九年级数学

2022. 12

学校____________　　姓名____________　　准考证号____________

注	1．本试卷共 6 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
意	2．在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。
事	3．试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。
项	4．在答题纸上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。

第一部分　选择题

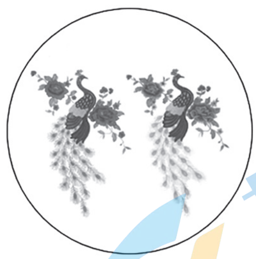
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1–8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个 .

1．刺绣是中国民间传统手工艺之一 . 下列刺绣图案中，是中心对称图形的为

（A）

（B）



（C）

（D）

2．点 A（1,2）关于原点的对称点的坐标为

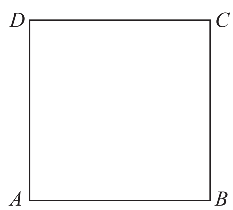
（A）（−1，−2）　　（B）（−1,2）　　（C）（1，−2）　　（D）（2,1）

3．二次函数 $y=x^2+2$ 的图象向左平移 1 个单位长度，得到的二次函数解析式为

（A）$y=x^2+3$　　（B）$y=(x-1)^2+2$

（C）$y=x^2+1$　　（D）$y=(x+1)^2+2$

4．如图，已知正方形 $ABCD$，以点 A 为圆心，AB 长为半径作⊙A，点 C 与⊙A 的位置关系为



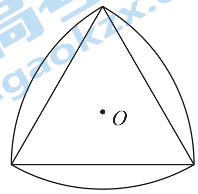
（A）点 C 在⊙A 外　　（B）点 C 在⊙A 内

（C）点 C 在⊙A 上　　（D）无法确定

5．若点 $M(0,5)$，$N(2,5)$ 在抛物线 $y=2(x-m)^2+3$ 上，则 m 的值为

（A）2　　（B）1　　（C）0　　（D）-1

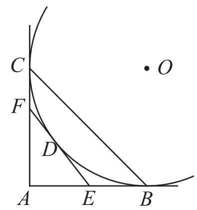
6．勒洛三角形是分别以等边三角形的顶点为圆心，以其边长为半径作圆弧，由三段圆弧组成的曲边三角形．如图，该勒洛三角形绕其中心 O 旋转一定角度 α 后能与自身重合，则该角度 α 可以为



（A）30°　　（B）60°

（C）120°　　（D）150°

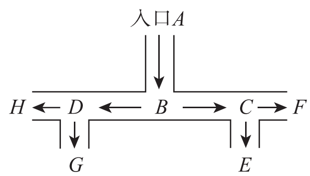
7．如图，过点 A 作⊙O 的切线 AB，AC，切点分别是 B，C，连接 BC. 过 $\overset{\frown}{BC}$ 上一点 D 作⊙O 的切线，交 AB，AC 于点 E，F. 若 $\angle A=90°$，$\triangle AEF$ 的周长为 4，则 BC 的长为



（A）2　　（B）$2\sqrt{2}$

（C）4　　（D）$4\sqrt{2}$

8．遥控电动跑车竞速是青少年喜欢的活动．如图是某赛道的部分通行路线示意图，某赛车从入口 A 驶入，行至每个岔路口选择前方两条线路的可能性相同，则该赛车从 F 口驶出的概率是



（A）$\frac{1}{3}$　　（B）$\frac{1}{4}$　　（C）$\frac{1}{5}$　　（D）$\frac{1}{6}$

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．二次函数 $y=x^2-4x+3$ 的图象与 y 轴的交点坐标为 ________.

10．半径为 3，圆心角为 120° 的扇形的面积为 ________.

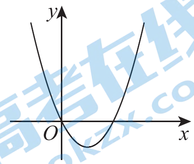
11．下表记录了一名球员在罚球线上投篮的结果．

投篮次数 n	50	100	150	200	300	400	500
投中次数 m	28	49	78	102	153	208	255
投中频率 $\frac{m}{n}$	0.56	0.49	0.52	0.51	0.51	0.52	0.51

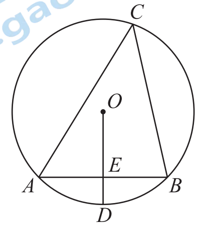
根据以上数据，估计这名球员在罚球线上投篮一次，投中的概率为 ________.

12．若关于 x 的一元二次方程 $x^2-3x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是 ________.

13．二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象如图所示，则 ab ________ 0（填 “>”，“<” 或 “=”）.



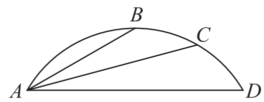
14．如图，$\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形，$OD\perp AB$ 于点 E，若 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$，$\angle ACB=45°$，则 $OE=$ ________ .



15．对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$，y 与 x 的部分对应值如表所示 . x 在某一范围内，y 随 x 的增大而减小，写出一个符合条件的 x 的取值范围 ________ .

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	-3	1	3	3	1	…

16．如图，AB，AC，AD 分别是某圆内接正六边形、正方形、等边三角形的一边 . 若 $AB=2$，下面四个结论中，



① 该圆的半径为 2；

② $\overset{\frown}{AC}$ 的长为 $\dfrac{\pi}{2}$；

③ AC 平分 $\angle BAD$；

④ 连接 BC，CD，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ 的面积比为 $1:\sqrt{3}$.

所有正确结论的序号是 ________ .

三、解答题（共 68 分，第 17－20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22–23 题，每题 5 分，第 24－26 题，每题 6 分，第 27－28 题，每题 7 分）

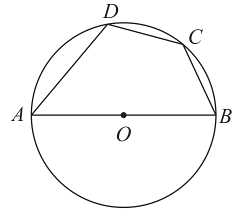
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程 .

17．解方程：$x^2-2x=6$.

18．已知抛物线 $y=2x^2+bx+c$ 过点（1，3）和（0，4），求该抛物线的解析式 .

19．已知 a 为方程 $2x^2-3x-1=0$ 的一个根，求代数式 $(a+1)(a-1)+3a(a-2)$ 的值.

20．如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，AB 为直径，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$. 若 $\angle A=50°$，求 $\angle B$ 的度数 .



21．为了发展学生的兴趣爱好，学校利用课后服务时间开展了丰富的社团活动 . 小明和小天参加的篮球社共有甲、乙、丙三个训练场 . 活动时，每个学生用抽签的方式从三个训练场中随机抽取一个场地进行训练 .

（1）小明抽到甲训练场的概率为 ________ ；

（2）用列表或画树状图的方法，求小明和小天在某次活动中抽到同一场地训练的概率 .

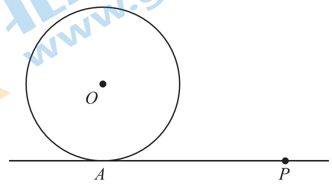
22. 已知：如图，PA 是⊙O 的切线，A 为切点．

求作：⊙O 的另一条切线 PB，B 为切点．

作法：以 P 为圆心，PA 长为半径画弧，交⊙O 于点 B；

作直线 PB.

直线 PB 即为所求．



（1）根据上面的作法，补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面证明过程．

证明：连接 OA，OB，OP.

∵ PA 是⊙O 的切线，A 为切点，

∴ $OA \perp PA$.

∴ $\angle PAO = 90°$.

在△PAO 与△PBO 中，

$$\begin{cases} PA = PB, \\ OP = OP, \\ \underline{\qquad\qquad}, \end{cases}$$

∴ $\triangle PAO \cong \triangle PBO$.

∴ $\angle PAO = \angle PBO = 90°$.

∴ $OB \perp PB$ 于点 B.

∵ OB 是⊙O 的半径，

∴ PB 是⊙O 的切线（____________________________）（填推理的依据）.

23. 紫砂壶是我国特有的手工制造陶土工艺品，其制作过程需要几十种不同的工具，其中有一种工具名为“带刻度嘴巴架”，其形状及使用方法如图 1. 当制壶艺人把“带刻度嘴巴架”上圆弧部分恰好贴在壶口边界时，就可以保证需要粘贴的壶嘴、壶把、壶口中心在一条直线上．图 2 是正确使用该工具时的示意图．如图 3，⊙O 为某紫砂壶的壶口，已知 A，B 两点在⊙O 上，直线 l 过点 O，且 $l \perp AB$ 于点 D，交⊙O 于点 C. 若 $AB = 30$mm，$CD = 5$mm，求这个紫砂壶的壶口半径 r 的长．

图 1

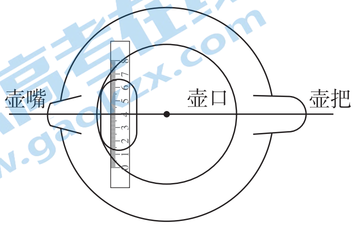


图 2

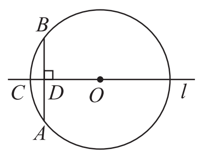
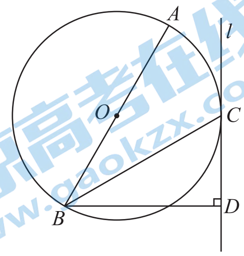


图 3

24．如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上．过点 C 作⊙O 的切线 l，过点 B 作 $BD \perp l$ 于点 D.



（1）求证：BC 平分 $\angle ABD$；

（2）连接 OD，若 $\angle ABD=60°$，$CD=3$，求 OD 的长．

25．学校举办“科技之星”颁奖典礼，颁奖现场入口为一个拱门．小明要在拱门上顺次粘贴“科”“技”“之”“星”四个大字（如图 1），其中，“科”与“星”距地面的高度相同，“技”与“之”距地面的高度相同，他发现拱门可以看作是抛物线的一部分，四个字和五角星可以看作抛物线上的点．通过测量得到拱门的最大跨度是 10 米，最高点的五角星距地面 6.25 米．

（1）请在图 2 中建立平面直角坐标系 xOy，并求出该抛物线的解析式；

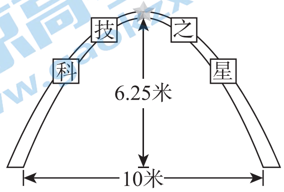


图 1

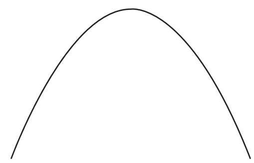


图 2

（2）“技”与“之”的水平距离为 $2a$ 米．小明想同时达到如下两个设计效果：

①“科”与“星”的水平距离是“技”与“之”的水平距离的 2 倍；

②“技”与“科”距地面的高度差为 1.5 米．

小明的设计能否实现？若能实现，直接写出 a 的值；若不能实现，请说明理由．

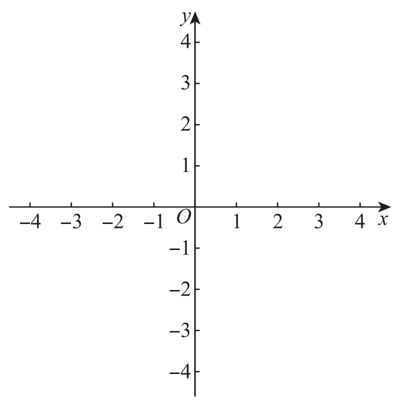
26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 过点（2，1）．

（1）求 b（用含 a 的式子表示）；

（2）抛物线过点 $M(-2,m)$，$N(1,n)$，$P(3,p)$．

① 判断：$(m-1)(n-1)$ __________ 0（填“$>$”，“$<$”或“$=$”）；

② 若 M，N，P 恰有两个点在 x 轴上方，求 a 的取值范围．



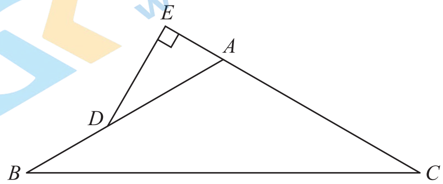
27．如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$. D是AB边上一点，$DE\perp AC$交CA的延长线于点E.

（1）用等式表示AD与AE的数量关系，并证明；

（2）连接BE，延长BE至F，使$EF=BE$. 连接DC，CF，DF.

① 依题意补全图形；

② 判断$\triangle DCF$的形状，并证明．



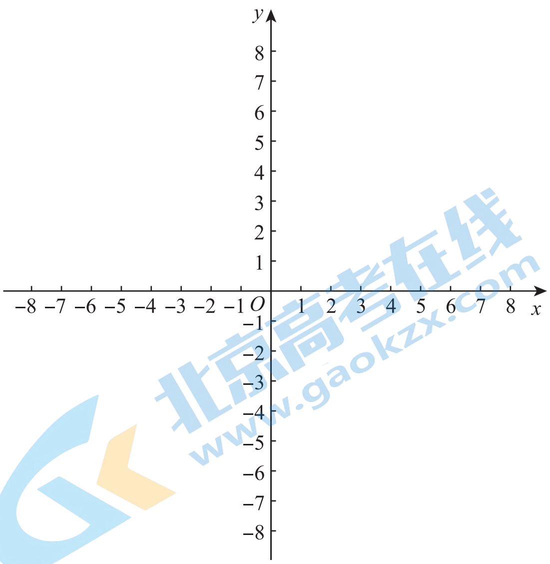
28．在平面直角坐标系xOy中，对于点P和线段AB，若线段PA或PB的垂直平分线与线段AB有公共点，则称点P为线段AB的融合点．

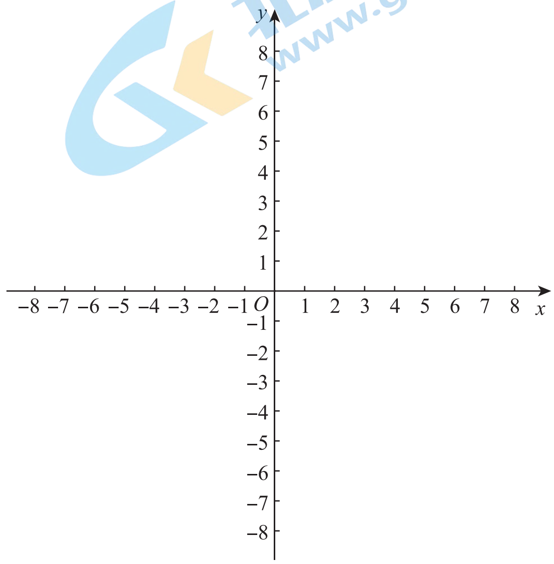
（1）已知$A(3,0)$，$B(5,0)$，

① 在点$P_1(6,0)$，$P_2(1,-2)$，$P_3(3,2)$中，线段AB的融合点是__________；

② 若直线$y=t$上存在线段AB的融合点，求t的取值范围；

（2）已知$\odot O$的半径为4，$A(a,0)$，$B(a+1,0)$，直线l过点$T(0,-1)$，记线段AB关于l的对称线段为$A'B'$. 若对于实数a，存在直线l，使得$\odot O$上有$A'B'$的融合点，直接写出a的取值范围.





海淀区九年级练习

数 学 答 案

第一部分 选择题

一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	D	A	B	C	B	B

第二部分 非选择题

二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

9.（0，3）；　　10．3π；　　11．0.51（答案不唯一）；

12．$m<\frac{9}{4}$；　　13．<；　　14．1；

15．$x>2$（答案不唯一，满足 $x\geq\frac{3}{2}$ 即可）；　　16．①③④.

三、解答题（共 68 分，第 17-20 题，每题 5 分，第 21 题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17. 解：$x^2-2x+1=6+1$, ……………………1 分

$(x-1)^2=7$. ……………………3 分

∴ $x-1=\pm\sqrt{7}$.

∴ $x_1=1+\sqrt{7}$，$x_2=1-\sqrt{7}$. ……………………5 分

18. 解：∵抛物线 $y=2x^2+bx+c$ 过点（1，3）和（0，4），

∴ $\begin{cases}3=2+b+c,\\4=c.\end{cases}$ ……………………2 分

解方程组，得 $\begin{cases}b=-3,\\c=4.\end{cases}$ ……………………4 分

∴抛物线的解析式是 $y=2x^2-3x+4$. ……………………5 分

19. 解：∵ a 为方程 $2x^2-3x-1=0$ 的一个根，

∴ $2a^2-3a-1=0$. ……………………1 分

∴ $2a^2-3a=1$.

原式$=a^2-1+3a^2-6a$ ……………………………………………………………3 分

$=4a^2-6a-1$ ……………………………………………………………………4 分

$=2(2a^2-3a)-1$

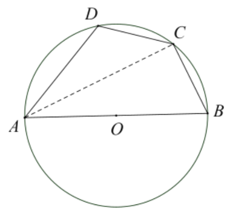
$=2\times1-1$

$=1$. ………………………………………………………………………5 分

20. 解：如图，连接 AC. ………………………………………………………………1 分

∵ $BC=CD$，

∴ $\angle DAC=\angle BAC$. ……………………………………… 2 分



∵ $\angle DAB=50^\circ$，

∴ $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle DAB=25^\circ$. ……………………………… 3 分

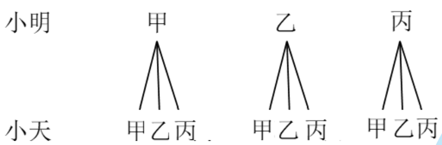
∵ AB 为直径，

∴ $\angle ACB=90^\circ$. ………………………………………………………………… 4 分

∴ $\angle B=90^\circ-\angle BAC=65^\circ$. ……………………………………………………5 分

21. 解：（1）$\frac{1}{3}$； ……………………………………………………………2 分

（2）根据题意，可以画出如下树状图：



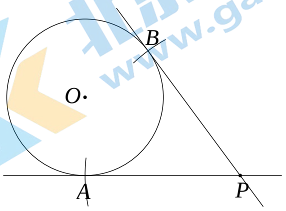
…………………………………… 4 分

由树状图可以看出，所有可能出现的结果有 9 种，并且这些结果出现的可能性相等.

小明和小天抽到同一场地训练（记为事件 A）的结果有 3 种，

所以，P（A）$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$. ……………………………………………………………6 分

22. （1）补全图形，如图所示：

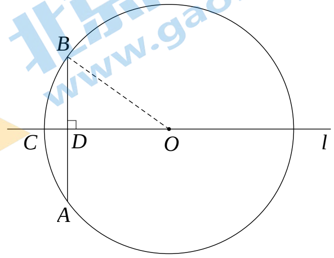


……………………………………………………………2 分

（2）$OA=OB$，……3 分

经过半径外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线. ……5 分

23. 解：如图，连接 OB. ……1 分



∵ l 过圆心 O，$l\perp AB$，$AB=30$，

∴ $BD=\frac{1}{2}AB=15$. ……3 分

∵ $CD=5$，

∴ $DO=r-5$.

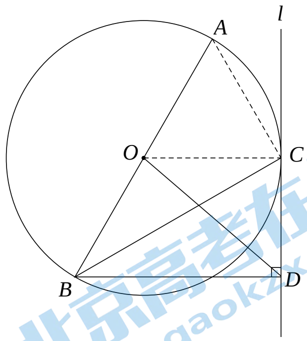
∵ $BO^2=BD^2+DO^2$，

∴ $r^2=15^2+(r-5)^2$. ……4 分

解得 $r=25$.

∴ 这个紫砂壶的壶口半径 r 的长为 25mm. ……5 分

24. 证明：（1） 如图，连接 OC.



∵ 直线 l 与⊙O 相切于点 C，

∴ $OC\perp l$ 于点 C. ……1 分

∴ $\angle OCD=90°$.

∵ $BD\perp l$ 于点 D，

∴ $\angle BDC=90°$.

∴ $\angle OCD+\angle BDC=180°$.

∴ $OC\parallel BD$. ……2 分

∴ $\angle OCB=\angle CBD$.

∵ $OC=OB$，

∴ $\angle OBC=\angle OCB$.

∴ $\angle OBC=\angle CBD$.

∴ BC 平分 $\angle ABD$. ……3 分

（2）连接 AC.

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$. ……4 分

∵ $\angle ABD=60°$，

∴ $\angle OBC=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABD=30°$.

在 Rt△BDC 中，

∵ $\angle CBD=30°$，CD=3，

∴ $BC=2CD=6$. ……………………………………………………………………………5 分

在 Rt△ACB 中，

∵ $\angle ABC=30°$，

∴ $AB=2AC$.

∵ $AC^2+BC^2=AB^2$，

∴ $AB=4\sqrt{3}$.

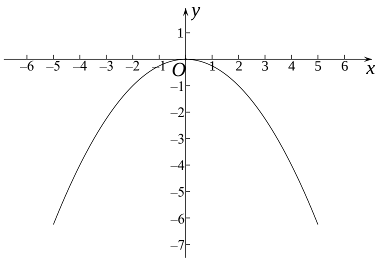
∴ $OC=\frac{1}{2}AB=2\sqrt{3}$.

在 Rt△OCD 中，

∵ $OC^2+CD^2=OD^2$，

∴ $OD=\sqrt{21}$. ……………………………………………………………………………6 分

25. 解：（1）答案不唯一.



如图，以抛物线顶点为原点，以抛物线对称轴为 y 轴，建立平面直角坐标系. ……………1 分

设这条抛物线表示的二次函数为 $y=ax^2$. ………………………………………………2 分

∵ 抛物线过点 $(5,-6.25)$，

∴ $25a=-6.25$. ……………………………………………………………………………3 分

∴ $a=-0.25$.

∴ 这条抛物线表示的二次函数为 $y=-0.25x^2$. ………………………………………………4 分

（2）能实现； ……………………………………………………………………………5 分

$a=\sqrt{2}$. ……………………………………………………………………………6 分

26. 解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+bx+1$ 过点（2，1），

∴ $a\cdot 2^2+b\cdot 2+1=1$. ……………………………………………………………………1 分

$\therefore b=-2a$. ……………………………………………………………………………………2 分

（2）① $<$； ……………………………………………………………………………………3 分

② 由（1）知 $b=-2a$，

$\therefore y=ax^2-2ax+1$.

$\therefore$抛物线对称轴为 $x=1$.

$\because$抛物线过点 M（－2，m），N（1，n），P（3，p），

$\therefore m=8a+1$，$n=-a+1$，$p=3a+1$. ………………………………………………4 分

当 $a>0$ 时，抛物线开口向上，对称轴为 $x=1$，

$\therefore$抛物线在 $x=1$ 时，取得最小值 n.

$\because M$，N，P 恰有两点在 x 轴上方，

$\therefore M$，P 在 x 轴上方，N 在 x 轴上或 x 轴下方.

$\therefore \begin{cases}8a+1>0\\3a+1>0\\-a+1\le 0\end{cases}$，解得 $a\ge 1$. ……………………………………………5 分

当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，对称轴为 $x=1$，

$\therefore$抛物线在 $x=1$ 时，取得最大值 n，且 $m<p$.

$\because M$，N，P 恰有两点在 x 轴上方，

$\therefore N$，P 在 x 轴上方，M 在 x 轴上或 x 轴下方.

$\therefore \begin{cases}-a+1>0\\3a+1>0\\8a+1\le 0\end{cases}$，解得 $-\frac{1}{3}<a\le-\frac{1}{8}$.

综上，a 的取值范围是 $-\frac{1}{3}<a\le-\frac{1}{8}$ 或 $a\ge 1$. ……………………………………6 分

27.（1）线段 AD 与 AE 的数量关系：$AD=2AE$. ……………………………………………1 分

证明：$\because$ $DE\perp AC$，

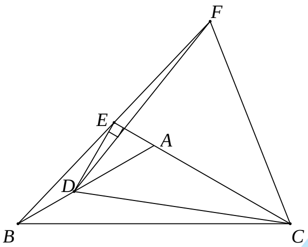
$\therefore$ $\angle DEA=90°$.

$\because$ $\angle BAC=120°$，

$\therefore$ $\angle ADE=\angle BAC-\angle DEA=30°$.

$\therefore$ $AD=2AE$. ………………………………………………………………2 分

（2）① 补全图形，如图. ………………………………………………………………3 分



② 结论：$\triangle DCF$ 是等边三角形.　　　　……………………………………………………4 分

证明：延长 BA 至点 H 使 $AH=AB$，连接 CH，FH，如图.

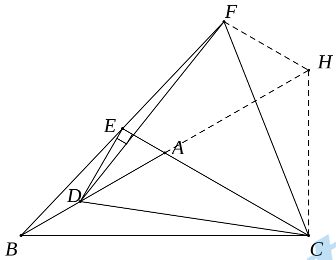
∵ $AB=AC$，

∴ $AH=AC$.

∵ $\angle HAC=180°-\angle BAC=60°$，

∴ $\triangle ACH$ 是等边三角形.

∴ $HC=AC$，$\angle AHC=\angle ACH=60°$.



∵ $AH=AB$，$EF=BE$，

∴ $HF=2AE$，$HF\parallel AE$.　　…………………………5 分

∴ $\angle FHA=\angle HAC=60°$.

∴ $\angle FHC=\angle FHA+\angle AHC=120°$.

∴ $\angle FHC=\angle DAC$.

∵ $AD=2AE$，

∴ $HF=AD$.

∵ $HC=AC$，

∴ $\triangle FHC\cong\triangle DAC$.　　　　……………………………………………………6 分

∴ $FC=DC$，$\angle HCF=\angle ACD$.

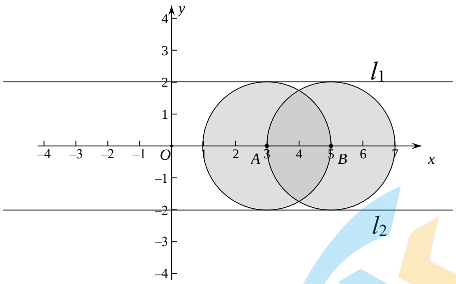
∴ $\angle FCD=\angle ACH=60°$.

∴ $\triangle DCF$ 是等边三角形.　　　　……………………………………………………7 分

28.（1）① P_1 ，P_3；　　　　……………………………………………………2 分

②线段 AB 融合点的轨迹为分别以点 A，B 为圆心，AB 长为半径的圆及两圆内区域.　　……3 分

当直线 $y=t$ 与两圆相切时，记为 l_1，l_2.



∵A（3，0），B（5，0），

∴t=2 或 t=-2. ……………………………………………………………4 分

∴当-2≤ t ≤2 时，直线 y=t 上存在线段 AB 的融合点. ………………………………………………5 分

（2）$\sqrt{3}-1\le a\le\sqrt{35}$ 或 $-\sqrt{35}-1\le a\le-\sqrt{3}$. ………………………………………………………7 分

关于我们

北京高考在线创办于2014年，隶属于北京太星网络科技有限公司，是北京地区极具影响力的中学升学服务平台。主营业务涵盖：北京新高考、高中生涯规划、志愿填报、强基计划、综合评价招生和学科竞赛等。

北京高考在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户40W+，网站年度流量数千万量级。用户群体立足于北京，辐射全国31省市。

北京高考在线平台一直秉承“精益求精、专业严谨”的建设理念，不断探索“K12教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供新鲜的高考资讯、专业的高考政策解读、科学的升学规划等，为广大高校、中学和教科研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和北京近百所中学达成合作关系，累计举办线上线下升学公益讲座数百场，帮助数十万考生顺利通过考入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力

未来，北京高考在线平台将立足于北京新高考改革，基于对北京高考政策研究及北京高校资源优势，更好的服务全国高中家长和学生。