海淀区高三年级第二学期期中练习

数学(理科)

2017.4

学校__________ 班级__________ 姓名__________ 成绩__________

本试卷共4页,150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效。考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项。

1. 已知集合 $A=\{x\mid x(x+1)\leqslant 0\}$,集合 $B=\{x\mid x>0\}$,则 $A\cup B=$

A. $\{x\mid x\geqslant -1\}$　　B. $\{x\mid x>-1\}$　　C. $\{x\mid x\geqslant 0\}$　　D. $\{x\mid x>0\}$

2. 已知复数 $z=\mathrm{i}(a+b\mathrm{i})(a,b\in\mathbf{R})$,则"$z$ 为纯虚数"的充分必要条件为

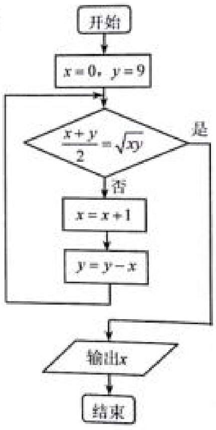
A. $a^2+b^2\neq 0$　　B. $ab=0$

C. $a=0,b\neq 0$　　D. $a\neq 0,b=0$

3. 执行右图所示的程序框图,输出的 x 值为

A. 0　　B. 3

C. 6　　D. 8



4. 设 $a,b\in\mathbf{R}$,若 $a>b$,则

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $2^a>2^b$

C. $\lg a>\lg b$　　D. $\sin a>\sin b$

5. 已知 $a=\int_0^1 x\mathrm{d}x$, $b=\int_0^1 x^2\mathrm{d}x$, $c=\int_0^1\sqrt{x}\mathrm{d}x$,则 a,b,c 的大小关系是

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<a<c$　　D. $c<a<b$

6. 已知曲线 $C:\begin{cases}x=\frac{\sqrt{2}}{2}t,\\ y=a+\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数), $A(-1,0)$, $B(1,0)$. 若曲线 C 上存在点 P 满足 $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$,则实数 a 的取值范围为

A. $[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$　　B. $[-1,1]$　　C. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$　　D. $[-2,2]$

7. 甲、乙、丙、丁、戊五人排成一排，甲和乙都排在丙的同一侧，排法种数为

A. 12　　B. 40　　C. 60　　D. 80

8. 某折叠餐桌的使用步骤如图所示．有如下检查项目：

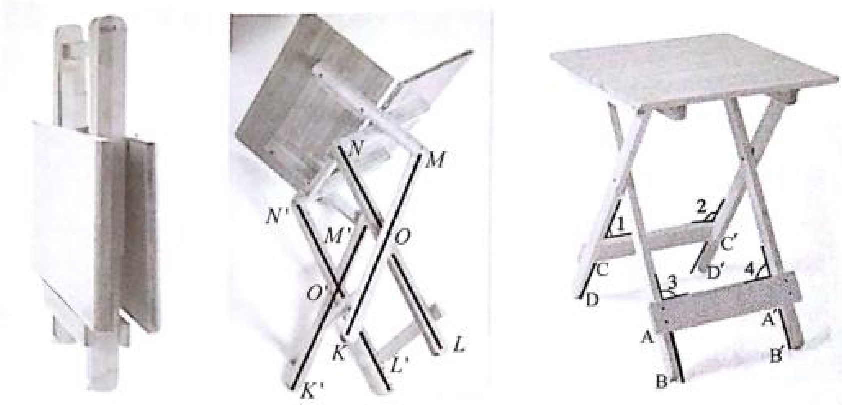


图 1　　图 2　　图 3

项目 ①：折叠状态下（如图 1），检查四条桌腿长相等；

项目 ②：打开过程中（如图 2），检查 $OM = ON = O'M' = O'N'$；

项目 ③：打开过程中（如图 2），检查 $OK = OL = O'K' = O'L'$；

项目 ④：打开后（如图 3），检查 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = 90°$；

项目 ⑤：打开后（如图 3），检查 $AB = A'B' = C'D' = CD$．

下列检查项目的组合中，可以正确判断“桌子打开之后桌面与地面平行”的是

A. ①②③　　B. ②③④

C. ②④⑤　　D. ③④⑤

二、填空题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。

9. 若等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2a_4 = a_5$，$a_4 = 8$，则公比 $q =$ ____；前 n 项和 $S_n =$ ____．

10. 已知 $F_1(-2,0)$，$F_2(2,0)$，满足 $||PF_1|-|PF_2|| = 2$ 的动点 P 的轨迹方程为____．

11. 在 $\triangle ABC$ 中，$c = a\cos B$．① $A =$ ____；② 若 $\sin C = \frac{1}{3}$，则 $\cos(\pi + B) =$ ____．

12. 若非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}) = 0$，$2|\boldsymbol{a}| = |\boldsymbol{b}|$，则向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 夹角的大小为____．

13\. 已知函数$f(x)=\begin{cases}1-x^2, & x\geqslant 0,\\ \cos\pi x, & x<0.\end{cases}$若关于$x$的方程$f(x+a)=0$在$(0,+\infty)$内有唯一实根，则实数$a$的最小值是____.

14\. 已知实数u,v,x,y满足$u^2+v^2=1$，$\begin{cases}x+y-1\geqslant 0,\\ x-2y+2\geqslant 0,\\ x\leqslant 2,\end{cases}$则$z=ux+vy$的最大值是____.

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程。

15\. **（本小题满分13分）**

已知$\frac{\pi}{3}$是函数$f(x)=2\cos^2x+a\sin 2x+1$的一个零点.

（Ⅰ）求实数a的值；

（Ⅱ）求$f(x)$的单调递增区间.

16\. **（本小题满分13分）**

据报道，巴基斯坦由中方投资运营的瓜达尔港目前已通航．这是一个可以停靠8－10万吨邮轮的深水港．通过这一港口，中国船只能够更快到达中东和波斯湾地区．这相当于给中国平添了一条大动脉！在打造中巴经济走廊协议（简称协议）中，能源投资约340亿美元，公路投资约59亿美元，铁路投资约38亿美元，高架铁路投资约16亿美元，瓜达尔港投资约6.6亿美元，光纤通讯投资约0.4亿美元.

有消息称，瓜达尔港的月货物吞吐量将是目前天津、上海两港口月货物吞吐量之和．下表记录了2015年天津、上海两港口的月吞吐量（单位：百万吨）：

	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
天津	24	22	26	23	24	26	27	25	28	24	25	26
上海	32	27	33	31	30	31	32	33	30	32	30	30

（Ⅰ）根据协议提供信息，用数据说明本次协议投资重点；

（Ⅱ）从上表中12个月任选一个月，求该月天津、上海两港口月吞吐量之和超过55百万吨的概率；

（Ⅲ）将（Ⅱ）中的计算结果视为瓜达尔港每个月货物吞吐量超过55百万吨的概率，设X为瓜达尔港未来12个月的月货物吞吐量超过55百万吨的个数，写出X的数学期望（不需要计算过程）.

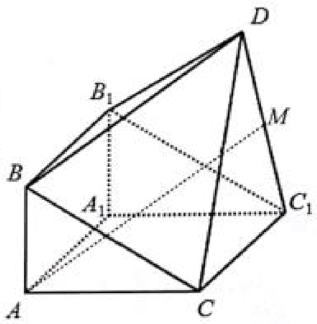
17.（本小题满分 14 分）

如图，由直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 和四棱锥 $D-BB_1C_1C$ 构成的几何体中，$\angle BAC=90°$，$AB=1$，$BC=BB_1=2$，$C_1D=CD=\sqrt{5}$，平面 $CC_1D\perp$ 平面 ACC_1A_1.

（Ⅰ）求证：$AC\perp DC_1$；

（Ⅱ）若 M 为 DC_1 的中点，求证：AM // 平面 DBB_1；

（Ⅲ）在线段 BC 上是否存在点 P，使直线 DP 与平面 BB_1D 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$？若存在，求 $\frac{BP}{BC}$ 的值，若不存在，说明理由.



18.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x)=x^2-2ax+4(a-1)\ln(x+1)$，其中实数 $a<3$.

（Ⅰ）判断 $x=1$ 是否为函数 $f(x)$ 的极值点，并说明理由；

（Ⅱ）若 $f(x)\leqslant 0$ 在区间 $[0,1]$ 上恒成立，求 a 的取值范围.

19.（本小题满分 14 分）

已知椭圆 $G:\frac{x^2}{2}+y^2=1$，与 x 轴不重合的直线 l 经过左焦点 F_1，且与椭圆 G 相交于 A,B 两点，弦 AB 的中点为 M，直线 OM 与椭圆 G 相交于 C,D 两点.

（Ⅰ）若直线 l 的斜率为 1，求直线 OM 的斜率；

（Ⅱ）是否存在直线 l，使得 $|AM|^2=|CM|\cdot|DM|$ 成立？若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，请说明理由.

20.（本小题满分 13 分）

已知含有 n 个元素的正整数集 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$（$a_1<a_2<\cdots<a_n,n\geqslant 3$）具有性质 P：对任意不大于 $S(A)$（其中 $S(A)=a_1+a_2+\cdots+a_n$）的正整数 k，存在数集 A 的一个子集，使得该子集所有元素的和等于 k.

（Ⅰ）写出 a_1,a_2 的值；

（Ⅱ）证明："$a_1,a_2,\cdots,a_n$ 成等差数列" 的充要条件是"$S(A)=\frac{n(n+1)}{2}$"；

（Ⅲ）若 $S(A)=2017$，求当 n 取最小值时 a_n 的最大值.

海淀区高三年级第二学期期中练习参考答案

数学（理科） 2017.4

一、选择题（本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	B	B	C	C	D	B

二、填空题（本大题共 6 小题,每小题 5 分, 有两空的小题，第一空 3 分，第二空 2 分，共 30 分）

9. 2，2^n-1	10. $x^2-\frac{y^2}{3}=1$	11. $90^\circ,-\frac{1}{3}$
12. 120°	13. $-\frac{1}{2}$	14. $2\sqrt{2}$

三、解答题（本大题共 6 小题, 共 80 分）

15.（本小题满分 13 分）

解：（Ⅰ）由题意可知 $f(\frac{\pi}{3})=0$，即 $f(\frac{\pi}{3})=2\cos^2\frac{\pi}{3}+a\sin\frac{2\pi}{3}+1=0$

即 $f(\frac{\pi}{3})=2\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}a+1=0$， --4 分

{说明：每个三角函数值 2 分}

解得 $a=-\sqrt{3}$. --1 分

（Ⅱ）由（Ⅰ）可得 $f(x)=2\cos^2x-\sqrt{3}\sin2x+1$

$=\cos2x-\sqrt{3}\sin2x+2$ ---2 分

$=2\sin(2x+\frac{5\pi}{6})+2$ --2 分

函数 $y=\sin x$ 的增区间为 $[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}],k\in\mathbf{Z}$. ------------------------------2 分

由 $2k\pi-\frac{\pi}{2}<2x+\frac{5\pi}{6}<2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$， ---1 分

得 $k\pi-\frac{2\pi}{3}<x<k\pi-\frac{\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$，

所以，$f(x)$ 的单调递增区间为 $[k\pi-\frac{2\pi}{3},k\pi-\frac{\pi}{6}]$，$k\in\mathbf{Z}$. ---------------------1 分

{说明：其它解法对照上述评分原则相应给分}

16.（本小题满分 13 分）

解：

（Ⅰ）本次协议的投资重点为能源， --1 分

因为能源投资 340 亿，占总投资 460 亿的 50%以上，所占比重大，------------------2 分

【理由评价标准：若无数据说明 0 分；若只说 340 亿给 1 分；若阐述数据比例关系或指明能源投资 340 亿大于其它项目总和，给满 2 分】

（Ⅱ）设事件 A：从 12 个月中任选一个月，该月超过 55 百万吨. ----------------------------------1 分

根据上面提供的数据信息，可以得到天津、上海两港口的月吞吐量之和分别是：

56，49，58，54，54，57，59，58，58、56，54，56，------------------------------------2 分

其中超过 55 百万吨的月份有 8 个，---2 分

所以，$P(A)=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$；--2 分

（Ⅲ）X 的数学期望 $EX=8$.--3 分

17.（本小题满分 14 分）

解：【说明：本题下面过程中的标灰部分不写不扣分】

（Ⅰ）在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$CC_1\perp$ 平面 ABC，

故 $AC\perp CC_1$，---1 分

由平面 $CC_1D\perp$ 平面 ACC_1A_1 且平面 $CC_1D\cap$平面 $ACC_1A_1=CC_1$，---------------------------1 分

所以 $AC\perp$ 平面 CC_1D，---1 分

又 $C_1D\subset$平面 CC_1D，

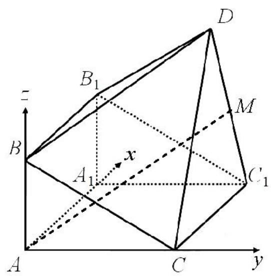
所以 $AC\perp DC_1$. ---1 分

（Ⅱ）在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面 ABC，

所以 $AA_1\perp AB$，$AA_1\perp AC$，---1 分

又∠ BAC=90°，

所以，如图建立空间直角坐标系 $A-xyz$，



依据已知条件可得 $A(0,0,0)$，$C(0,\sqrt{3},0)$，$C_1(2,\sqrt{3},0)$，

$B(0,0,1)$，$B_1(2,0,1)$，$D(1,\sqrt{3},2)$，

所以 $\overrightarrow{BB_1}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{BD}=(1,\sqrt{3},1)$，------------------1 分

设平面 DBB_1 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BB_1}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2x=0,\\ x+\sqrt{3}y+z=0.\end{cases}$ --------------------1 分

令 $y=1$，则 $z=-\sqrt{3}$，$x=0$，于是 $\boldsymbol{n}=(0,1,-\sqrt{3})$，--1 分

因为 M 为 DC_1 中点，所以 $M(\frac{3}{2},\sqrt{3},1)$，所以 $\overrightarrow{AM}=(\frac{3}{2},\sqrt{3},1)$，

由 $\overrightarrow{AM}\cdot\boldsymbol{n}=(\frac{3}{2},\sqrt{3},1)\cdot(0,1,-\sqrt{3})=0$ 可得 $\overrightarrow{AM}\perp\boldsymbol{n}$，---1 分

所以 AM 与平面 DBB_1 所成角为 0°，--1 分

即 AM // 平面 DBB_1.

（Ⅲ）由（Ⅱ）可知平面 BB_1D 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(0,1,-\sqrt{3})$.

设 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\lambda\in[0,1]$，---1 分

则 $P(0,\sqrt{3}\lambda,1-\lambda)$，$\overrightarrow{DP}=(-1,\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3},-1-\lambda)$.

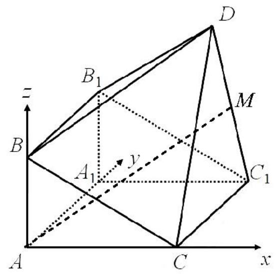
若直线 DP 与平面 DBB_1 成角为 $\frac{\pi}{3}$，则

$$\left|\cos\langle \boldsymbol{n},\overrightarrow{DP}\rangle\right|=\frac{\left|\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DP}\right|}{|\boldsymbol{n}|\left|\overrightarrow{DP}\right|}=\frac{|2\sqrt{3}\lambda|}{2\sqrt{4\lambda^2-4\lambda+5}}=\frac{\sqrt{3}}{2},$$ ------------------------------------1 分

解得 $\lambda=\frac{5}{4}\notin[0,1]$， ------------------------------------1 分

故不存在这样的点． ------------------------------------1 分

{说明：如果学生如右图建系，关键量的坐标如下：



（II）$\overrightarrow{BB_1}=(0,2,0)$，$\overrightarrow{BD}=(\sqrt{3},1,1)$，

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BB_1}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2y=0,\\ \sqrt{3}x+y+z=0.\end{cases}$

$\boldsymbol{n}=(1,\ 0,\ -\sqrt{3})$，

$M(\sqrt{3},\frac{3}{2},1)$，所以 $\overrightarrow{AM}=(\sqrt{3},\frac{3}{2},1)$，

（III）由（II）可知平面 DBB_1 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,\ 0,\ -\sqrt{3})$．

设 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}$，$\lambda\in[0,1]$，

则 $P(\sqrt{3}\lambda,0,1-\lambda)$，$\overrightarrow{DP}=(\sqrt{3}\lambda-\sqrt{3},-1,-1-\lambda)$．}

18.（本小题满分 13 分）

解：法 1：

（I）由 $f(x)=x^2-2ax+4(a-1)\ln(x+1)$ 可得

函数定义域为 $(-1,+\infty)$， ------------------------------------1 分

$$f'(x)=2x-2a+\frac{4(a-1)}{x+1}$$ ------------------------------------1 分

$$=\frac{2[x^2+(1-a)x+(a-}{x+1}$$

$$=\frac{2(x-1)[x-(a-2)]}{x+1},$$ ------------------------------------1 分

由 $f'(x)=0$ 得 $x_1=1,x_2=a-2$ ------------------------------------1 分

因为 $a<3$，所以 $a-2<1$.

当 $a\le1$ 时，$a-2\le-1$，所以 $f'(x)$，$f(x)$ 的变化如下表：

x	$(-1,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	极小值	↗

--1 分

当$1<a<3$时，$-1<a-2<1$，

$f'(x)$，$f(x)$的变化如下表：

x	$(-1,a-2)$	$a-2$	$(a-2,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	极大值	↘	极小值	↗

--1 分

综上，$x=1$是函数$f(x)$的极值点，且为极小值点.------------------------------1 分

（Ⅱ）易知$f(0)=0$，------------------------------1 分

由（Ⅰ）可知，

当$a\le 2$时，函数$f(x)$在区间$[0,1]$上单调递减，------------------------------1 分

所以有$f(x)\le 0$恒成立；------------------------------1 分

当$2<a<3$时，函数$f(x)$在区间$[0,a-2]$上单调递增，------------------------------1 分

所以$f(a-2)>f(0)=0$，所以不等式不能恒成立；------------------------------1 分

所以$a\le 2$时有$f(x)\le 0$在区间$[0,1]$上恒成立.------------------------------1 分

法 2：

（Ⅰ）由$f(x)=x^2-2ax+4(a-1)\ln(x+1)$可得

函数定义域为$(-1,+\infty)$，------------------------------1 分

$f'(x)=2x-2a+\frac{4(a-1)}{x+1}$ ------------------------------1 分

$=\frac{2[x^2+(1-a)x+(a-2)]}{x+1}$

令$g(x)=x^2+(1-a)x+(a-2)$，经验证$g(1)=0$，------------------------------1 分

因为$a<3$，所以$g(x)=0$的判别式$\Delta=(1-a)^2-4(a-2)=a^2-6a+9=(a-3)^2>0$，--1 分

{说明：写明 $\Delta=(1-a)^2-4(a-2)=a^2-6a+9=(a-3)^2\neq 0$ 也可以}

由二次函数性质可得，1 是 $g(x)=x^2+(1-a)x+(a-2)$ 的异号零点， ----------------1 分

所以 1 是 $f'(x)$ 的异号零点， ----------------1 分

所以 $x=1$ 是函数 $f(x)$ 的极值点. ----------------1 分

（II）易知 $f(0)=0$， ----------------1 分

因为 $f'(x)=\dfrac{2(x-1)[x-(a-2)]}{x+1}$，

又因为 $a<3$，所以 $a-2<1$，

所以当 $a\leq 2$ 时，在区间 $[0,1]$ 上 $f'(x)<0$，所以函数 $f(x)$ 单调递减， ----------------1 分

所以有 $f(x)\leq 0$ 恒成立； ----------------1 分

当 $2<a<3$ 时，在区间 $[0,a-2]$ 上 $f'(x)>0$，所以函数 $f(x)$ 单调递增， -------------1 分

所以 $f(a-2)>f(0)=0$，所以不等式不能恒成立； ----------------1 分

所以 $a\leq 2$ 时有 $f(x)\leq 0$ 在区间 $[0,1]$ 上恒成立. ----------------1 分

19.（本小题满分 14 分）

解：

（I）由已知可知 $F_1(-1,0)$，又直线 l 的斜率为 1，所以直线 l 的方程为 $y=x+1$

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

由 $\begin{cases} y=x+1, \\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x_1=0 \\ y_1=1 \end{cases}$，$\begin{cases} x_2=-\dfrac{4}{3} \\ y_2=-\dfrac{1}{3} \end{cases}$， ----------------2 分

所以 AB 中点 $M(-\dfrac{2}{3},\dfrac{1}{3})$， ----------------1 分

于是直线 OM 的斜率为 $\dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{2}{3}}=-\dfrac{1}{2}$. ----------------2 分

（II）解法 1：

假设存在直线 l，使得 $|AM|^2=|CM|\cdot|DM|$ 成立.

当直线 l 的斜率不存在时，AB 的中点 $M(-1,0)$，

所以 $|AM|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，$|CM|\cdot|DM|=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=1$，矛盾； ----------------1 分

故可设直线 l 的方程为：$y=k(x+1)(k\neq 0)$．联立椭圆 G 的方程，

得：$(2k^2+1)x^2+4k^2x+2(k^2-1)=0$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\dfrac{4k^2}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{2(k^2-1)}{2k^2+1}$，----------------------------1 分

于是，$\dfrac{y_1+y_2}{2}=k\cdot(\dfrac{x_1+x_2}{2}+1)=k\cdot(-\dfrac{2k^2}{2k^2+1}+1)=\dfrac{k}{2k^2+1}$，

点 M 的坐标为 $(-\dfrac{2k^2}{2k^2+1},\dfrac{k}{2k^2+1})$．--1 分

$|AB|=\sqrt{(1+k^2)(x_1-x_2)^2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(-\dfrac{4k^2}{2k^2+1})^2-4\cdot\dfrac{2(k^2-1)}{2k^2+1}}=\dfrac{2\sqrt{2}\cdot(1+k^2)}{2k^2+1}$．---------2 分

直线 CD 的方程为：$y=-\dfrac{1}{2k}\cdot x$．联立椭圆 G 的方程．得：$x^2=\dfrac{4k^2}{2k^2+1}$，----------------1 分

设 $C(x_0, y_0)$，则 $|OC|^2=x_0^2+y_0^2=(1+\dfrac{1}{4k^2})\cdot x_0^2=\dfrac{4k^2+1}{2k^2+1}$，

由题知，$|AB|^2=4|CM|\cdot|DM|=4(|CO|+|OM|)(|CM|-|OM|)=4(|CO|^2-|OM|^2)$，

即：$\dfrac{8\cdot(1+k^2)^2}{(2k^2+1)^2}=4(\dfrac{4k^2+1}{2k^2+1}-\dfrac{k^2(4k^2+1)}{(2k^2+1)^2})$，--1 分

化简，得：$k^2=\dfrac{1}{2}$，故 $k=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，---1 分

所以直线 l 的方程为：$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x+1), y=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}(x+1)$．--1 分

（II）解法 2：

假设存在直线 l 使得 $|AM|^2=|CM||DM|$ 成立

由题意直线 l 的斜率不与 x 轴重合，设直线 l 的方程为 $x=my-1$，--------------------------1 分

由 $\begin{cases} x=my-1, \\ x^2+2y^2=2 \end{cases}$ 得 $(m^2+2)y^2-2my-1=0$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 则 $y_1+y_2=\dfrac{2m}{m^2+2}, y_1y_2=\dfrac{-1}{m^2+2}$，--1 分

$|AB|=\sqrt{1+m^2}\,|y_1-y_2|=\sqrt{(1+m^2)\left((\dfrac{2m}{m^2+2})^2-\dfrac{-4}{m^2+2}\right)}=\dfrac{2\sqrt{2}(1+m^2)}{m^2+2}$，----------------------2 分

$x_1+x_2=m(y_1+y_2)-2=\dfrac{2m^2}{m^2+2}-2=\dfrac{-4}{m^2+2}$，

所以 AB 中点 M 的坐标为 $(\dfrac{-2}{m^2+2},\dfrac{m}{m^2+2})$．--1 分

所以直线 CD 的方程为：$y=-\dfrac{m}{2}x$，

由 $\begin{cases} y=-\dfrac{m}{2}x, \\ x^2+2y^2=2 \end{cases}$ 得 $x^2=\dfrac{4}{m^2+2}$，

由对称性，设 $C(x_0,y_0)$，则 $D(-x_0,-y_0)$，即 $x_0^2=\dfrac{4}{m^2+2}$，--------------------------------------1 分

$|CM||DM|=\sqrt{1+\frac{m^2}{4}}|x_M-x_0|\sqrt{1+\frac{m^2}{4}}|x_M+x_0|=(1+\frac{m^2}{4})|x_0^2-x_M^2|=\frac{(m^2+4)(m^2+1)}{(m^2+2)^2}$，

由 $|AB|=2|AM|$，$|AM|^2=|CM||DM|$ 得 $|AB|^2=4|CM||DM|$，

即 $\left(\frac{2\sqrt{2}(1+m^2)}{m^2+2}\right)^2=4\times\frac{(m^2+4)(m^2+1)}{(m^2+2)^2}$，---1 分

解得 $m^2=2$，故 $m=\pm\sqrt{2}$，---1 分

所以直线 l 的方程为：$x=\sqrt{2}y-1, x=-\sqrt{2}y-1$.---1 分

20.（本小题满分 13 分）

解：

（Ⅰ）$a_1=1, a_2=2$.　　　---2 分

（Ⅱ）先证必要性

因为 $a_1=1, a_2=2$，又 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 成等差数列，故 $a_n=n$，所以 $S(A)=\frac{n(n+1)}{2}$；--------1 分

再证充分性

因为 $a_1<a_2<\cdots<a_n$，$a_1,a_2,\cdots,a_n$ 为正整数数列，故有

$a_1=1, a_2=2, a_3\geq 3, a_4\geq 4,\cdots,a_n\geq n$，

所以 $S(A)=a_1+a_2+\cdots+a_n\geq 1+2+\cdots+n=\frac{n(1+n)}{2}$，

又 $S(A)=\frac{n(n+1)}{2}$，故 $a_m=m\ (m=1,2,\cdots,n)$，故 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 为等差数列.-----------------4 分

（Ⅲ）先证明 $\forall a_m \le 2^{m-1}(m=1,2,\cdots,n)$.

假设存在 $a_p > 2^{p-1}$，且 p 为最小的正整数.

依题意 $p\ge 3$，则

$a_1+a_2+\cdots+a_{p-1}\le 1+2+\cdots+2^{p-2}=2^{p-1}-1$，又因为 $a_1<a_2<\cdots<a_n$，

故当 $k\in(2^{p-1}-1,a_p)$ 时，k 不能等于集合 A 的任何一个子集所有元素的和.

故假设不成立，即 $\forall a_m \le 2^{m-1}(m=1,2,\cdots,n)$ 成立.

因此 $2017=a_1+a_2+\cdots+a_n\le 1+2+\cdots+2^{n-1}=2^n-1$，

即 $2^n\ge 2018$，所以 $n\ge 11$. --2 分

因为 $S=2017$，则 $a_1+a_2+\cdots a_{n-1}=2017-a_n$，

若 $2017-a_n<a_n-1$ 时，则当 $k\in(2017-a_n,a_n)$ 时，集合 A 中不可能存在若干不同元素的和为 k，

故 $2017-a_n\ge a_n-1$，即 $a_n\le 1009$. --2 分

此时可构造集合 $A=\{1,2,4,8,16,32,64,128,256,497,1009\}$. --------------------------------1 分

因为当 $k\in\{2,2+1\}$ 时，k 可以等于集合 $\{1,2\}$ 中若干个元素的和，

故当 $k\in\{2^2,2^2+1,2^2+2,2^2+3\}$ 时，k 可以等于集合 $\{1,2,2^2\}$ 中若干不同元素的和，

……

故当 $k\in\{2^8,2^8+1,2^8+2,\cdots,2^8+255\}$ 时，k 可以等于集合 $\{1,2,\cdots,2^8\}$ 中若干不同元素的和，

故当 $k\in\{497+3,497+4,\cdots,497+511\}$ 时，k 可以等于集合 $\{1,2,\cdots,2^8,497\}$ 中若干不同元素的和，

故当 $k\in\{1009,1009+1,1009+2,\cdots,1009+1008\}$ 时，k 可以等于集合 $\{1,2,\cdots,2^8,497,1009\}$ 中若干不同元素的和，

所以集合 $A=\{1,2,4,8,16,32,64,128,256,497,1009\}$ 满足题设，

所以当 n 取最小值 11 时，a_n 的最大值为 1009. --1 分