

石景山区 2021-2022 学年第一学期高一期末试卷 数 学

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。

(1) 已知集合 $A = \{x | x^2 < 1\}$ ，且 $a \in A$ ，则 a 的值可能为

- (A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1

(2) 命题 “ $\exists x \in (0, +\infty)$ ， $x \geq 3$ ” 的否定是

- (A) $\forall x \in (0, +\infty)$ ， $x \geq 3$ (B) $\forall x \in (0, +\infty)$ ， $x < 3$
 (C) $\exists x \in (0, +\infty)$ ， $x < 3$ (D) $\exists x \in (0, +\infty)$ ， $x \geq 3$

(3) 下列函数中既是奇函数，又是减函数的是

- (A) $f(x) = -3x$ (B) $f(x) = 3x$
 (C) $f(x) = \log_3 x$ (D) $f(x) = 3^x$

(4) 设 $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，且 $a > b$ ，下列选项中一定正确的是

- (A) $ac > bc$ (B) $a - c < b - c$
 (C) $a^2 > b^2$ (D) $a^3 > b^3$

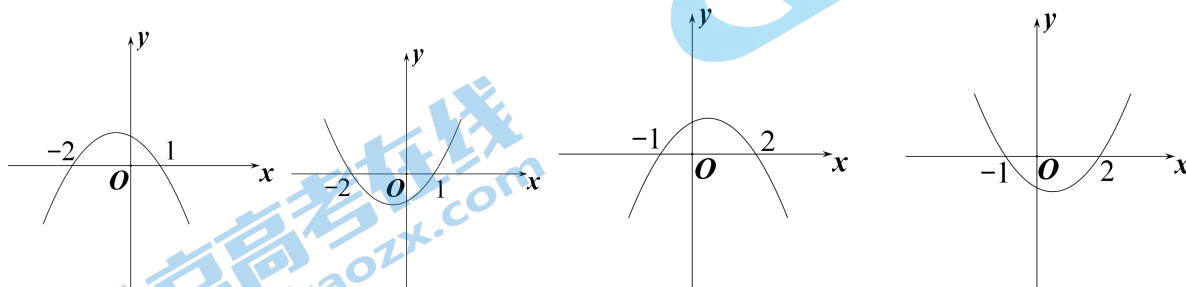
(5) 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数，且当 $x < 0$ 时， $f(x) = x - 1$ ，则 $f(1) =$

- (A) -2 (B) -1
 (C) 0 (D) 2

(6) 函数 $f(x) = x + \log_2 x - 5$ 的零点所在的区间是

- (A) (1, 2) (B) (2, 3)
 (C) (3, 4) (D) (4, 5)

(7) 不等式 $ax^2 - x + c > 0$ 的解集为 $\{x | -2 < x < 1\}$ ，则函数 $y = ax^2 + x + c$ 的图像大致为



(8) 令 $a = 6^{0.7}$ ， $b = 0.7^6$ ， $c = \log_{0.7} 6$ ，则 a, b, c 的大小顺序是

- (A) $b < c < a$ (B) $c < b < a$
 (C) $b < a < c$ (D) $c < a < b$

(9) 下列命题中不正确的是

(A) 一组数据 1, 2, 3, 3, 4, 5 的众数大于中位数

(B) 数据 6, 5, 4, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 1 的 85% 分位数为 5

(C) 若甲组数据的方差为 5, 乙组数据为 5, 6, 9, 10, 5, 则这两组数据中较稳定的是乙

(D) 为调查学生每天平均阅读时间, 某中学从在校学生中, 利用分层抽样的方法抽取初中生 20 人, 高中生 10 人. 经调查, 这 20 名初中生每天平均阅读时间为 60 分钟, 这 10 名高中生每天平均阅读时间为 90 分钟, 那么被抽中的 30 名学生每天平均阅读时间为 70 分钟

(10) 著名数学家、物理学家牛顿曾提出: 物体在空气中冷却, 如果物体的初始温度为 θ_1 °C, 空气温度为 θ_0 °C,

则 t 分钟后物体的温度 θ (单位: °C) 满足: $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$.

若常数 $k = 0.05$, 空气温度为 30°C, 某物体的温度从 90°C 下降到 50°C, 大约需要的时间为 (参考数据: $\ln 3 \approx 1.1$)

(A) 16 分钟

(B) 18 分钟

(C) 20 分钟

(D) 22 分钟

第二部分 (非选择题 共 60 分)

二、填空题: 本大题共 5 个小题, 每小题 4 分, 共 20 分。

(11) 函数 $f(x) = \sqrt{x-1}$ 的定义域是_____.

(12) 已知幂函数 $f(x) = x^m$ 经过点 $(2, \frac{1}{4})$, 则 $f(\sqrt{2}) =$ _____.

(13) 制造一种零件, 甲机床的正品率为 0.9, 乙机床的正品率为 0.8. 从它们制造的产品中各任抽 1 件, 则两件都是正品的概率是_____.

(14) “ $x > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{x} < 1$ ” 的_____条件. (填 “充分不必要” 或 “必要不充分” 或 “充分必要” 或 “既不充分也不必要”)

(15) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq t, \\ x, & 0 < x < t \end{cases} (t > 0)$.

① 当 $t = 1$ 时 $f(x)$ 的值域为_____;

② 若 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 则 t 的取值范围是_____.

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 40 分。应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(16) (本小题满分 6 分)

已知集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$ ， $B = \{x | 2 < x < 4\}$ ， $C = \{x | 0 < x < a\}$ 。

(I) 求 $A \cup B$ ， $A \cap B$ ；

(II) 若 $A \subseteq C$ ，求实数 a 的取值范围。

(17) (本小题满分 8 分)

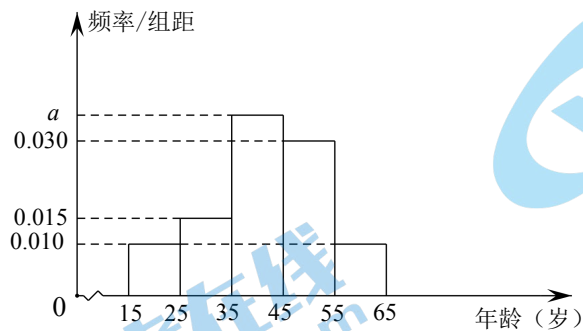
已知函数 $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ 。

(I) 用定义证明函数 $f(x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增；

(II) 对任意 $x \in [2, 4]$ 都有 $f(x) \leq m$ 成立，求实数 m 的取值范围。

(18) (本小题满分 9 分)

某网站为调查某项业务的受众年龄，从订购该项业务的人群中随机选出 200 人，并将这 200 人的年龄按照 $[15,25)$ ， $[25,35)$ ， $[35,45)$ ， $[45,55)$ ， $[55,65]$ 分成 5 组，得到的频率分布直方图如图所示：

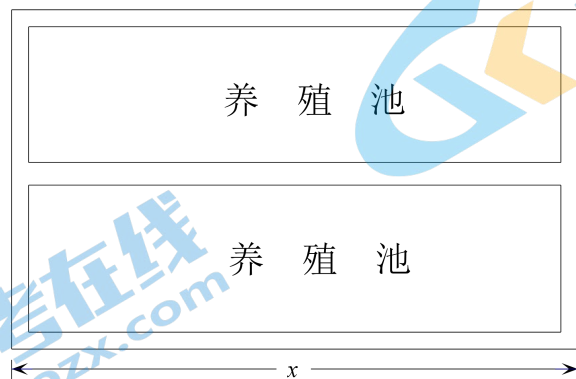


(I) 求 a 的值和样本的平均数 (同一组数据用该区间的中点值作代表)；

(II) 现在要从年龄较小的第 1, 2 组中用分层抽样的方法抽取 5 人，再从这 5 人中随机抽取 2 人，求这 2 人中恰有 1 人年龄在 $[15,25)$ 中的概率.

(19) (本小题满分 8 分)

计划建造一个室内面积为 1500 平方米的矩形温室大棚，并在温室大棚内建两个大小、形状完全相同的矩形养殖池，其中沿温室大棚前、后、左、右内墙各保留 1.5 米宽的通道，两养殖池之间保留 2 米宽的通道。设温室的一边长度为 x 米，两个养殖池的总面积为 y 平方米，如图所示：



(I) 将 y 表示为 x 的函数，并写出定义域；

(II) 当 x 取何值时， y 取最大值？最大值是多少？

(20) (本小题满分 9 分)

若实数 x, y, m 满足 $|x-m| > |y-m|$, 则称 x 比 y 远离 m .

(I) 若 x 比 $\frac{1}{2}$ 远离 1, 求实数 x 的取值范围;

(II) 若 $m \leq 1, x+y=2$, 试问: x 与 x^2+y^2 哪一个更远离 m , 并说明理由.



石景山区 2021—2022 学年第一学期高一期末
数学试卷答案

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	B	A	D	D	C	C	B	A	D

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分。

题号	11	12	13	14	15
答案	$[1, +\infty)$	$\frac{1}{2}$	0.72	充分不必要	$(0, +\infty), [1, +\infty)$

三、解答题：本大题共 5 个小题，共 40 分。解答题应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分 6 分)

解：(I) $A = \{x | 1 < x < 3\}$, $B = \{x | 2 < x < 4\}$,

$$A \cup B = \{x | 1 < x < 4\},$$

$$A \cap B = \{x | 2 < x < 3\}.$$

(II) 若 $A \subseteq C$, 则 $a \geq 3$.

则实数 a 的取值范围是 $\{a | a \geq 3\}$.

17. (本小题满分 8 分)

解：(I) 任取 $x_1, x_2 \in (1, +\infty)$, 且 $x_1 < x_2$,

$$\begin{aligned} f(x_2) - f(x_1) &= \frac{2x_2}{x_2 + 1} - \frac{2x_1}{x_1 + 1} = \frac{2x_2(x_1 + 1) - 2x_1(x_2 + 1)}{(x_2 + 1)(x_1 + 1)} \\ &= \frac{2(x_2 - x_1)}{(x_2 + 1)(x_1 + 1)} \end{aligned}$$

因为 $x_2 > x_1 > 1$,

所以 $x_2 - x_1 > 0, (x_2 + 1)(x_1 + 1) > 0$,

所以 $f(x_2) - f(x_1) > 0$, 即 $f(x_2) > f(x_1)$.

所以 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上为单调递增.

(II) 任意 $x \in [2, 4]$ 都有 $f(x) \leq m$ 成立, 即 $m \geq f(x)_{\max}$.

由 (I) 知 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上为增函数,

所以 $x \in [2, 4]$ 时, $f(x)_{\max} = f(4) = \frac{8}{5}$.

所以实数 m 的取值范围是 $[\frac{8}{5}, +\infty)$.

18. (本小题满分 9 分)

解：(I) 由 $10 \times (0.010 + 0.015 + a + 0.030 + 0.010) = 1$, 得 $a = 0.035$.

平均数为 $20 \times 0.1 + 30 \times 0.15 + 40 \times 0.35 + 50 \times 0.3 + 60 \times 0.1 = 41.5$ 岁.

(II) 第 1, 2 组的人数分别为 $0.1 \times 200 = 20$ 人, $0.15 \times 200 = 30$ 人,

从第 1, 2 组中用分层抽样的方法抽取 5 人,
则第 1, 2 组抽取的人数分别为 2 人, 3 人,
分别记为 a_1, a_2, b_1, b_2, b_3 .

从 5 人中随机抽取 2 人, 样本空间可记为

$$\Omega = \{\{a_1, a_2\}, \{a_1, b_1\}, \{a_1, b_2\}, \{a_1, b_3\}, \{a_2, b_1\}, \{a_2, b_2\}, \\ \{a_2, b_3\}, \{b_1, b_2\}, \{b_1, b_3\}, \{b_2, b_3\}\},$$

用 A 表示“2 人中恰有 1 人年龄在 $[15, 25)$ ”, 则

$$A = \{\{a_1, b_1\}, \{a_1, b_2\}, \{a_1, b_3\}, \{a_2, b_1\}, \{a_2, b_2\}, \{a_2, b_3\}\},$$

A 包含的样本点个数是 6.

所以 2 人中恰有 1 人年龄在 $[15, 25)$ 中的概率 $P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

19. (本小题满分 8 分)

解: (I) 依题意得温室的另一边长为 $\frac{1500}{x}$ 米.

因此养殖池的总面积 $y = (x-3)(\frac{1500}{x} - 5)$,

$$\text{因为 } \begin{cases} x-3 > 0, \\ \frac{1500}{x} - 5 > 0, \end{cases} \text{ 解得 } 3 < x < 300.$$

所以定义域为 $\{x | 3 < x < 300\}$.

$$(II) y = (x-3)(\frac{1500}{x} - 5) = 1515 - (\frac{4500}{x} + 5x)$$

因为 $3 < x < 300$,

$$\text{所以 } \frac{4500}{x} + 5x \geq 2\sqrt{\frac{4500}{x} \cdot 5x} = 300,$$

当且仅当 $\frac{4500}{x} = 5x$, 即 $x = 30$ 时上式等号成立,

$$\text{所以 } y = 1515 - (\frac{4500}{x} + 5x) \leq 1515 - 300.$$

当 $x = 30$ 时, $y_{\max} = 1215$.

当 x 为 30 时, y 取最大值为 1215.

20. (本小题满分 9 分)

解: (I) 因为 x 比 $\frac{1}{2}$ 远离 1,

$$\text{所以 } |x-1| > \left| \frac{1}{2} - 1 \right|, \text{ 即 } |x-1| > \frac{1}{2}.$$

$$\text{所以 } x-1 > \frac{1}{2} \text{ 或 } x-1 < -\frac{1}{2},$$

得 $x < \frac{1}{2}$, 或 $x > \frac{3}{2}$.

x 的取值范围是 $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$.

(II) 因为 $x^2 + y^2 \geq \frac{(x+y)^2}{2} = 2 \geq m$,

$$|x^2 + y^2 - m| = x^2 + y^2 - m,$$

因为 $x + y = 2$, 所以 $x^2 + y^2 = 2x^2 - 4x + 4$.

$$\text{从而 } |x^2 + y^2 - m| - |x - m| = 2x^2 - 4x + 4 - m - |x - m|,$$

① 当 $x \geq m$ 时,

$$\begin{aligned} & |x^2 + y^2 - m| - |x - m| \\ &= 2x^2 - 4x + 4 - m - (x - m) \\ &= 2x^2 - 5x + 4 \\ &= 2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{7}{8} > 0 \end{aligned}$$

$$\text{即 } |x^2 + y^2 - m| > |x - m|;$$

② 当 $x < m$ 时,

$$\begin{aligned} & |x^2 + y^2 - m| - |x - m| \\ &= 2x^2 - 4x + 4 - m + (x - m) \\ &= 2x^2 - 3x - 4 - 2m \\ &= 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8} - 2m \end{aligned}$$

因为 $m \leq 1$,

$$\text{所以 } \frac{23}{8} - 2m > 0.$$

$$\text{所以 } 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{23}{8} - 2m > 0.$$

$$\text{即 } |x^2 + y^2 - m| > |x - m|.$$

综上, $|x^2 + y^2 - m| > |x - m|$, 即 $x^2 + y^2$ 比 x 更远离 m .

北京高一高二高三期末试题下载

北京高考资讯整理了【2022年1月北京各区各年级期末试题&答案汇总】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【北京高考资讯】公众号，对话框回复【期末】或者底部栏目<试题下载→期末试题>，进入汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！

