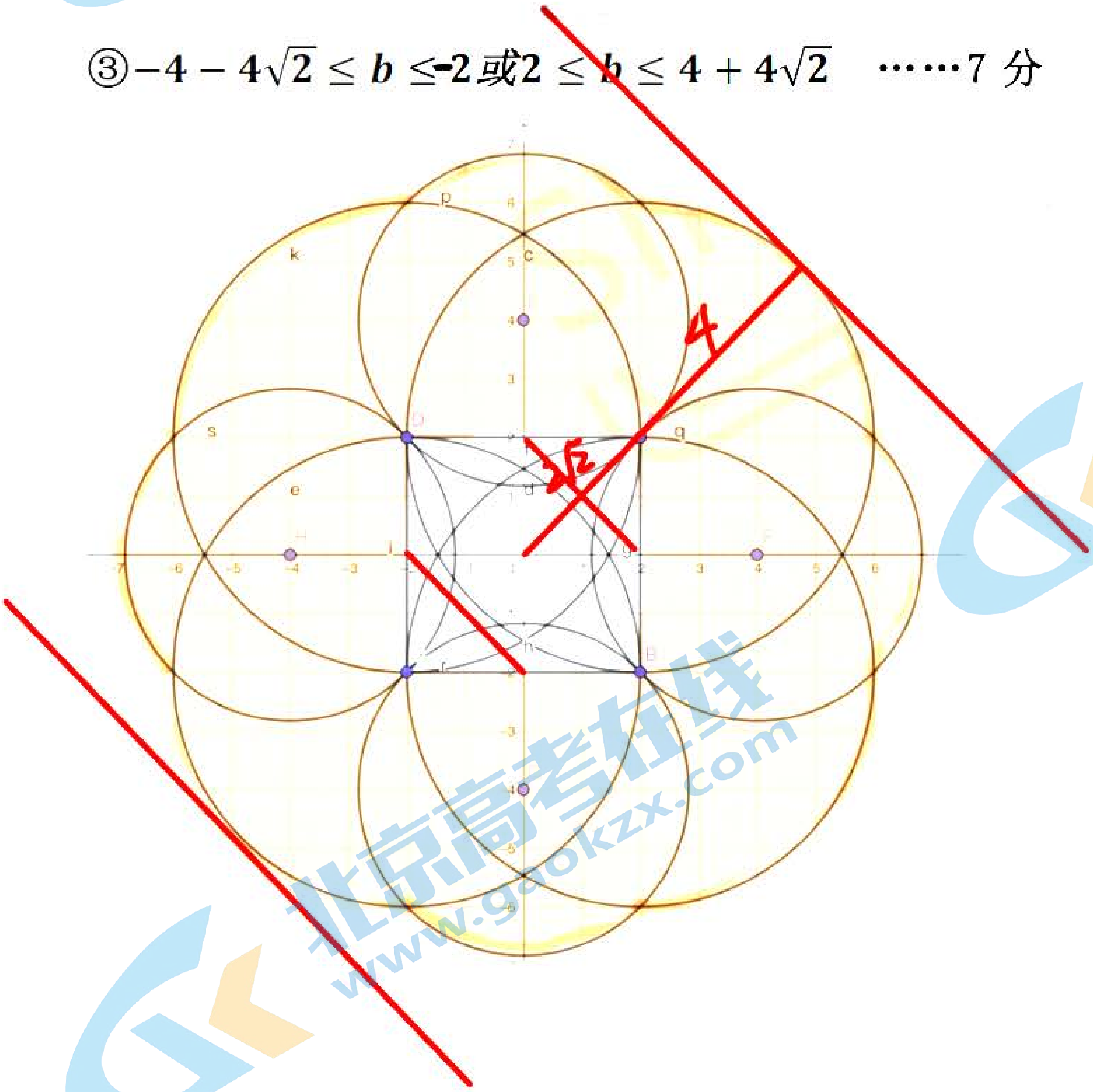
可得 $NF=2\sqrt{3}$．………4 分

$\therefore a=2\sqrt{3}+2$．

当点 F 是以点 A 为圆心，4 为半径的圆和直线 $y=4$ 的交点时，同理可得，$a=-2\sqrt{3}-2$．

综上，a 的值为 $2\sqrt{3}+2$ 或 $-2\sqrt{3}-2$．　……5 分

③$-4-4\sqrt{2}\le b\le -2$ 或 $2\le b\le 4+4\sqrt{2}$　……7 分



关于我们

北京高考在线创办于 2014 年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户 40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国 31 省市。

北京高考在线平台一直秉承〝精益求精、专业严谨〞的建设理念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。