2023 北京延庆初三（上）期中

数　学

考生须知

1.本试卷共 7 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟.

2.在试卷和答题卡上正确填写学校名称、姓名和考号.

3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.

4.在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色签字笔作答.

一、选择题：（共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 如果 $2x=3y\left(y\neq 0\right)$，那么下列各式正确的是（　　）

A. $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$　　B. $\frac{2}{y}=\frac{3}{x}$　　C. $\frac{x}{3}=\frac{2}{y}$　　D. $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$

2. 将抛物线 $y=2x^2$ 平移后得到抛物线 $y=2x^2+1$，则平移方式为（　　）

A. 向左平移 1 个单位　　B. 向右平移 1 个单位

C. 向上平移 1 个单位　　D. 向下平移 1 个单位

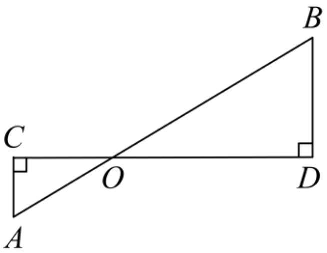
3. 函数 $y=\sqrt{1-x}$ 中自变量 x 的取值范围是（　　）

A. $x\leq 1$　　B. $x\geq 1$　　C. $x=1$　　D. $x\neq 1$

4. 已知抛物线 $y=x^2+2x$ 经过点 $\left(-3,y_1\right)$，$\left(2,y_2\right)$，则下列结论正确的是（　　）

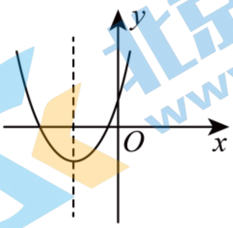
A. $y_1>y_2$　　B. $y_1=y_2$　　C. $y_1<y_2$　　D. $y_1\geqslant y_2$

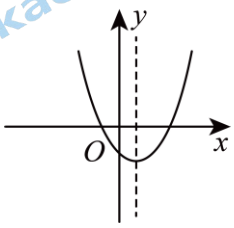
5. 如图，AB，CD 相交于点 O，$AC\perp CD$，$BD\perp CD$，垂足分别为点 C，D，若 $AC=1$，$BD=2$，$OB=4$．则 OA 的长为（　　）

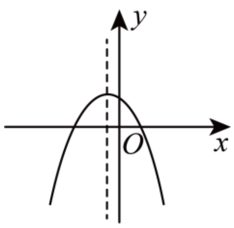


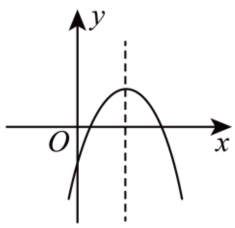
A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

6. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$，其中 $b>0$，$c<0$，则该函数的图象可能是（　　）

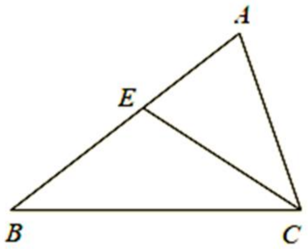
A. 

B. 

C. 

D. 

7. 如图，点 E 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点，要使得 $\triangle ACE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，添加一个条件，不正确的是（　　）



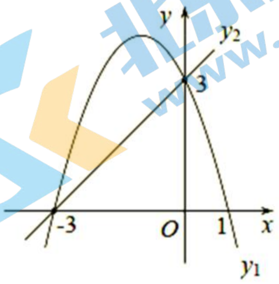
A. $\angle ACE=\angle B$

B. $\angle AEC=\angle ACB$

C. $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$

D. $\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{CE}{BC}$

8. 二次函数 $y_1=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 与一次函数 $y_2=mx+n\left(m\neq 0\right)$ 的图象如图所示，则满足 $ax^2+bx+c<mx+n$ 的 x 的取值范围是（　　）



A. $x<-3$ 或 $x>0$

B. $x<-3$ 或 $x>1$

C. $-3<x<0$

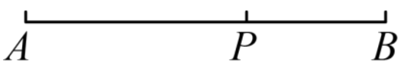
D. $0<x<3$

二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9. 二次函数 $y=-(x+1)^2-2$ 的最大值是_____.

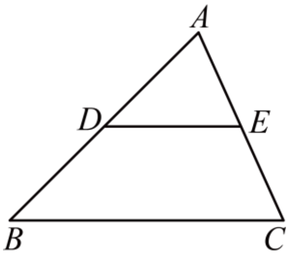
10. 请写出一个开口向下，并且与 y 轴交于点（0,1）的抛物线的表达式_________

11. 古希腊数学家欧多克索斯发现了黄金分割，即：如图，点 P 是线段 AB 上一点 $(AP>BP)$，若满足 $\dfrac{BP}{AP}=\dfrac{AP}{AB}$，则称点 P 是 AB 的黄金分割点，著名的“断臂维纳斯”便是如此. 如图，若 $AB=2$，则 AP 的长为______.

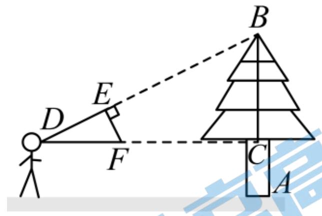


12. 若抛物线 $y=x^2+3x+a$ 与 x 轴只有一个交点，则 a 的值是______.

13. 如图，$\triangle ABC$ 中，$DE\,//\,BC$，$\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{1}{2}$. 若 $\triangle ADE$ 的面积为 3，则 $\triangle ABC$ 的面积为______.



14. 如图，小明同学用自制的直角三角形纸板 DEF 测量树的高度 AB，他调整自己的位置，设法使斜边 DF 保持水平，并且边 DE 与点 B 在同一直线上.已知纸板的两条直角边 $DE=20\text{cm}$，$EF=10\text{cm}$，测得边 DF 离地面的高度 $AC=1.5\text{m}$，$CD=6\text{m}$，则树高 AB 是______ m .

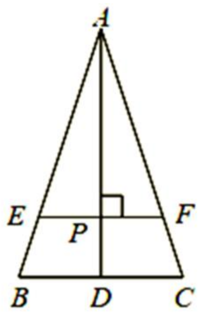


15. 二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 图象上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表：

x	…	-5	-4	-3	-2	-1	0	…
y	…	4	0	-2	-2	0	4	…

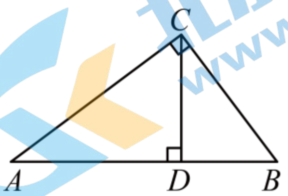
给出下面五个结论：①抛物线的开口向下；②抛物线的对称轴是直线 $x=-\dfrac{5}{2}$；③二次函数的最小值为 -2；④当 $x<-2$ 时，y 随 x 的增大而减小；⑤ $c=4$. 上述结论中，所有正确的结论有______（填写序号）.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，点 D 是 BC 边的中点，点 P 是 AD 上的动点（不与点 A，D 重合），过点 P 作 $EF\perp AD$ 与 AB，AC 分别交于点 E，F，$AD=3$，$BC=2$. 设 $AP=x$，若 $\triangle AEF$ 的面积为 y 是 x 的函数，则这个函数表达式是______.



三、解答题（共 68 分；17-20 题，每小题 5 分；21 题 6 分；22 题 5 分；23-25 题，每小题 6 分；26 题 5 分；27-28 题，每小题 7 分）

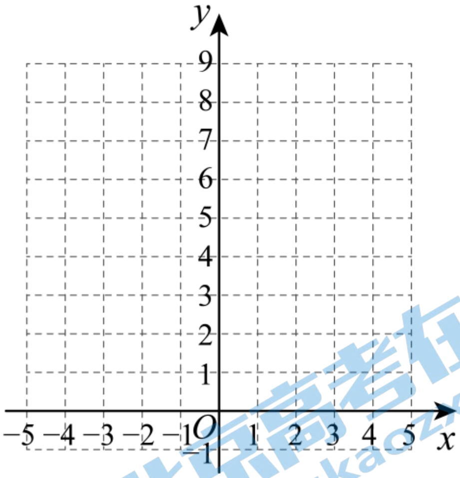
17. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，CD 是斜边 AB 上的高.



（1）求证：$\triangle ADC \backsim \triangle ACB$；

（2）若 $AC=3$，$AB=4$，求 AD 的长.

18. 在平面直角坐标系中，点 $A(2,8)$，$B(m,2)$ 在二次函数 $y=ax^2$ $a\neq 0$ 的图象上.



（1）求 m 的值；

（2）求该函数图象的对称轴和顶点坐标；

（3）在给出的平面直角坐标系中画出该函数的图象.

19. 已知：二次函数 $y=x^2-4$.

（1）写出该函数图象的顶点坐标；

（2）求该函数图象与坐标轴的交点坐标；

（3）直接写出当 x 在什么范围内取值时，y 随 x 的增大而增大？

20. 已知：二次函数 $y=x^2-mx+m+1$ 的图象经过 $(0,5)$.

（1）求此二次函数的表达式；

（2）用配方法将其化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式.

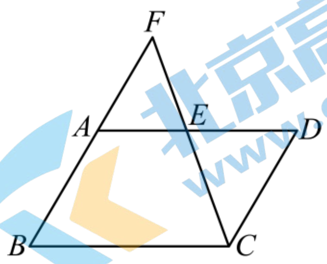
21. 已知二次函数 $y=ax^2+bx-3$ 的图象经过 A $1,0$ ，$B(2,5)$.

（1）求此二次函数的表达式；

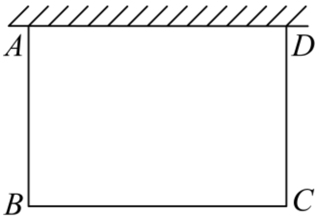
（2）画出该函数图象；

（3）结合图象，写出当 $-2<x<2$ 时，y 的取值范围.

22. 如图，点 E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上一点，连接 CE 并延长与 BA 的延长线交于点 F．写出一对相似三角形并证明.



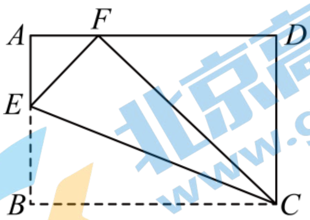
23. 如图，要围一个矩形菜园 $ABCD$，其中一边 AD 是墙，且 AD 的长不能超过 18 米，其余的三边 AB，BC，CD 用篱笆，且这三边的和为 32 米．设 AB 边的长度为 x 米，矩形 $ABCD$ 的面积为 y 平方米．



（1）求 y 与 x 之间的函数表达式及自变量 x 的取值范围；

（2）如果矩形 $ABCD$ 的面积为 96 平方米，求 AB 边的长．

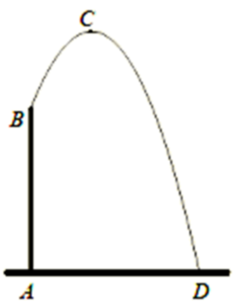
24. 如图，点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 AB 上一点，沿直线 CE 将 $\triangle CBE$ 翻折，使得点 B 落在 AD 边上，记作点 F．



（1）求证：$\triangle AEF \backsim \triangle DFC$；

（2）若 $\dfrac{EF}{FC}=\dfrac{2}{5}$，且 $CD=10$，求 BC 的长．

25. 旅游盛夏季，在延庆世园公园妫汭湖畔，上演了名为《世园之心》的音乐喷泉光影秀．如图，是其中一个喷泉的示意图，喷泉有一个竖直的喷水枪 AB，喷水口 B 距地面 3 米，喷出的水流的运动路线是抛物线．如果水流的最高点 C 到喷水枪 AB 所在直线的距离是 1 米，水流的落地点 D 到水枪底部 A 的距离是 3 米．那么水流最高点 C 与地面的距离是多少米？



26. 有这样一个问题：探究函数 $y=\dfrac{1}{x-1}+x$ 的图象与性质．

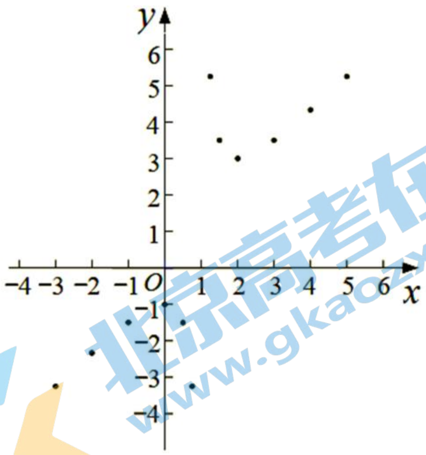
小明根据学习函数的经验，对函数 $y=\dfrac{1}{x-1}+x$ 的图象与性质进行了探究．

（1）函数 $y=\dfrac{1}{x-1}+x$ 的自变量 x 的取值范围是______；

（2）下表是 y 与 x 的几组对应值，请你求 m 的值；

x	…	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2	3	4	…
y	…	$-\frac{13}{4}$	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{13}{4}$	$\frac{21}{4}$	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{7}{2}$	m	…

（3）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，描出了以上表中各组数值所对应的点，请你画出该函数的图象；



（4）结合函数的图象，写出该函数的一条性质：______________.

27. 小明遇到这样一个问题：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，且 $\angle ACD=20°$，$\angle DCB=80°$，$CD=2\sqrt{3}$，$AD:DB=1:2$，求 AC 的长.

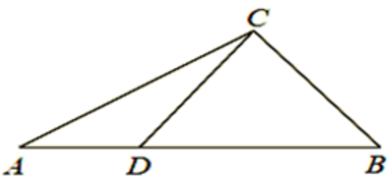


图 1

小明发现，过点 A 作 $AE // BC$，交 CD 的延长线于点 E，通过构造 $\triangle AEC$，经过推理和计算能够使问题得到解决（如图 2）.

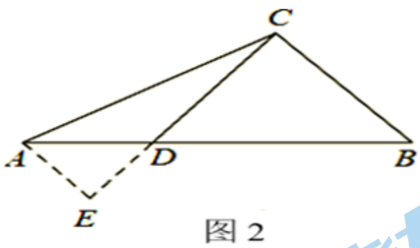


图 2

（1）请回答：$\angle CAE$ 的度数为______；AC 的长为______；

（2）参考小明思考问题的方法，解决问题：如图 3，在四边形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 E，且 $AD \perp BD$，$\angle BDC=45°$，$\angle DBC=67.5°$，$EC:AE=1:2$，$DE=2$，求 AB 的长.

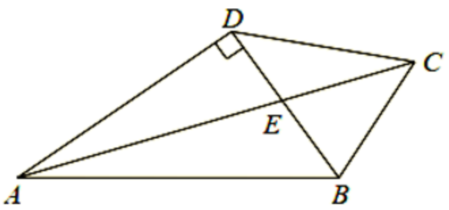
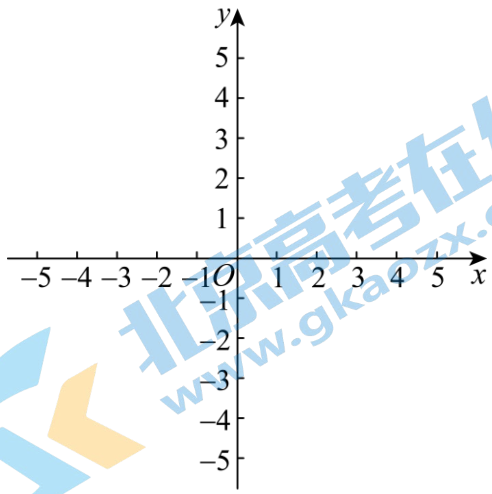


图 3

28. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=x^2-mx+\frac{n-1}{2}$ 的对称轴为 $x=1$.



（1）求 m 的值；

（2）若抛物线与 y 轴交于点 C，其对称轴与 x 轴交于点 A，当 $\triangle OAC$ 是等腰直角三角形时，求 n 的值；

（3）点 B 的坐标为 $(4,0)$，若该抛物线与线段 OB 有且只有一个交点，求 n 的取值范围.

参考答案

一、选择题：（共 16 分，每小题 2 分）第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1.【答案】B

【分析】根据比例的性质解答即可.

【详解】解：A、由 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}$ 可得 $3x=2y$，与已知条件不符，不符合题意；

B、由 $\frac{2}{y}=\frac{3}{x}$ 可得 $2x=3y$，与已知条件相符，符合题意；

C、由 $\frac{x}{3}=\frac{2}{y}$ 可得 $xy=6$，与已知条件不符，不符合题意；

D、由 $\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$ 可得 $3x=2y$，与已知条件不符，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了比例的性质，熟知两内项之积等于两外项之积是解题的关键.

2.【答案】C

【分析】根据二次函数图象的平移规律“上加下减，左加右减”，将原抛物线以各个选项描述的平移方式进行平移可以获得不同的解析式，与题目中给出的解析式一致的选项即为正确选项.

【详解】A 选项：将原抛物线向左平移 1 个单位，平移后的抛物线应为 $y=2(x+1)^2$，故 A 选项错误；

B 选项：将原抛物线向右平移 1 个单位，平移后的抛物线应为 $y=2(x-1)^2$，故 B 选项错误；

C 选项：将原抛物线向上平移 1 个单位，平移后的抛物线应为 $y=2x^2+1$，故 C 选项正确；

D 选项：将原抛物线向下平移 1 个单位，平移后的抛物线应为 $y=2x^2-1$，故 D 选项错误.

故答案为：C.

【点睛】本题考查了二次函数图象平移的相关知识. 二次函数图象向上或向下平移时，应将平移量以“上加下减”的方式作为常数项添加到原解析式中；二次函数图象向左或向右平移时，应先以“左加右减”的方式将自变量 x 和平移量组成一个代数式，再用该代数式替换原解析式中的自变量 x. 要特别注意理解和记忆二次函数图象左右平移时其解析式的相关变化.

3.【答案】A

【分析】根据二次根式有意义的条件计算出 x 的取值.

【详解】解：∵根号下不能为负数，

$\therefore 0\le 1-x$，

$\therefore x\le 1$，

故选：A.

【点睛】本题考查函数自变量的取值，二次根式有意义的条件，能够熟练掌握二次根式有意义的条件时解决本题的关键.

4.【答案】C

【分析】分别计算自变量为-3、2对应的函数值，然后对各选项进行判断.

【详解】解：当$x=-3$时，$y_1=x^2+2x=(-3)^2+2\times(-3)=3$,

当$x=2$时，$y_2=x^2+2x=2^2+2\times2=8$,

$\therefore y_1<y_2$.

故选：C.

【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式．解题的关键是将点的横坐标代入抛物线的解析式.

5.【答案】B

【分析】由$AC\perp CD, BD\perp CD$，得$\angle C=\angle D=90°$，而$\angle AOC=\angle BOD$，即可根据“两角分别相等的两个三角形相似”证明$\triangle AOC\backsim\triangle BOD$，得$\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{AC}{BD}$，再由$AC=1, BD=2, OB=4$，求得$OA=2$，于是得到问题的答案.

【详解】解：$\because AC\perp CD, BD\perp CD$，

$\therefore \angle C=\angle D=90°$，

$\because \angle AOC=\angle BOD$，

$\therefore \triangle AOC\backsim\triangle BOD$，

$\therefore \dfrac{OA}{OB}=\dfrac{AC}{BD}$，

$\because AC=1,\ BD=2,\ OB=4$，

$\therefore OA=\dfrac{AC\cdot OB}{BD}=\dfrac{1\times4}{2}=2$；

故选：B.

【点睛】此题重点考查相似三角形的判定与性质，证明$\triangle AOC\backsim\triangle BOD$是解题的关键.

6.【答案】B

【分析】利用排除法，由$c<0$得出抛物线与y轴的交点应该在y轴的负半轴上，排除A选项和C选项，根据B选项和D选项中对称轴$x=\dfrac{b}{2a}>0$，得出$a>0$，抛物线开口向上，排除D选项，即可得出B为正确答案.

【详解】解：对于二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$，

令$x=0$，则$y=c$，

$\therefore$抛物线与y轴的交点坐标为$(0,c)$

$\because c<0$，

$\therefore$抛物线与y轴的交点应该在y轴的负半轴上，

$\therefore$可以排除A选项和C选项；

B 选项和 D 选项中，抛物线的对称轴 $x=\frac{b}{2a}>0$，

∵ $b>0$，

∴ $a>0$，

∴抛物线开口向上，可以排除 D 选项，

故选：B.

【点睛】本题考查二次函数的图象的性质，熟练掌握二次函数图象与三个系数之间的关系是解题的关键.

7.【答案】D

【分析】利用相似三角形是判定方法依次判断可求解.

【详解】解：若 $\angle ACE=\angle B, \angle A=\angle A$，则 $\triangle ACE\backsim\triangle ABC$，故选项 A 不合题意；

若 $\angle AEC=\angle ACB, \angle A=\angle A$，则 $\triangle ACE\backsim\triangle ABC$，故选项 B 不合题意；

若 $\frac{AC}{AB}=\frac{AE}{AC}, \angle A=\angle A$，则 $\triangle ACE\backsim\triangle ABC$，故选项 C 不合题意；

若 $\frac{AC}{AB}=\frac{CE}{BC}$，不能证明 $\triangle ACE\backsim\triangle ABC$，故选项 D 符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定和性质，证明三角形相似是解题的关键.

8.【答案】A

【分析】根据函数图象写出二次函数图象在一次函数图象下方部分的 x 的取值范围即可.

【详解】由图可知，$x<-3$ 或 $x>0$ 时二次函数图象在一次函数图象下方，

所以，满足 $ax^2+bx+c<mx+n$ 的 x 的取值范围是 $x<-3$ 或 $x>0$.

故选：A.

【点睛】本题考查了二次函数与不等式，此类题目，数形结合准确识图是解题的关键.

二、填空题（共 16 分，每小题 2 分）

9.【答案】-2

【分析】根据二次函数的性质和已知得出最大值即可.

【详解】解：∵$y=-(x+1)^2-2$ 中 $-1<0$，

∴函数的图象开口向下，函数有最大值，

当 $x=-1$ 时，函数的最大值是 -2，

故答案为：-2.

【点睛】本题考查了二次函数的基本性质—最值问题，题目给出的是顶点式，若是一般式则需进行配方化为顶点式或者直接运用顶点公式.

10.【答案】$y=-x^2+2x+1$（答案不唯一）

【分析】根据二次函数的性质，抛物线开口向下 $a<0$，与 y 轴交点的纵坐标即为常数项，然后写出即可.

【详解】∵抛物线开口向下，并且与 y 轴交于点（0,1）

∴二次函数的一般表达式 $y=ax^2+bx+c$ 中，a<0，c=1，

∴二次函数表达式可以为：$y=-x^2+2x+1$（答案不唯一）.

【点睛】本题考查二次函数的性质，掌握开口方向、与 y 轴的交点与二次函数二次项系数、常数项的关系是解题的关键.

11.【答案】$\sqrt{5}-1$##$-1+\sqrt{5}$

【分析】根据已知线段的比例关系 $\frac{BP}{AP}=\frac{AP}{AB}$ 与已知条件 $AB=2$，将 $BP=AB-AP$ 代入转化一元二次方程求解即可.

【详解】∵ $\frac{BP}{AP}=\frac{AP}{AB}$，$BP=AB-AP$，$AB=2$

∴ $AP^2=AB\cdot BP=AB(AB-AP)=AB^2-AB\cdot AP=4-2\cdot AP$

即 $AP^2+2\cdot AP-4=0$

解关于 AP 为未知数的一元二次方程得，$AP=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}=-1\pm\sqrt{5}$

舍去负值，得：$AP=\sqrt{5}-1$

故答案为：$\sqrt{5}-1$

【点睛】本题考查了一元二次方程在几何问题中的应用，解题的关键是将待求的线段转化为求解一元二次方程的问题.

12.【答案】$\frac{9}{4}$

【分析】由题意得 $\Delta=b^2-4ac=0$，即可求解.

【详解】解：∵抛物线 $y=x^2+3x+a$ 与 x 轴只有一个交点，

∴方程 $x^2+3x+a=0$ 有两个相等的实数根，

则 $\Delta=b^2-4ac=3^2-4a=0$，

解得 $a=\frac{9}{4}$.

故答案为：$\frac{9}{4}$.

【点睛】本题考查二次函数与一元二次方程的关系，解题的关键是理解求二次函数与 x 轴的交点就是求一元二次方程的解.

13.【答案】12

【分析】根据 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$ 的相似比可得到其面积比等于相似比的平方，即可根据此求得 $\triangle ABC$ 的面积.

【详解】解：∵ $DE\parallel BC$，

$\therefore \angle ADE=\angle B$，$\angle AED=\angle C$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{AD}{AB}\right)^2$，即 $\dfrac{3}{S_{\triangle ABC}}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=12$．

故答案为：12．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定及性质，相似三角形的面积之比，理解并学会用相似比的求面积比是解题的关键．

14.【答案】4.5

【分析】根据相似三角形的判定及性质可得 $BC=3$（m），进而可求解．

【详解】解：$\because \angle FED=\angle BCD=90^\circ$，且 $\angle D=\angle D$，

$\therefore \triangle FED \backsim \triangle BCD$，

$\therefore \dfrac{EF}{CB}=\dfrac{DE}{DC}$，即：$\dfrac{0.1}{CB}=\dfrac{0.2}{6}$，

解得：$BC=3$（m），

$\therefore AB=BC+AC=3+1.5=4.5$（m），

$\therefore$树高 AB 是 4.5m，

故答案为：4.5．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定及性质，熟练掌握其判定及性质是解题的关键．

15.【答案】②⑤

【分析】先根据表格中的数据求得二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的解析式，然后根据 a 的符号可判断①；由 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 可判断②；将对称轴 $x=-\dfrac{5}{2}$ 代入二次函数的解析式可判断③；由对称轴两侧的函数增减性可判断④；由已求得的抛物线表达式可判断⑤．

【详解】任取表格中的三组数据 $\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=0\\y=4\end{cases}$

代入抛物线的解析式得：$\begin{cases}4a-2b+c=-2\\a-b+c=0\\c=4\end{cases}$

解得：$\begin{cases}a=1\\b=5\\c=4\end{cases}$

$\therefore$抛物线的解析式为：$y=x^2+5x+4$．

$\because a=1$，抛物线的开口向上，①错误；

抛物线的对称轴是 $x=-\frac{5}{2}$，②正确；

二次函数的最小值是 $y=x^2+5x+4=\left(-\frac{5}{2}\right)^2+5\times\left(-\frac{5}{2}\right)+4=-\frac{9}{4}$，③错误；

因抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴是 $x=-\frac{5}{2}$，且 $a=1>0$，故当 $x\le-\frac{5}{2}$ 时，y 随 x 的增大而减小，在 $-\frac{5}{2}<x<-2$ 时，y 随 x 的增大而增大，故④错误；

由抛物线的解析式 $y=x^2+5x+4$ 可知，$c=4$，故⑤正确.

故正确的结论有：②⑤.

故答案为：②⑤.

【点睛】本题考查了求抛物线的解析式、对称轴、最小值、分析二次函数的增减性，解题的关键是熟练掌握二次函数的相关性质.

16.【答案】$y=\frac{1}{3}x^2$

【分析】证明 $\triangle AEF\backsim\triangle ABC$，根据相似三角形的面积比等于相似比的平方得出 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AP}{AD}\right)^2=\frac{x^2}{9}$，即可求解；

【详解】$\because$ AB = AC，点 D 是 BC 边的中点，

$\therefore AD\perp BC$，

又 $EF\perp AD$，

$\therefore EF\parallel BC$，

$\therefore\triangle AEF\backsim\triangle ABC$，

$\therefore\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AP}{AD}\right)^2=\left(\frac{x}{3}\right)^2=\frac{x^2}{9}$，

$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times2\times3=3$，

$\therefore S_{\triangle AEF}=\frac{1}{3}x^2$，

$\therefore y=\frac{1}{3}x^2$；

故答案为：$y=\frac{1}{3}x^2$；

【点睛】该题主要考查了相似三角形的判定和性质，解题的关键是运用相似三角形的相似比等于高之比，面积比等于相似比的平方.

三、解答题（共 68 分；17-20 题，每小题 5 分；21 题 6 分；22 题 5 分；23-25 题，每小题 6

分；26 题 5 分；27-28 题，每小题 7 分）

17.【答案】（1）证明见解析

（2）$\frac{9}{4}$

【分析】（1）根据有两个角对应相等的三角形相似即可证明．

（2）根据相似三角形的性质即可求得 AD 的长．

【小问 1 详解】

证明：$\because CD$ 是斜边 AB 上的高，$\angle C=90°$

$\therefore \angle ACB=\angle ADC=90°$，

又$\because \angle BAC=\angle CAD$

$\therefore \triangle ADC \backsim \triangle ACB$

【小问 2 详解】

$\because \triangle ADC \backsim \triangle ACB$

$\therefore \frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AC}}=\frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$

$\because AC=3$，$AB=4$

$\therefore AD=\frac{AC^2}{AB}=\frac{3^2}{4}=\frac{9}{4}$

【点睛】本题考查了相似三角形的判定和性质，解题的关键是找准判定相似三角形的条件．

18.【答案】（1）$m=\pm 1$

（2）该函数图象的对称轴为直线 $x=0$，顶点坐标为$(0,0)$；

（3）见解析

【分析】（1）将点 $A(2,8)$ 代入 $y=ax^2 \quad a\neq 0$ 求出表达式，然后将点 $B(m,2)$ 代入求得的表达式即可求出 m 的值；

（2）根据 $y=2x^2$ 的性质求解即可；

（3）首先根据表达式列表，然后描点，然后画出图象即可．

【小问 1 详解】

将 $A(2,8)$ 代入 $y=ax^2 \quad a\neq 0$ ，得 $8=2^2a$

解得 $a=2$，

$\therefore y=2x^2$

将 $B(m,2)$ 代入 $y=2x^2$ 得，$2=2m^2$

解得 $m=\pm 1$；

【小问 2 详解】

$\because\ y=2x^2$

$\therefore$该函数图象的对称轴为直线 $x=0$，顶点坐标为 $(0,0)$；

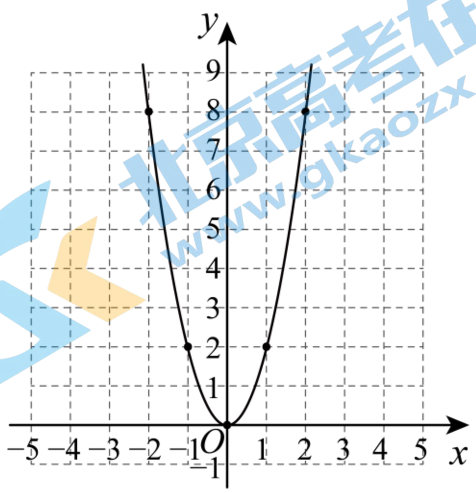
【小问 3 详解】

$\because\ y=2x^2$

$\therefore$列表如下：

x	-2	-1	0	1	2
y	8	2	0	2	8

画图如下：



【点睛】本题考查了二次函数图象的性质，求抛物线与坐标轴的交点，画二次函数图象，掌握二次函数图象的性质是解题的关键.

19. 【答案】（1）$(0,-4)$

（2）该函数图象与 y 轴的交点坐标为 $(0,-4)$，与 x 轴的交点坐标为 $(2,0)$ 和 $(-2,0)$；

（3）当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大.

【分析】（1）根据二次函数的性质，即可求解；

（2）令 $x=0$ 和 $y=0$，解方程求解即可；

（3）根据二次函数的性质，即可求解.

【小问 1 详解】

$\because$二次函数 $y=x^2-4$

$\therefore$该函数图象的顶点坐标为 $(0,-4)$；

【小问 2 详解】

$\because$二次函数 $y=x^2-4$

$\therefore$当 $x=0$ 时，$y=x^2-4=0-4=-4$，

$\therefore$该函数图象与 y 轴的交点坐标为 $(0,-4)$；

$\therefore$当 $y=0$ 时，$0=x^2-4$，

解得 $x=\pm2$，

∴该函数图象与 x 轴的交点坐标为 $(2,0)$ 和 $(-2,0)$；

【小问 3 详解】

∵二次函数 $y=x^2-4$，二次项系数为 $1>0$

∴开口向上，

∵顶点坐标为 $(0,-4)$，

∴当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大.

【点睛】此题考查了二次函数的图像与性质，解题的关键是熟练掌握二次函数的图象与性质.

20.【答案】（1）$y=x^2-4x+5$

（2）$y=(x-2)^2+1$

【分析】（1）把点 $(0,5)$ 代入函数解析式即可求；

（2）利用配方法化成顶点式即可.

【小问 1 详解】

∵二次函数 $y=x^2-mx+m+1$ 的图象经过 $(0,5)$

∴将 $(0,5)$ 代入 $y=x^2-mx+m+1$ 得，$m+1=5$

解得 $m=4$，

∴ $y=x^2-4x+5$；

【小问 2 详解】

∵ $y=x^2-4x+5$

∴配方得，$y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$.

∴ $y=(x-2)^2+1$.

【点睛】本题考查了待定系数法求解析式和配方法，解题关键是熟练掌握待定系数法和配方法，准确进行计算.

21.【答案】（1）$y=x^2+2x-3$

（2）见详解　（3）$-4\le y<5$

【分析】（1）把点 A、B 的坐标代入 $y=ax^2+bx-3$ 得到关于 a、b 的方程组，然后解方程组即可；

（2）先确定抛物线与坐标轴的交点坐标和顶点坐标，然后利用描点法画出二次函数的图象；

（3）由于当 $x=-2, y=-3; x=2, y=5$，由于 $x=-1$ 时，y 有最小值 -4，从而可确定当 $-2<x<2$ 时，y 的取值范围.

【小问 1 详解】

解：把 $A(1,0),B(2,5)$ 分别代入 $y=ax^2+bx-3$，

得 $\begin{cases}a+b-3=0\\4a+2b-3=5\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$，

∴此二次函数的表达式为 $y=x^2+2x-3$；

【小问 2 详解】

当 $x=0$ 时， $y=x^2+2x-3=-3$，

则抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0,-3)$，

当 $y=0$ 时， $x^2+2x-3=0$，

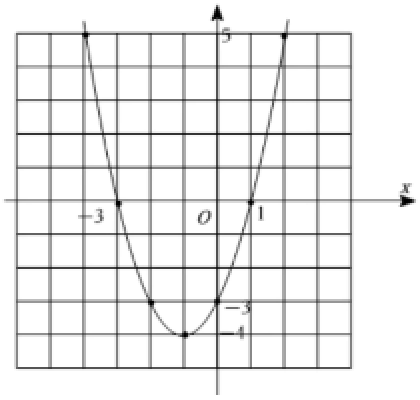
解得 $x_1=-3,x_2=1$，

则抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(-3,0),(1，\ 0)$，

∵ $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$，

∴抛物线的顶点坐标为 $(-1,-4)$，

如图，



【小问 3 详解】

当 $x=-2$ 时， $y=-3$； $x=2$ 时， $y=5$，而 $x=-1$ 时， y 有最小值 -4，

所以当 $-2<x<2$ 时， y 的取值范围为 $-4\le y<5$.

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．也考查了二次函数的性质及画函数图象．

22.【答案】$\triangle FAE\backsim\triangle FBC$， $\triangle AFE\backsim\triangle DCE$， $\triangle ECD\backsim\triangle CFB$，证明见解析

【分析】根据平行四边形的性质得到 $AD\parallel BC$， $BF\parallel CD$，然后利用相似三角形的判定证明即可.

【详解】∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形

∴ $AD\parallel BC$

∴ $\angle FAE=\angle B$， $\angle FEA=\angle FCB$

$\therefore \triangle FAE \backsim \triangle FBC$；

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore BF \parallel CD$

$\therefore \angle F = \angle ECD$， $\angle FAE = \angle D$

$\therefore \triangle AFE \backsim \triangle DCE$；

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore BF \parallel CD$， $\angle B = \angle D$

$\therefore \angle F = \angle ECD$

$\therefore \triangle ECD \backsim \triangle CFB$.

【点睛】此题考查了平行四边形的性质，相似三角形的判定，解题的关键是熟练掌握以上知识点.

23.【答案】(1) $y = -2x^2 + 32x(7 \le x < 16)$

(2) 12 米

【分析】(1) 由题意得，$BC = (32-2x)$ 米，则 $y = AC \cdot BC$，即可求解；

(2) 由题意得：$69 = -2x^2 + 32x$，即可求解.

【小问 1 详解】

解：由题意得，$BC = (32-2x)$ 米，

则 $0 < 32 - 2x \le 18$，

解得：$7 \le x < 16$，

则 $y = AC \cdot BC = x(32-2x) = -2x^2 + 32x(7 \le x < 16)$；

【小问 2 详解】

由题意得：$96 = -2x^2 + 32x$，

解得：$x = 4$（舍去）或 12（米），

即 AB 长为 12 米.

【点睛】本题考查一元二次方程、二次函数的性质等知识，解题的关键是学会利用参数解决问题，属于中考常考题型.

24.【答案】(1) 见解析　(2) $BC = \dfrac{29}{2}$

【分析】(1) 首先根据矩形的性质得到 $\angle A = \angle B = \angle D = 90°$，然后利用同角的余角相等得到 $\angle AEF = \angle CFD$，即可证明出 $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$；

(2) 首先根据相似三角形的性质得到 $\dfrac{EF}{FC} = \dfrac{AF}{CD}$，即 $\dfrac{2}{5} = \dfrac{AF}{10}$，求出 $AF = 4$，然后利用勾股定理列方程求解即可.

【小问 1 详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore \angle A=\angle B=\angle D=90^{\circ}$，

$\because$沿直线 CE 将$\triangle CBE$ 翻折，使得点 B 落在 AD 边上，

$\therefore \angle EFC=90^{\circ}$

$\therefore \angle AFE+\angle CFD=90^{\circ}$

$\because \angle AFE+\angle AEF=90^{\circ}$

$\therefore \angle AEF=\angle CFD$

$\because \angle A=\angle D$

$\therefore \triangle AEF \backsim \triangle DFC$；

【小问 2 详解】

$\because \triangle AEF \backsim \triangle DFC$

$\therefore \dfrac{EF}{FC}=\dfrac{AF}{CD}$，即 $\dfrac{2}{5}=\dfrac{AF}{10}$

解得 $AF=4$

$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore AD=BC$

$\because$沿直线 CE 将$\triangle CBE$ 翻折，使得点 B 落在 AD 边上，

$\therefore FC=BC$

$\therefore AD=FC$

$\because \angle D=90^{\circ}$

$\therefore DF^2+CD^2=FC^2$，即 $\left(AD-4\right)^2+10^2=AD^2$

解得 $x=\dfrac{29}{2}$

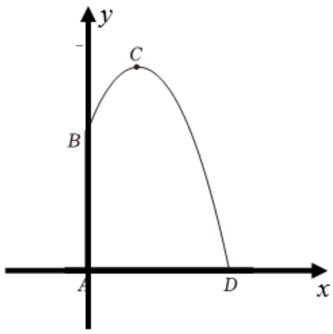
$\therefore BC=AD=\dfrac{29}{2}$.

【点睛】本题主要考查矩形折叠问题，三角形相似的判定，勾股定理，解题的关键是根据折叠得到相等.

25.【答案】水流最高点 C 与地面的距离是 4 米.

【分析】依据题意，以 A 为原点，AD 所在的直线为 x 轴，AB 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，进而求出顶点纵坐标即可得解.

【详解】解：以 A 为原点，AD 所在的直线为 x 轴，AB 所在的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，



则点 B 的坐标是 $(0,3)$，点 D 的坐标是 $(3,0)$，水流轨迹抛物线的对称轴是 $x=1$，从而可设抛物线为

$y=a(x-1)^2+h$，

$\therefore 4a+h=0$，且 $a+h=3$.

$\therefore a=-1,\ h=4$.

$\therefore$ 顶点 $C(1,4)$.

$\therefore$ 水流最高点 C 与地面的距离是 4 米.

【点睛】本题主要考查了二次函数的的性质，正确得出函数解析式是解题关键.

26. 【答案】（1）$x\neq 1$

（2）$m=\dfrac{13}{3}$

（3）作图见解析　（4）函数图象与 y 轴交于点 $(0,-1)$（答案不唯一）

【分析】（1）由图象可知 $x\neq 0$，可得 $x-1\neq 0$，即可求解；

（2）根据图表可知当 $x=4$ 时的函数值为 m，把 $x=4$ 代入解析式求值即可；

（3）根据坐标系中的点，用平滑的曲线连接即可；

（4）根据函数图象求解即可.

【小问 1 详解】

解：$\because x-1\neq 0$，

$\therefore x\neq 1$，

故答案为：$x\neq 1$；

【小问 2 详解】

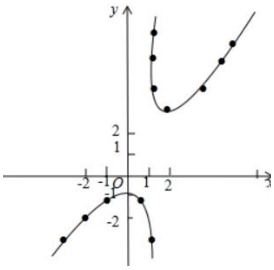
解：把 $x=4$ 代入 $y=\dfrac{1}{x-1}+x$ 得，

$y=\dfrac{1}{4-1}+4=\dfrac{13}{3}$，

$\therefore m=\dfrac{13}{3}$；

【小问 3 详解】

解：函数的图象如图所示，



【小问 4 详解】

解：由图象可得，函数图象与 y 轴交于点 $(0,-1)$.

【点睛】本题考查函数图象与性质，根据图表画出函数图象是解题的关键.

27. 【答案】（1） $80°;3\sqrt{3}$

（2） $AB=3\sqrt{6}$；计算过程见解析.

【分析】（1）根据两直线平行，则同旁内角互补，先求得 $\angle ACB$，再求得 $\angle CAE$；先由 $\triangle DAE \backsim \triangle DBC$ 可求得 DE 的长，于是可求得 CE 的长，再由 $\angle CAE=\angle AEC$ 可得 $AC=CE$ 求解.

（2）作 $AF \parallel DC$，仿照（1）可求得 $AD=DF=6$，于是求得 AF 的长，再由 $\triangle CDE \backsim \triangle FAE$ 可求得 $CD=3\sqrt{2}$，再证得 $BD=CD=3\sqrt{2}$，最后由勾股定理可求得 AB 的长.

【小问 1 详解】

$\because AE \parallel BC$

$\therefore \angle CAE=180°-\angle ACB$

$=180°-(\angle ACD+\angle DCB)=180°-(20°+80°)=80°$

$\because AE \parallel BC$

$\therefore \angle AEC=\angle DCB=80°$

$\therefore \angle CAE=\angle AEC$

$\therefore AC=CE$

由 $AE \parallel BC$ 得 $\angle E=\angle DCB, \angle DAE=\angle DBC$

$\therefore \triangle DAE \backsim \triangle DBC$

$\therefore DE:CD=AD:DB=1:2$

$\therefore DE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$,

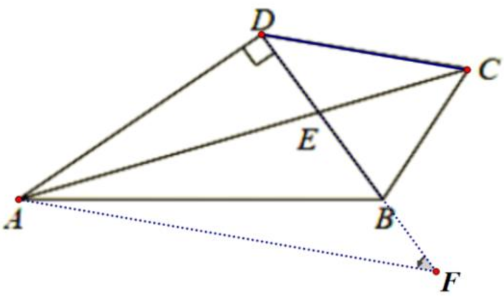
$\therefore CE=CD+DE=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$,

即：$AC=3\sqrt{3}$.

故答案为：$80°;3\sqrt{3}$.

【小问 2 详解】

过点 A 作 $AF \parallel DC$，与 DB 的延长线相交于点 F（如图）



则 $\angle DCE=\angle FAE, \angle CDE=\angle F$

$\therefore \triangle CDE \backsim \triangle FAE$

$\therefore DE:EF=EC:AE=1:2$

$\therefore EF=2DE=2\times2=4$.

$\therefore DF=DE+EF=2+4=6$

由 $AF \parallel DC$ 知，$\angle DFA=\angle BDC=45^\circ$，

又由 $AD\perp BD$ 得，$\angle ADF=90^\circ$，

$\therefore \angle DAF=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\therefore \angle DFA=\angle DAF$，则 $AD=DF=6$

$\therefore AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，

由 $\triangle CDE\backsim\triangle FAE$ 得 $CD:AF=EC:AE=1:2$

$\therefore CD=\frac{1}{2}AF=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$，

$\because$ 在 $\triangle BCD$ 中，$\angle BDC=45^\circ, \angle DBC=67.5^\circ$，

$\therefore \angle CBD=180^\circ-\angle BDC-\angle DBC=180^\circ-45^\circ-67.5^\circ=67.5^\circ$

$\therefore \angle DBC=\angle CBD$

$\therefore BD=CD=3\sqrt{2}$

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AB=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{6^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2}=3\sqrt{6}$，

即 AB 的长为 $3\sqrt{6}$．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定和性质、勾股定理的应用、等角对等边、三角形内角和定理，解题的关键是作出正确的辅助线．

28．【答案】（1）$m=2$

（2）$n=3$ 或 -1

（3）$-15\le n<1$ 或 $n=3$

【分析】（1）由抛物线对称轴的公式即可求解；

（2）先求得点 C 的坐标，再根据 $\triangle OAC$ 是等腰直角三角形得出点 A 的坐标，代入求得 n 即可；

（3）分两种情况：抛物线的顶点在 x 轴上和抛物线的顶点在 x 轴下方两种情况求解可得．

【小问 1 详解】

解：二次函数的对称轴是直线 $x=-\dfrac{-m}{2}=1$，

解得：$m=2$；

【小问 2 详解】

抛物线对称轴与 x 轴交于点 A，则 $OA=1$，当 $x=0$ 时，$y=\dfrac{1}{2}(n-1)$，当 $\triangle OAC$ 是等腰直角三角形时，

$OA=OC=1$，即 $\pm1=\dfrac{1}{2}(n-1)$，

解得：$n=3$ 或 -1；

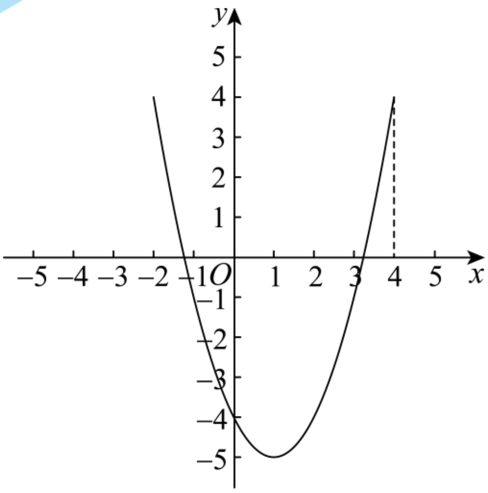
【小问 3 详解】

由（1）知，抛物线的表达式为：$y=x^2-2x+\dfrac{1}{2}(n-1)$，

当抛物线的顶点在 x 轴上时，$\Delta=(-2)^2-4\times\dfrac{1}{2}(n-1)=0$，

解得：$n=3$；

当抛物线的顶点在 x 轴下方时，如图，



由图可知当 $x=0$ 时，$y<0$；当 $x=4$ 时，$y\geq0$，即 $\dfrac{1}{2}(n-1)<0$ 且 $16-8+\dfrac{1}{2}(n-1)\geq0$，

解得：$-15\leq n<1$，

综上：$-15\leq n<1$ 或 $n=3$.

【点睛】本题考查了二次函数的图象和等腰直角三角形的性质，明确等腰直角三角形中两条边相等，解题的关键是根据抛物线与线段 O 有且只有一个公共点得出 $x=0$ 时，$y<0$；$x=4$ 时，$y\geq0$ 的结论.

北京初三高一高二高三期中试题下载

京考一点通团队整理了【**2023 年 10-11 月北京各区各年级期中试题&答案汇总**】专题，及时更新最新试题及答案。

通过【**京考一点通**】公众号，对话框回复【**期中**】或者点击公众号底部栏目<**试题专区**>，进入各年级汇总专题，查看并下载电子版试题及答案！